CAPÍTULO 13

LEIBNIZ Y LOS MÚLTIPLES "USOS" DE SU ARTE COMBINATORIA. ASPECTOS MATEMÁTICOS

MARY SOL DE MORA CHARLES
Universidad del País Vasco

La *Dissertatio de Arte Combinatoria* es el primer libro de Leibniz relacionado con las matemáticas, publicado en 1666 como complemento a sus otros escritos académicos, preparados para obtener un puesto en la Universidad de Leipzig. Sus conocimientos de matemáticas eran todavía muy limitados, pero su formación general, en gran parte autodidacta, era extraordinaria. Este libro tan especial, publicado por un Leibniz de 19 años, no ha sido prácticamente nunca traducido de su latín original. Algunos prestigiosos autores sin embargo lo han leído al menos parcialmente, pero los lógicos han encontrado algunos errores (muy pocos) en sus silogismos, y los matemáticos han encontrado pocas matemáticas: sólo doce problemas acerca de las Combinaciones, Variaciones y Permutaciones, en cuyo análisis han rastreado ecos de Ramón Llull y de otros predecesores en estos cálculos, pero ninguna fórmula, sólo un triángulo aritmético para calcular las particiones de un conjunto. También calculará combinaciones y variaciones y en ellas se interesará enseguida por la posibilidad de repetición de algunos de los elementos, lo cual por supuesto complica la situación. No obstante, doce problemas pueden resolverse en doce páginas, sobre todo si son de combinatoria, no hacen falta cien. Esa es precisamente la cuestión. En los *Usos* de la combinatoria se encuentra ya todo Leibniz, sólo le falta el conocimiento de las matemáticas que adquirirá en París y la experiencia que obtendrá a lo largo de su vida en todos los demás ámbitos. La lista de esos "usos" es interminable y en ellos tratará las más heterogéneas materias con un enorme dominio de los diferentes campos y de su propio lenguaje especializado, desde la demostración de la existencia de Dios, a las formas de sentar a nuestros convidados a una mesa redonda en la que hay un lugar destacado, sin olvidar por supuesto el derecho, la poesía y cómo no, la Escritura Universal. Pero este escrito muestra una estructura bastante desequilibrada y algo desordenada en cuanto a la presentación de los doce problemas que plantea y sus aplicaciones. Quizá por ello nunca quisiera reeditarlo posteriormente, y le disgustara que se hiciera una reedición sin su permiso. En 1690 un librero de Frankfurt, llamado Cröker publicó dicha reedición, por la que Leibniz protestó en las *Acta Eruditorum* de febrero del mismo año. Entre otras cosas, no le agrada "la estructura de la obra, gran parte de la cual se podría mejorar". Es cierto que este trabajo, si lo considerásemos como una tesis doctoral de nuestros días, tendría mucho que criticar.

Leibniz no publicó otras contribuciones matemáticas al Arte Combinatoria, exceptuando un corto ensayo de 1690 sobre teoría de la probabilidad[1], aunque en muchos de sus manuscritos encontraremos numerosos estudios sobre el tema. El aspecto matemático del texto ha sido estudiado y comentado entre otros por Knobloch y Biermann, pero realmente no han sido muchos los estudios desde este punto de vista. Otros muchos expertos han comentado el Arte Combinatoria desde ámbitos no matemáticos, como la lógica, el derecho, la filosofía, la metafísica, etc. y en consecuencia extraemos la idea de que el Arte Combinatoria es claramente un texto de matemática aplicada y/o de filosofía, y tiene mucho que ver con la lógica. Sin embargo, las implicaciones matemáticas del Arte son mucho más profundas de lo que parece.

La Metafísica y la Aritmética

Para Leibniz metafísica y matemáticas no estaban tan alejadas como podrían estarlo para nosotros: Descartes y muchos otros autores ya habían señalado la profunda relación entre ambas ciencias. De ahí que los conceptos filosóficos del Todo, el Uno o las Partes fueran fácilmente relacionados con la aritmética:

> *"La abstracción del uno es la <u>Unidad</u>, y el mismo todo abstraído de las unidades, o totalidad, se llama <u>Número</u>. Por lo tanto la <u>Cantidad</u> es parte del Número. De aquí es evidente que en una misma cosa Cantidad y Número coinciden".*

Como prueba de esto, señala Leibniz:

> *"Y éste es el origen de la ingeniosa Analítica Especiosa, la cual ha perfeccionado especialmente <u>Descartes</u>, después compiló en preceptos <u>Frans van Schooten</u> y también <u>Rasmus Bartolin</u>[2], aquel de los Elementos de Matemática Universal, como se llaman. El <u>Análisis</u> es por lo tanto la doctrina de las Razones y las Proporciones, o sea la Cantidad no expuesta; la <u>Aritmética</u> es la de la*

[1] *Acta Eruditorum*, julio 1690, pp. 358-360.

[2] FRANS VAN SCHOOTEN (1615-1660) fue un matemático holandés que se hizo famoso por sus indagaciones en la Geometría Analítica de René Descartes, que leyó antes de ser publicada. RASMUS BARTHOLIN (Latinizado *Erasmus Bartholinus*; 1625-1698), fue un científico y médico danés Como parte de sus estudios viajó por Europa durante diez años. Profesor en la Universidad de Copenhague, primero de Geometría, luego de Medicina.

Cantidad expuesta, o de los Números: pues los escolásticos creyeron falsamente que el Número surge de la sola división del continuo y no puede aplicarse a lo incorpóreo. Pues es el número casi como una figura incorpórea aparecida de la unión de Entes cualesquiera, por ejemplo, DIOS, un Angel, un Hombre, el Movimiento, que simultáneamente hacen cuatro".

Porque el número es uno de los conceptos más universales, merece pertenecer a la Metafísica. Pues para Leibniz la *Mathesis* (tal como entonces se entendía ese término) no es una disciplina, hablando con rigor, sino que existen partes de muy diferentes disciplinas que tratan todas y cada una el tema de la cantidad.

"Así, como la Aritmética y el Análisis tratan de la Cantidad de los Entes, así la Geometría de la Cantidad de los cuerpos o del espacio, que es coextenso para los cuerpos".

"Además el mismo Todo (y así el Número o la Totalidad) puede romperse en partes como totales menores, éste es el fundamento de las Complexiones, de manera que se podrían entender dadas partes comunes en los mismos diversos todos menores, por ejemplo, sea el Todo A. B. C. Todos menores serían sus partes AB, BC, AC; y también la disposición de sus partes mínimas, o sea de las mínimas de las supuestas (es decir, las Unidades), puede variar entre sí y con el todo, al que se llama situs[3]".

Con estas ideas en mente, explica el fundamento de la diferencia entre combinaciones y variaciones:

"Así aparecen dos géneros de Variaciones[4]*, las Complexiones y el Lugar. Y tanto la Complexión como el Lugar pertenecen a la Metafísica, es decir, a la doctrina del Todo y de las partes, si son considerados en sí mismos. Si realmente observásemos la Variabilidad, es decir la cantidad de variación, se estaría llegando a los números y a la Aritmética [...]. Aunque quiero hacer notar aquí que las unidades se pueden disponer al modo de la línea recta, o del círculo, o de otras líneas, o de líneas que retornan sobre sí mismas, o figuras que cojean, en el primer modo en un lugar absoluto, o sea de partes respecto al todo: Orden; en los posteriores, en un lugar relativo o de partes de partes: Vecindad".*

La terminología combinatoria

La terminología utilizada por Leibniz en latín es diferente de la que actualmente se utiliza en la teoría de combinaciones. Así a las *Permutaciones* las llama "*variationes ordinis*" y a las *Combinaciones*, "*complexiones*", aunque finalmente se quedará con el

[3] El término *situs* será utilizado años después por Leibniz en su *Analisis Situs*, pero aquí todavía significa simplemente lugar o situación.

[4] Aquí utiliza Leibniz la palabra variaciones en el sentido vulgar, no como un concepto matemático, en el que las variaciones de m elementos tomados de n en n serían las que tienen en cuenta el lugar, a diferencia de las complexiones (combinaciones) que sólo tienen en cuenta las cosas en cualquier orden.

nombre de combinaciones que será una generalización del *com2natio*. Las *complexiones simpliciter* serán todas las posibles combinaciones sin repetición, es decir, las *Particiones* de un conjunto dado. Es curioso que lo que Leibniz llama exponente ha aparecido como exponente durante mucho tiempo en las notaciones de combinaciones o variaciones de *m* elementos tomados de *n* en *n*: $V_m{}^n$, $C_m{}^{n.}$.

Otro de sus términos característicos es "*caput*", un subconjunto definido de elementos dados que tienen que estar contenidos en las combinaciones deseadas, es decir, el problema es hallar cuántas de las combinaciones de *m* elementos tomados de *n* en *n* contienen un *caput* de *c* elementos prefijados, se trata pues de algunos elementos de una combinación que se mantienen en todos los casos. Si es una variación, el *caput* puede permutarse con el resto de los elementos, manteniéndose fijo o no. Puede haber varios *caput* en un conjunto de cosas (elementos, palabras, etc.) Llama "*discerptiones*" a aquellas complexiones que tomadas juntas son iguales al total. También estudia las variaciones con repetición y las permutaciones, de las que distingue casos particulares, como las permutaciones que contienen un *caput*, si se trata de un subconjunto, o bien que permanecen invariantes.

Por ejemplo, uno de los temas que Leibniz trató ya desde esos primeros tiempos, sin bagaje matemático, y en los manuscritos posteriores, es el de las *Particiones*. Mucho más tarde, durante su estancia en París (1672-76) vuelve a ocuparse de la combinatoria sobre todo por su relación con el triángulo aritmético. En años posteriores cambia ligeramente su terminología, llamando *transposiciones* a las permutaciones sin repetición, por ejemplo. Todavía más tarde, en 1699, le comentaba a J. Bernoulli el interés y la dificultad de las particiones de un número.

Tab. ℵ.

Exponentes — Complexiones

0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	2	3	4	5	6	7 n	8 u	9 m	10 e	11 r	12 i
2	0	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66
3	0	0	0	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220
4	0	0	0	0	1	5	15	35	70	126	210	330	495
5	0	0	0	0	0	1	6	21	56	126	252	462	792
6	0	0	0	0	0	0	1	7	28	84	210	462	924
7	0	0	0	0	0	0	0	1	8	36	120	330	792
8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	9	45	165	495
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	10	55	220
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	11	66
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	12
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
*	0	1.	3.	7.	15.	31.	63.	127.	255.	511.	1023.	2047.	4095.
†	1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.	4096.

No encontramos una fórmula de recursión para las particiones de *n* elementos en *k* partes, hasta que es publicada por primera vez por Euler en 1751; los números de Stirling de segundo tipo, son publicados por primera vez en 1730, y varios casos especiales de la fórmula general de las particiones que fue publicada por Stern solo en 1840 (véase Knobloch (1974)). El tema de las particiones es muy difícil de resolver, tampoco Boscovich lo logró y Euler nunca dio una fórmula explícita para el problema de la ecuación diofántica, sino sólo una ley de recursión, y en 1753 confesaba que "quien quiera enumerar realmente todas las particiones, no solo comenzará una inmensa labor, sino que difícilmente evitará equivocarse, por muy atento que esté"[5].

En el comienzo del Arte Combinatoria aparece esta tabla, similar a la del *Triángulo Aritmético* de Pascal, y Leibniz la aplica a hallar el número de combinaciones de un conjunto de objetos tomados en grupos de dos, tres, cuatro... etc. También muestra cómo se obtiene el número de variaciones de un conjunto de objetos tomados de una vez (permutaciones) y forma el producto de los 24 primeros números naturales. Hay una reflexión profunda sobre el número y la continuidad: "pues la abstracción de lo uno es la unidad, y al propio todo, abstraído a partir de las unidades, o sea a la totalidad, se le llama número".

Mediante la tabla, obtiene una serie de resultados y reglas para las complexiones:

> *"Agreguemos aquí <u>Teoremas</u> cuyo hecho es manifiesto a partir de la Tabla ℵ: (I). Si el Exponente es mayor que el Número, la Complexión es 0. (II). Si es igual, ésta es 1. (III). Si el Exponente es una unidad menor que el Número, la Complexión y el Número son iguales. (IV). En general: dos Exponentes, por los cuales el Número se puede dividir, es decir que son recíprocamente complemento del número, tienen las mismas complexiones con respecto a ese número. Pues como con los exponentes mínimos, 1 y 2, en los que se corta el número tres, así sucede en cada caso por la Tabla ℵ, y realmente los siguientes surgirán de los mismos. Si son iguales (3 y 3) se les añade lo mismo (el 1 superior y el 1 inferior), los resultados serían iguales (3 + 1 sería 4 = 4) y lo mismo sucedería necesariamente en el resto. (V). Si el número es impar, se dan en el medio dos complexiones casi iguales; si es par, eso no sucede. Pues el número impar se puede dividir en dos exponentes próximos distantes una unidad; por ejemplo 1 + 2 sería 3. Pero si es par no se puede. Pues los próximos en los que se podría dividir el par son idénticos. Por tanto, como el número impar se puede dividir en dos exponentes próximos, distantes una unidad, de ahí obtendremos dos complexiones <u>iguales</u> por el teorema IV, porque aquellas distan una unidad de las <u>próximas</u>. (VI). Las complexiones crecen hasta el exponente del número mismo dividido por la mitad o la mitad de dos próximos, y a partir de ahí decrecen. (VII). Todos los números primos recorren sus complexiones <u>particulares</u> (o sea con un exponente dado). (VIII). Todas las Complexiones Simples son números impares."*

Y por supuesto, entiende perfectamente la distinción entre combinaciones y variaciones, lo cual le servirá para estudiar muchas aplicaciones más:

---

[5] Citado por KNOBLOCH en «The mathematical studies of G.W. Leibniz on combinatorics», Historia Mathematica, (1974), I, pp. 409-430.

> *"Y éstas son sólo las complexiones*[6] *¿qué diré acerca de las Variaciones de Lugar, puesto que se multiplican por las Complexiones? Y aquí explicaré brevemente este problema: "multiplicar las variaciones de lugar o disposiciones por las complexiones, o sea, dadas ciertas cosas, encontrar todas las variaciones tanto de las complexiones, o de la materia, como del lugar, o de la forma. Sumando todas las complexiones particulares del número dado (por ejemplo del número 4: 4 1niones, 6 com2naciones, 4 con3naciones, 1 con4nación), se busca la variación de la disposición de cada uno de los exponentes, (por ejemplo, 1 da 1, 2 da 2, 3 da 6, 4 da 24), ésta se multiplica por su complexión particular, o sea del exponente dado (por ejemplo: 1 ⌒4 será 4, 2 ⌒6 será 12, 4 ⌒6 será 24, 1 ⌒24 será 24). La suma de todos los factores será el resultado de la multiplicación de las Complexiones por las Disposiciones, lo cual es lo buscado (por ejemplo, 4. 12. 24. 24. + serán 64)."* [7]

Conocimientos matemáticos del Leibniz de 19 años

Nos proporcionará una clara visión de los limitados conocimientos matemáticos de Leibniz en la época, el recuento de las clases de números que utiliza, siguiendo a autores antiguos, y la forma de nombrarlos: Así dice que los números más comunes en la Aritmética se distinguen como:

> *"Número estrictamente dicho, como 3. Fracción como $\frac{2}{3}$. Sordo, como Raíz de 3, es decir, el número que multiplicado por sí mismo da 3, el cual no existe entre las cosas de la naturaleza, pero se entiende por analogía, y el Designado, al que otros llaman figurado, por ejemplo, el cuadrado, cúbico, prónico*[8]*. A partir de la mezcla de estos números Girolamo Cardano en su Practica Arithmetica produce 11 especies mixtas*[9]*. Pues en el Universo*[10] *hay 15 Complexiones, es decir 4 1niones, como dijimos; 6 Com2naciones: Número y Fracción (por ejemplo, $\frac{3}{2}$ o $1\frac{1}{2}$), Número y Sordo (por ejemplo, 7 por $raíz\ de\ 3$), Número y Figurado (por ejemplo, 3 + cubo de A) , Fracción y Sordo (por ejemplo, $\frac{1}{2} + raíz\ de\ 3$), Fracción y Figurado (por ejemplo, $\frac{1}{2}$ por el cubo de A), Sordo y Figurado, (por ejemplo, el cubo de 7); 4 Con3naciones: Número*

---

[6] Recordemos que las complexiones simples son las particiones, es decir, que el orden o lugar no influye. Efectivamente, las particiones de cuatro elementos son 15.

[7] Es decir, que busca las Variaciones (disposiciones) y las Combinaciones (complexiones) de m cosas para todos los exponentes *n*.

[8] CHRISTIAN WOLFF en su *Elementa Matheseos Universalis* vol. I, 1,1, p. 286, Def. xv, dice: *Numerus pronicus est, qui aggregato ex radice & quadrato eiusdem aequalis*. Es decir, el que es igual a la suma de un cuadrado y de la raíz del mismo. Un número se llama prónico, oblongo o rectangular si es el producto de dos enteros consecutivos, es decir $n(n + 1)$.Es el doble del triangular y n veces el cuadrado. Los primeros de la sucesión son: 0, 2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90, 110, 132, 156, 182, 210, 240, 272, 306, 342, 380, 420, 462 … Son todos pares y se pueden expresar también como $n^2 + n$, como dice Wolf.

[9] Cardano hace pues las particiones de cuatro elementos o Complexiones simples.

[10] Es decir, en el conjunto total de los números mencionados.

y Fracción y Sordo, Número y Fracción y Figurado, Número y Sordo y Figurado, Fracción y Sordo y Figurado; 1 Con4nacion: Número y Fracción y Sordo y Figurado. (Es más cómodo que en lugar de la voz Número se le sustituya la voz Entero). Así, 4 + 6 + 1 serán 15".

Y lo mismo sucede si en lugar de la aritmética consideramos su capacidad para el manejo de la geometría:

Otro de los usos o aplicaciones de la combinatoria es su utilidad para figuras geométricas complicadas, como las que describió Johann Kepler en su *Harmonices Mundi (1618).* El entusiasmo de Leibniz es característico:

> *"En estas Complicaciones, la geometría no sólo puede enriquecerse con infinitos Teoremas nuevos, pues con una nueva complicación surge una nueva figura compuesta, de donde, luego, observando sus propiedades, fabricamos los nuevos teoremas, y las nuevas demostraciones, sino que además (si es cierto que las grandes cosas están compuestas de pequeñas, ya sean éstas las palabras, átomos o moléculas), ésta es la única vía para penetrar los secretos de la naturaleza. Cuando, en efecto, alguien dice que conoce más perfectamente una cosa, percibe más partes en ella, y partes de las partes, y figuras y posiciones de éstas. Investigando completamente la razón de estas figuras primero en abstracto en geometría y también en estereometría; a partir de ahí, accederás a la historia y la existencia natural, o sea aquello que verdaderamente se halla en los cuerpos, y abrirás la ingente puerta de la Física; y admiraremos el aspecto de los elementos, y el origen de las cualidades y el origen de las mezclas y el de las mezclas de las mezclas, y cualquier otra cosa en la naturaleza".*

Pero su incursión en la descripción de las figuras geométricas no resulta tan práctica:

> *"Toda Figura simple es o rectilínea o curvilínea. Las rectilíneas son todas simétricas, pues en todas, el principio común es el Triángulo. A partir de sus diversas complicaciones congruentes surgen todas las Figuras rectilíneas que se ensamblan (esto es, que no están abiertas). Pero de las curvilíneas, ni el círculo puede reducirse al óvalo ni al contrario, ni tampoco a algo que tengan en común. Ninguna de las dos, en efecto, es un triángulo ni tiene simetría triangular. Sin embargo, cualquier círculo es simétrico con cualquier otro círculo, pues cualquiera, o es concéntrico con él o se entiende que lo sería. Realmente el Óvalo o la Elipse son simétricas sólo cuando se entienden como concéntricas. Así ni siquiera el óvalo es simétrico a todos los óvalos, etc."*

El método de Ramón Llull

Leibniz comenta uno de los ejemplos más clásicos de construcción de combinaciones, es el de Ramón Llull, en *Kabbala*[11], y también en lo que antes resume en *Ars Magna*.

[11] Se le han atribuido a LLULL muchas obras de tipo alquímico y cabalista, la mayoría apócrifas. HARVEY J. HAMES, en *The Art of Conversion: Christianity and Kabbalah in the Thirteenth Century*, Leiden: Brill, 2000, dice

Se trata de mostrar gráficamente cuántas proposiciones surgen de sus nueve términos universalísimos: Bondad, magnitud, duración, etc., las cuales, dice, pueden predicarse unas de otras, Llull describe un círculo, inscribe en él una figura regular eneágona, y adscribe un término a cada ángulo, y desde cualquiera de esos ángulos traza una línea recta hacia cualquier otro. Tales líneas son 36, es decir, tantas cuantas combinaciones hay de 9 cosas. Sin embargo, el sentido de esas líneas se puede variar 2 veces en cualquier combinación, o sea cualquier proposición se puede simplemente invertir, y entonces se ponen de relieve las variaciones, es decir, 36 por 2 que serán 72, que es el número de las proposiciones de Llull. También construyó una tabla que consta de 84 columnas, cada una de las cuales contiene 20 complexiones, en cuyas columnas enumera las con4naciones de sus reglas designadas con letras del alfabeto.

No obstante, Leibniz acepta la presentación geométrica de las combinaciones de los conceptos, pero no la elección de los mismos. Para establecer su círculo, Llull decide arbitrariamente utilizar sólo nueve términos, pero Leibniz encuentra algunos a faltar y otros le sobran. Sobre todo lo que le parece mal es que Llull no tratara de establecer realmente una ciencia que partiera de las cosas dadas, de la realidad.

El árbol de consanguinidad

Otra curiosa aplicación de la combinatoria es la que Leibniz encuentra acerca del parentesco, que era utilizado para los problemas jurídicos de la herencia. De hecho el árbol de consanguinidad que propone es prácticamente el mismo que se maneja actualmente. Dice:

> *"Ahora bien, seguiremos el cálculo común que se usa en lo civil, pasando por alto las reglas."*

Utiliza una doble enumeración en la modulación del parentesco. La general, en la que hay tantas personas como modulaciones del parentesco, que es el itinerario en el árbol de la consanguinidad en cualquier dirección. La enumeración especial considera también el sexo. En la enumeración general, Tío Paterno, Tía Paterna, esto es, hermano o hermana del Padre, Tío Materno, Tía Materna, esto es, hermano o hermana de la Madre, se toman como una misma persona, y muy apropiadamente son comprendidos en la voz Del Padre, porque se entiende el masculino más apropiado que el femenino. Pero en la enumeración especial, aquellas personas se toman como 4 personas diferentes. (Sin embargo así se toman varios hermanos o varias hermanas de los dos lados, ya que el sexo no cambia nada, como una sola persona).

En el esquema presentado por Leibniz,

> *"el <u>Parentesco</u> tiene la forma de línea o líneas que conducen desde la persona emparentada a la persona dada; en razón de la rectitud y de la inflexión,*

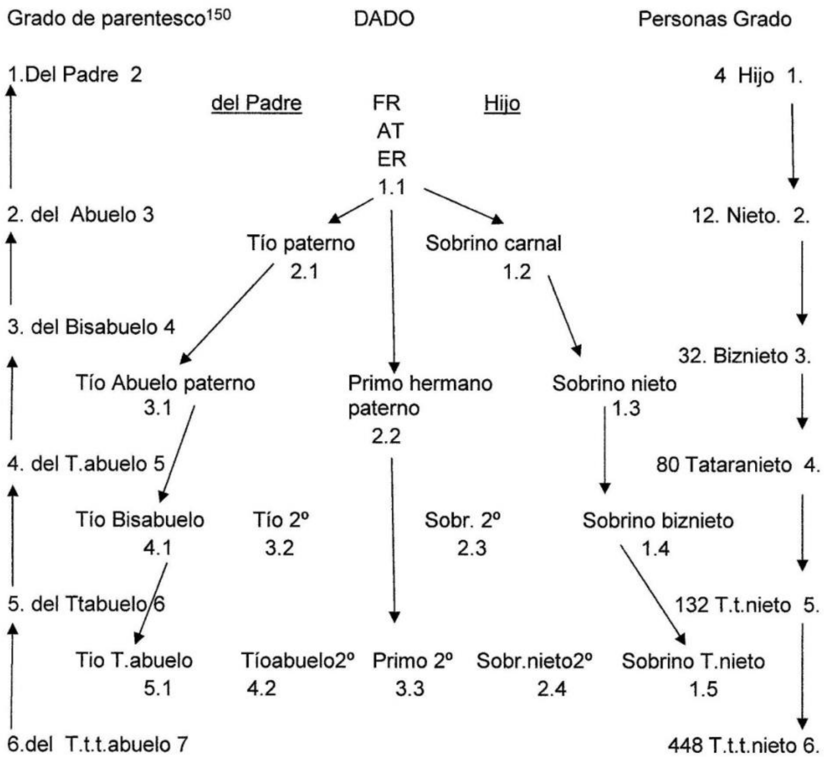
---

que el primer cristiano en reconocer y apreciar la *Kabbalah* como un instrumento de conversión es Llull, pero aclara que Llull no era un kabbalista ni estaba versado en ese libro (v. capítulo III: "*Into the Gates of Wisdom*).

> *y de la alternación de éstas. Persona, es la persona de un parentesco dado y de un grado dado, y después, de su propio sexo, luego, de las intermediarias entre la evidentemente emparentada y la dada. Ahora, llamo Dada a la persona, él o ella, cuyo parentesco se busca, tal como lo llaman los antiguos Jurisconsultos".*

Sigue definiendo el Término, que es la persona o pariente, un concepto complejo, por ejemplo, hermano es hijo del padre.

> *"Por lo tanto, Padre e Hijo son Términos de los que está compuesto el término Hermano. Además los términos son o bien primitivos, los cuales para hablar con precisión son solo estos: padre e hijos, aunque nosotros por comodidad del cálculo, suponemos términos primitivos a todas las personas que están en línea recta, bien por encima o por debajo; o bien términos originados que, hablando con precisión, son todos los que están alejados en más de un grado con respecto al dado; también en sentido lato, todos los transversales. Todos los transversales se componen de dos términos en línea recta, así se produce un artificio facilísimo para, dados parientes cualesquiera, hallar el número del grado complejo, por ejemplo, en la persona más sencilla de las transversales, Hermano, o hijo del Padre, porque el Padre está en 1, el hijo por lo tanto en el grado 1, + 1 será 2, en el cual está el Hermano."*



La Jurisprudencia y la Geometría

Así como la metafísica, también la jurisprudencia se puede comparar con la geometría: elementos y casos son paralelos y también sus combinaciones.

> *"En efecto, la Jurisprudencia, junto con otras cosas, es similar a la Geometría, ya que ambas tienen Elementos, y ambas casos. Los Elementos son simples, en Geometría, las figuras: triángulo, círculo, etc.; en Jurisprudencia: el acto, la promesa, la enajenación, etc. Los Casos: las complexiones de éstos ‹elementos›, cuyas variables son infinitas en ambas. Los Elementos de la Geometría fueron compuestos por Euclides, los Elementos del Derecho están contenidos en su propio corpus, sin embargo, en ambas <ciencias> son incorporados los casos más distinguidos. Ahora bien, los Términos simples en Derecho, de los cuales surgen los demás al mezclarse, y que son casi Lugares comunes y géneros superiores, que establece cómo se recopilan Bernardo Laviñeta*[12]*, Monje de la Orden de los Menores, en el Com. Arte Magna de Llull, al cual sigue, nosotros lo vemos así: los términos de los cuales surge en Derecho la diversidad de casos son: Personas, Cosas, Actos, Derechos."*

La Poesía

Algunos autores que estimaron interesante calcular estos asuntos, se decantaron por la poesía, como un medio de hacer más atractivos los resultados. Ello da a Leibniz la posibilidad de ejercer su ironía: "elaboraron versos, en los que, salvado el sentido y la métrica, se pudieran ordenar las palabras de varios modos. El primero de estos se llama *Poètices Proteos*, de Jul. Caes. Scaliger[13], lib.2".

Otros emplearán "menos de arte y más de variaciones", es decir, aquellos que utilizan versos compuestos por monosílabos, o bien monosílabos y otras palabras. Pero no todas las variaciones de este tipo de versos son posibles, es decir, "útiles", y resultan mucho más interesantes los llamados versos proteos.

---

[12] Dice en *El antiguo Académico, Contra el Moderno Escéptico, o dudoso, rígido, o moderado. Defensa de las Ciencias.* Fr. Luis de Flandes, Capuchino, Madrid, 1742: "Don Bernardo de la Viñeta, en *Practica compendiosa*, impresa en Lyon de Francia a 30 de marzo 1523, fue doctor en Teología, lulista de primera clase, leyó públicamente en París el *Arte*, con muy favorable auditorio... Dice que por lo general, tienen poco de Filósofos los que ignoran la quintaesencia".

[13] Giulio Cesare Scaligero o della Scala, latinizado Julius Caesar Scaliger (1484 - 1558), médico, filósofo, botánico y humanista italiano, la parte más fructífera de su vida transcurrió en Francia. Autor de *De causis linguae latinae libri XIII.* 1540. N. del Ed. Su libro aquí mencionado: *Poetices libri* VII. 1561.

Los Versos Proteos

Un ejemplo de hexámetro formado con monosílabos, es el de Bernhard Bauhuis, *Societas Iesu*[14], insigne epigramático, "que abarca la inscripción monosilábica de nuestro Salvador":

Rey, Líder, Sol, Ley, Luz, Fuente, Esperanza, Paz, Monte, Piedra,

CRISTO.

> *"Dicho hexámetro, Erycio Puteano*[15] *en Thaumat. Piet., y otros, afirman que pueden variarlo 362.880 veces, es decir, tomando en consideración solamente los monosílabos, los cuales*[16] *son 9; yo creo que el número es casi 10 veces mayor, es decir, éste: 3,628.800, añadiendo la décima palabra CRISTO, que además puede ser colocada en cualquier parte en tanto que Piedra permanezca inmóvil, y después de Piedra, puede ponerse, o bien la voz Cristo, o bien dos monosílabas. Serán, por tanto, variaciones inútiles aquellas en las que, después de Piedra, se ponga 1 monosílabo junto a Piedra, precediendo a Cristo; esto sucede tantas veces como son variados los restantes monosílabos, es decir, 40.320 veces. Puesto que el último puede ser cualquiera de esos 9, 40.320 $\frown$9 serán 362.880, - 3.628.800 serán 3,265.920. El cual es el número de las variaciones útiles*[17] *de este verso de Bauhusius".*

Pero aún consiguió un resultado más enorme Thomas Lans[18], en el prefacio de las *Consultationum*:

Lex, Rex, Grex, Res, Spes, Jus, Thus, Sal, Sol (bona), Lux, Laus.
Mars, Mors, Sors, Lis, Vis, Styx, Pus, Nox, Fex (mala), Crux, Fraus[19].

Cada uno de estos versos, ya que constan de 11 monosílabos, pueden variar 39,916.800 veces.

---

[14] BERNHARD BAUHUIS, SJ (1575-1619). *Epigramatum selectorum libri V*. Antwerpe, 1620. Citado también por JAMES BERNOULLI en su *Ars Conjectandi* y por Todhunter, que menciona también la célebre línea de Bauhuis en favor de la Virgen Maria: *Tot tibi sunt dotes, Virgo, quot sidera caelo*. Este verso admite 1022 ordenaciones diferentes, según Erycius Puteanus en su libro de 1617. Este era el mismo número de las estrellas que aparecían en el catálogo de Ptolomeo.

[15] Erycius Puteanus, una latinización de HENDRICK VAN DEN PUTTE, (1574-1646), fue un humanista y filólogo de los Países Bajos. Entre sus obras: *Cryptographia Tassiana, Purpura Austriaca. Ovi Encomium, De Anagrammatismo*, Bruselas 1643. Citada aquí: *Pietatis Thaumata*, en BERNARDINI BAUHUS, *Protheum Partenium*, Antwerpe, 1617.

[16] En latín: *Rex, Dux, Sol, Lex, Lux, Fons, Spes, Pax, Mons, Petra, CHRISTUS*. Las permutaciones de 9 son efectivamente 9! = 362.880.

[17] Aquí el signo menos quiere decir que de 3,628.800 se ha de restar 362.880. El rigor matemático de Leibniz no es todavía muy grande.

[18] THOMAS LANSIUS (Lanß) (1577 -1657). Doctor en derecho en la Universidad de Tubinga. La obra citada: *Orationes seu consultatio de principatu inter provincias Europae*. Tübingen 1613.

[19] En realidad, al traducirlas ya no son palabras monosílabas: Ley, Rey, Grey, Cosa, Esperanza, Derecho, Incienso, Sal (ingenio), Sol (buena), Luz, Gloria. Marte, Muerte, Suerte, Acción, Fuerza, Estigia, Pus, Noche, Hez (mala), Cruz, Fraude.

Y siguiendo estos ejemplos, Johann Philipp Ebel[20] de Giessen, cuando era Rector de la Escuela de Ulm, comentó un Hexámetro, que dice así:

> *DIs, VIs, LIs, LaVs, fraVs, stIrps, frons, Mars,*
> *regnat In orbe*[21].

> *"En esa misma obra se expresa el año en que se compuso y también que era absolutamente cierto que Cristo había nacido 1620 años atrás. De lo cual, puesto que las monosílabas son 8, es necesario que nazcan 40.320 variaciones".*

Y también se permite Leibniz otra ironía sobre la falta de información y el exceso de vanidad de un tal Joh. Bapt. Riccioli[22], que, en una obra poética más extraña, propone, en su *Almagest. nov*. P.1. lib. 6. c. 6, Escolio 1, hoja 413, estos símbolos:

> *Hoc metri tibi me en nunc hic, Thety, Protea sacro:*

> *Sum Stryx, Glis, Grus, Sphynx, Mus, Lynx, Sus, Bos, Caper et Hydrus*[23]

> *"Estos 9 monosílabos varían 362.880 veces. Si el lugar de las últimas voces: <u>et Hydrus</u>, lo hubiera sustituido por monosílabos, por ejemplo Lar, Grex, hubiera ascendido hasta las variaciones de Lans".*

Pero aquí advierte Leibniz del error, porque Riccioli ha confundido a Thetys con Thetis, y ha considerado posible abreviar las sílabas de la misma para que cumplan las leyes de los hexámetros:

> *"Y oportunamente me viene a socorrer en esta cuestión aquel verso virgiliano de las Geor.1. v.31.*

> *Teque sibi generum Thetys emat omnibus undis*[24]

Pues, una es *Thetys,* la Reina del Océano, esposa de Nereo[25]; la otra *Thetis* es una ninfa marina vil, casada con el mortal Peleo, padre de Aquiles, la cual no es digna de que se le consagre un <verso> Proteo. Esta última sí es razonable que sea abreviada[26]:

> *Vecta est frenato caerula pisce Thetis*[27].

---

[20] JOHANN PHILIPP EBEL (1592-1627), pedagogo, bibliotecario de Giessen, Rector de la Escuela de Ulm. Entre sus obras: *De statu linguarum et artium liberalium in seculis superioribus ante Lutherum.* 1617. *Epigrammata palindroma.* 1623.

[21] Es decir: "la Riqueza, la Fuerza, la Acción, la Gloria, el fraude, la estirpe, la apariencia, Marte, reina en el Orbe".

[22] GIOVANNI BATTISTA RICCIOLI (1598-1671), fue un astrónomo y jesuita italiano. Es conocido por ser la primera persona en medir la tasa de aceleración de un cuerpo cayendo libremente. Se opuso a la teoría heliocéntrica copernicana, elogiando su valor como una simple hipótesis. El texto citado es *Almagestum novum*, 1651.

[23] Invoca a Thetis y a Proteo, de la mitología griega, "Oh Thetis, este verso Proteo te consagro ahora aquí..." y menciona animales míticos y reales como el lince, la esfinge, la hidra, etc.

[24] "Y Tethys ofrece todas sus olas para tenerte por yerno".

[25] Efectivamente, son dos diosas diferentes, Thetys es de la raza de los Titanes, hija de Urano y Gaia, que con Océano tuvo a su hija Doris y ésta, con Nereo, tuvo a las Nereidas, una de las cuales es Thetis, casada contra su voluntad con el mortal Peleo y madre de Aquiles. Leibniz dice aquí que Thetys era esposa de Nereo y no la suegra, como implica el verso de Virgilio.

[26] La Thetis indigna sí que se puede abreviar, para conseguir que tenga las letras o sílabas adecuadas.

[27] Alusión a que Thetis, desnuda, aparecía montando sobre un delfín. El verso es de Catulo.

Por lo demás, Riccioli quiso imitar a Scaligero, pues los <versos> de ambos sobre Proteo, son en efecto, proteos. El suyo, es este:

Perfide sperasti divos te fallere Proteu."

Los hexámetros

Pero donde puede lucir verdaderamente el talento del poeta en la creación de palíndromos es en los hexámetros clásicos[28].

> *"Como el Hexámetro tiene seis pies, en realidad en los otros pueden cohabitar un dáctilo y un espondeo, pero el penúltimo sólo puede gozar de un dáctilo, y el último de un espondeo o un troqueo. Por lo tanto, los 4 primeros consisten en ser o bien solamente dáctilos, 1; o bien solamente espondeos, 1; o bien tres dáctilos y un espondeo, o al contrario, 2; o bien 2 dáctilos y 2 espondeos, 1; y cualquier variación de lugar, 12. Así 2+1 serán 3, ⌒12 serán 36, +1+1 serán 38. Pues en cada caso de estos géneros, el último verso o es espondeo o troqueo, 2 ⌒38 serán 76. Todos son géneros de hexámetro, si atendiéramos sólo a la métrica".*

Además, los hexámetros pueden tener un número variable de letras, "como es evidente en un panegírico de Publio Porfirio Optaciano a Constantino Magno, conteniendo 26 versos heroicos, de los cuales el primero es de 25 letras, y creciendo los demás en forma continua en una letra, hasta el vigésimo sexto, que tiene 50. Expresando así todos un tipo de instrumento musical".

En efecto, Publio Porfirio Optaciano fue un poeta latino que vivió a principios del siglo IV. Escribió un *Panegírico de Constantino*, cuyos versos están dispuestos de modo que forman diferentes figuras. Algunas de ellas son cuadrados (el número de letras en cada línea es el mismo), algunas letras están rubricadas de manera que forman modelos o figuras, y al mismo tiempo versos o máximas especiales; otros representan variados objetos (una siringa, un órgano, un altar); otros tienen peculiaridades especiales en cada línea (números de palabra o de letras) mientras que el octavo poema (el *versus anacyclici*) puede leerse hacia atrás sin ningún efecto sobre el significado ni sobre la métrica. En una ocasión fue desterrado Optaciano, pero este Panegírico le valió el perdón. Se conserva una carta de felicitación del emperador y la respuesta de agradecimiento del autor.

También Erycio Puteano, en la obra antes mencionada, se refiere a los versos de Optaciano para Constantino:

---

[28] El hexámetro es un verso de la poesía griega y latina que consta de seis pies formados por dáctilos y espondeos, o troqueo, si es el sexto pie, siendo obligatorio que el quinto sea un dáctilo. La cesura (del latín *caesura*: cortadura) es el espacio o pausa dentro de un verso separando dos partes llamadas hemistiquios. El troqueo es un pie de métrica constituido por una sílaba larga y otra breve (_υ), el dáctilo (del latín *dactylus*, y este del griego δάκτυλο, dáktylos, «dedo») es un pie compuesto por una sílaba larga seguida de dos breves (_ υυ). el espondeo tiene dos sílabas largas (_ _). Tal como vemos aquí, el hexámetro tendría para Leibniz un *caput* en el quinto y sexto pies.

Quem divus genuit Constantius Induperator

Aurea Romanis propagans secula nato.

"Entre ellos, el primero es Torpalio, (las voces constan de sílabas continuamente crecientes), el otro es Proteo sexiforme[29]*, si se puede hablar así:*

Aurea Romanis propagans secula nato.

Aurea propagans Romanis secula nato.

Secula Romanis propagans aurea nato.

Propagans Romanis aurea secula nato.

Romanis propagans aurea secula nato."

La Guerra

Le llama la atención a Leibniz el caso de un jefe militar que aplicaba las mismas ideas de combinatoria a la estrategia guerrera. Se trata de "un ingenioso descubrimiento del Señor de Breissac[30], en el que nada puede resultar más cómodo que el arte complicatorio de las ciencias. Cualquier cosa que deba atender en la guerra el buen príncipe, es compleja: se forman 9 clases, en la Iª cuestiones y circunstancias, en la IIª el estatus, en la IIIª las personas, en la IVª los actos, en la Vª los fines, en la VIª los instrumentos de la acción descartada, o sea aquellos que está en nuestro poder emplear, pero que no podemos fabricar; en la VIIª los instrumentos que fabricamos y que usamos, en la VIIIª los instrumentos cuya utilidad es la consunción; en la IXª, los actos finales, o sea, próximos a la ejecución; por ejemplo:

I. Acaso. Con qué. Dónde. Cuándo. De qué modo. Cuánto.

II. Guerra. Paz. Armisticio. Conferencia. Tratado. Transacción.

III. Patriotas. Súbditos. Federados. Aliados. Neutrales. Enemigos.

IV. Permanecer. Ceder. Luchar. Salir. Expedición. Cuarteles de Invierno.

V. Decoro. Lucro. Obediencia. Honestidad. Necesidad. Comodidad.

VI. Sol. Agua. Viento. Jornadas. Tribulaciones. Ocasión.

VII. Carretas. Escalas. Puentes. Piquetas. Palas (Schauffeln) Naves.

VIII. Dinero. Víveres. Torm. Arena. Torm. Pelotones. Caballos. Medicinas.

IX. las Guardias. el Orden. el Asalto. la Seguridad. la Agresión. los Planes".

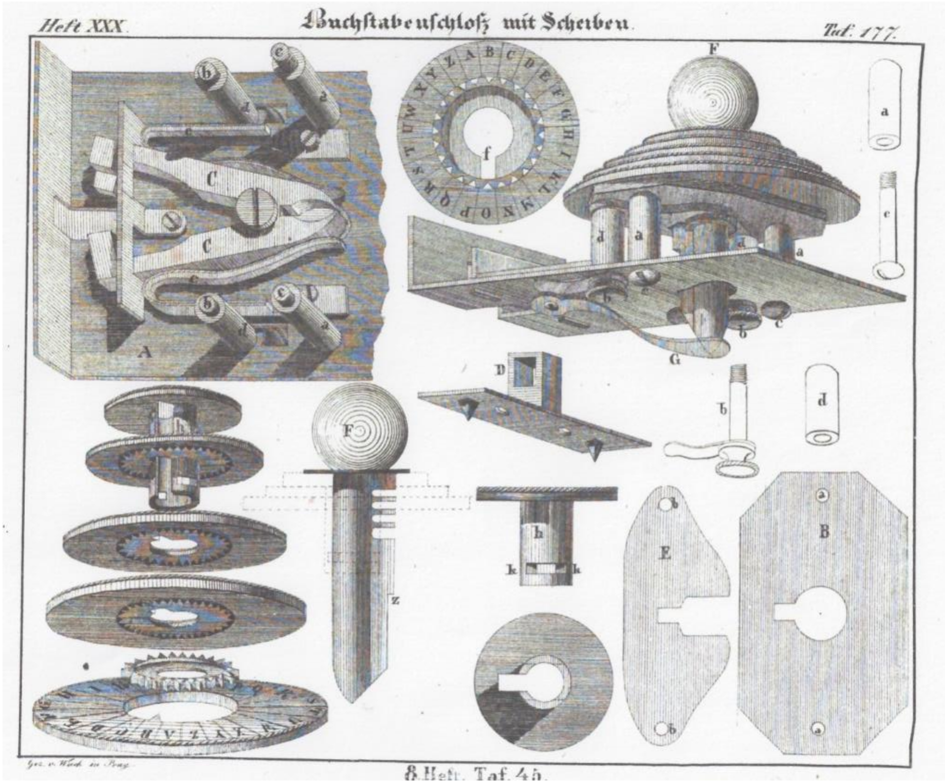
[29] Es decir, se pueden ordenar las voces de sex = seis maneras diferentes. Aquí vemos claramente que las partes fijas útiles son variadas y difíciles de calcular, debido a las exigencias del verso.

[30] El Señor de Breissac o Brissac, militar francés, aplicaba la Lógica Inventiva a cuestiones militares y estratégicas.

Cerraduras Secretas

He aquí otra curiosa aplicación de la combinatoria:

> *“Basada en el mismo principio de las Complicaciones está la Rhabdologia de Neper*[31]*, y aquellos candados de cerrajero, die Vorleg-Schlösser, que se abrían sin llave por un arte admirable, que llaman Mahl-Schlösser, es decir, que la superficie de la cerradura está protegida por armellas*[32] *de metal, casi como anillos giratorios, cada anillo tiene grabada una letra del alfabeto.*



Además, las cerraduras tienen impuesto un cierto nombre, por ejemplo, Úrsula, Catharina, en las cuales, quien ignore el nombre, solo por casualidad puede llegar a hacer girar los anillos. Pero quien conoce el nombre, gira los anillos correspondientes uno a uno, de forma que al final aparezca el nombre, es decir que las letras del alfabeto del nombre dado completan los diversos anillos de cada línea en una serie concreta.

[31] JOHN NAPIER (NEPER), barón de Merchiston (1550-1617), matemático escocés, reconocido por ser el primero en definir los logaritmos. También hizo común el uso del punto decimal en las operaciones aritméticas. En 1617 apareció su obra *Rabdologiæ seu numerationis per virgulas libri duo: cum appendice expeditissimo multiplicationis promptuario, quibus accesit et arithmeticæ localis liber unus*, en la que describe el ábaco neperiano.

[32] Un anillo de metal que suele tener una espiga o tornillo para clavarlo en parte sólida.

Entonces, cuando los anillos estén exactamente en esa posición, la cerradura se podrá abrir facilísimamente. Véanse sus cerraduras con armellas en *Secretis*, de Wecker[33], en la *Cryptographia*, del ilustrísimo Gustavum Selenum[34], y en *Delicia*, de Schwenter[35]. "

Colores e hilos

El tema de los colores primarios y sus combinaciones que producen nuevos colores, es una aplicación interesante. Pero curiosamente, los colores considerados son bastante diferentes de los que conocemos hoy: Harsdörffer, propone estos 5 colores primarios: A. albo, D. dorado, R. rojizo, C. cerúleo[36], N. negro. Los combina entre ellos de manera que los extremos: blanco y negro, nunca coexistan. Por lo tanto se originan de ellos el AD sub-albo, AR <color> carne, AC ceniciento; DR áureo, DC verde <reverdeciente>, DN oscuro; RC purpúreo, RN sub-rojizo; CN sub-cerúleo. En total son 9, es decir que son las com2naciones de 5 cosas, exceptuando las de los extremos. Se plantea la cuestión de combinarlos de tres en tres, etc. y saber cuántos colores surgirían de ellos. Además, dice Leibniz, "también advierto que esos mismos a los que se considera como primarios, no son primarios, sino que todos surgen de la mezcla del blanco y el negro, o de la luz y la sombra".

Otra de las posibilidades es la mezcla de hilos de diferentes colores y el intrigante problema de nuestras limitaciones para distinguir todos los matices posibles, y sobre todo cómo producir, desde el negro y el blanco otra vez al arco iris:

> *"Pues yo recuerdo haber leído, aunque no recuerdo el autor, que un noble bordador habría combinado 80 colores, no sé cuáles, y unía siempre los afines con los afines, aunque no solo los hilos muy negros y tampoco solo los muy blancos; después, varias alternaciones de los hilos blancos y negros; y en las inmediaciones, a veces varios de los blancos, a veces varios de los negros, habrían producido una variedad de colores: en realidad los hilos individuales habrían sido invisibles por sí mismos para el ojo desnudo. Si esto es así, habría sido éste el único experimento suficiente para volver a atacar la naturaleza de los colores desde su mismo origen".*

[33] (Johannes) JACOB WECKER (1528-1586), *De secretis libri XVII*, Basilea, 1582. fue un médico suizo, publicó el *Antidotarum generale*, una obra sobre alquimia. Sus obras muestran un profundo conocimiento del mundo alquímico. En ambas obras muestra toda la técnica utilizada en el XVI en Europa para las preparaciones en laboratorio.

[34] Este es el pseudónimo de Augustus II, duque de Brunswick y de Luneburg, que publicó la *Cryptomenitices et Cryptographia, libri IX*, Lunebourg, 1624. Véase el documentado artículo de Ernest Coumet, (1968).

[35] DANIEL SCHWENDER (1585-1636) era un orientalista, matemático, inventor, poeta y bibliotecario nacido en Nuremberg. Fue profesor de lenguas orientales y matemáticas en la Universidad de Altdorf. Sus obras relacionadas con la matemática son: *Delicia Physico-Mathematicae* (Nuremberg, 1636), citada aquí por Leibniz, y *Geometriae practicae novae et auctae tractatus* I-IV (publicada póstumamente en 1641).

[36] *Flavus*: amarillo dorado, *Ceruleus*: Azul oscuro, preferentemente del agua: mar, río, y del cielo.

La Música

En la época de Leibniz la nota *Si* todavía no era aceptada, pero las variaciones de todas las demás podían producir innumerables melodías. Leibniz estudia el caso de las composiciones hexasilábicas, pero advierte que igualmente se podrían considerar otras. Además, en todas las de más de seis sílabas es necesario que haya voces repetidas. A continuación mostramos las posibilidades. Hay que tener en cuenta que estas variaciones contienen partes fijas o *caput* y siguiendo las reglas, aparecen 187.920 casos posibles:

I. do, re, mi, fa, sol, la. Las variaciones de orden son 720
II. do, do, re, mi, fa, sol. Las variaciones de orden 720-120
serán 600. Pues no solo el do, sino cualquiera de las 6 voces
puede repetirse 2 veces. Esto es, 6 ⌒600 serán 3600. Y de las
5 voces restantes, las otras 4 se pueden poner siempre 5
veces después de do, do; es decir, re, mi, fa, sol; re, mi, fa, la;
re, mi, sol, la; re, fa, sol, la; mi, fa, sol, la. Luego 5 cosas
tienen 5 con4naciones: 5 ⌒3600 serán18.000
III. do, do, re, re, mi, fa. 480 ⌒15 serán 7200, ⌒6 serán43.200
IV. do, do, re, re, mi, mi. 360 ⌒20 será 7.200
V. do, do, do, re, mi, fa. 360 ⌒6 será 2160, ⌒20 serán 43.200
VI. do, do, do, re, re, mi. 360 ⌒6 ⌒5 ⌒4 serán43.200
VII. do, do, do, re, re, re. 240 ⌒15 serán 3.600
VIII. do, do, do, do, re, mi. 360 ⌒6 ⌒10 serán21.600
IX. do, do, do, do, re, re. 240 ⌒6 ⌒5 serán 7.200
Suma 187.920

Las ruedas concéntricas

La idea de las ruedas concéntricas de diferentes diámetros era muy común, Llull la utilizó y también Harsdörffer construyó él mismo una máquina de 5 ruedas concéntricas, para los elementos fundamentales del lenguaje alemán, a la que llamó *Fünffachen Dendring der teutschen Sprache*[37]. En la rueda interior de las cuales hay 48 V*orsilben*, en la penúltima 60 *Anfange und Rein-Buchstaben*, en la del medio 12, es decir, vocales o diptongos; en la anterior a la exterior 120 *End-Buchstaben*, en la exterior 24 *Nachsilben*. Con esto pretende liberar todas las voces germánicas. Como aquí igualmente se multiplican las clases por las clases, multiplicaremos 48, 60, 12, 120, 24, que se hacen

[37] Los cinco círculos concéntricos del lenguaje alemán: Prefijos. Comienzos y letras puras, Letras medias. Letras finales. Sufijos.

cada una por la siguiente, y serán 97,209.600. Que es el número de voces germánicas que aquí surgen, útiles o significativas, e inútiles.

Esta máquina consistía en nueve ruedas de papiro, todas concéntricas, y unas circundando a las otras, de forma que cualquiera que quede inmóvil pueda ser rotada. Así desplazándola ligeramente, con cada nueva cuestión en la rueda, aparecerá una nueva complexión.

Sentarse a la mesa

Éste es también un problema curioso, el de la permutación de los invitados alrededor de una mesa redonda, pero en la que hay una parte fija, es decir un asiento privilegiado, el del dueño de la casa. Se buscan, en efecto, todas las formas en que, en uno u otro orden, un número de personas dadas puede sentarse a la mesa. Leibniz menciona una anécdota de Drexelius[38], en *Phaètonte orbis seu de vitiis linguae*: Un padre de familia ha invitado a una cena a 6 huéspedes, pero no sabe cuáles son sus títulos o su categoría, de forma que no es capaz de ponerlos en el orden adecuado. Cuando llegó el momento de acomodarlos, con respecto al lugar de preferencia, el suyo mismo, se los encontró de pie, esperando que les asignara sus puestos, y él les increpó: “¿Cómo? ¿Vamos a comer de pie? Pero ni siquiera así, ya que para estar de pie también es necesario un orden. Pero si no cedéis, como yo tampoco respecto a vosotros, para que no pudierais quejaros, todas las veces que os invite a cenar, se puede variar vuestro orden”. Naturalmente, no se había parado a pensar ni a hacer los cálculos antes de hablar, pues de ese modo hubiera descubierto que hay 720 variaciones y que eran necesarias otras tantas cenas; las cuales, aunque se hicieran de forma continuada cada noche, durarían 720 días, es decir, que consumirían un bienio más 10 días.

Letras y Palabras

Volviendo a Aristóteles, Leibniz señala que ha utilizado el ejemplo de todas las voces que se originan a partir de una pocas letras, para aclarar el origen de las cosas a partir de los átomos de la doctrina de Demócrito, en *De Generación y Corrupción*, y en el más ilustre libro *Metafísica*, donde dice que, según Demócrito, los Átomos se diferencian, o bien por la Figura, así como las letras A y N; o bien por el Lugar, como las letras N y Z, pues al rotarlas se pueden transformar la una en la otra. Y no se le escapa que el propio Lucrecio se dio cuenta de las variaciones y combinaciones de las cosas[39]:

---

[38] JEREMIAS DREXEL S.J. (Hieremias Drexelius o Drechsel) (1581– 1638) autor de literatura devocional y profesor de humanidades y retórica. Alemán, nacido en Augsburgo y educado como luterano. Se convirtió al catolicismo en su juventud y fue educado por los jesuitas.

[39] LUCRECIO CARO, TITO (96 a.C-55 a.C.): *De la naturaleza de las cosas*: poema en seis cantos; hemos consultado la traducción de D. José Marchena (1768-1821). Edición digital basada en la edición de Madrid, Librería de Hernando y Compañía, 1918. Localización: Biblioteca Nacional (España).

> *"De igual modo que en mis versos contemplas diferente la combinación (complexiones) y orden (variación de lugar) de las letras; Pues lo mismo mar y cielo, tierras, ríos, sol, muestran: las semillas, árboles y animales; Pues si no en todas, en gran medida la mayor parte es muy similar; solamente respecto al orden difieren: así en los cuerpos de la Naturaleza. Si se permutan los intervalos, vías, uniones, gravedades, zonas, encuentros, movimientos, orden, posición y figuras, también las cosas deben cambiar".*

Leibniz menciona también a Lactancio, en *Divinas Instituciones, que* señala: "*Él (Epicuro) dice que <las cosas> se reúnen en variado orden y posición, como las letras, que, aunque reducidas en número, mediante la variedad de ordenaciones, componen innumerables palabras*[40]".También cita a Pierre Gassendi, en *Anotaciones al décimo libro de Diógenes Laercio*, en el año 1649, y a Johann Chrysostom Magnenus[41], en *Democritus reviviscens, Disp. 2 de Atomis.* Y finalmente, una nueva sorpresa:

> *"Y después, a esta transposición de las letras pertenece aquel divertido género de docencia el cual ha recordado Hyeronimus a Paulina en el uso de los dados, imprimiéndoles letras y sílabas para los niños".*

Esta curiosa cita se refiere a Eusebio Hierónimo de Estridón, (c. 340 – 420), San Jerónimo para los cristianos (tradujo la Biblia del griego y el hebreo al latín. Es considerado Padre de la Iglesia, uno de los cuatro grandes Padres Latinos. La traducción al latín de la Biblia hecha por San Jerónimo, llamada la Vulgata, ha sido, hasta la promulgación de la Neovulgata, en 1979, el texto bíblico oficial de la Iglesia católica romana. Ofició de guía espiritual de un grupo de mujeres pertenecientes a la aristocracia romana, entre quienes se contaban la viuda Paula de Roma, a quien Jerónimo dirigió una de sus más famosas epístolas, sobre el tema de la virginidad.

Harsdörffer utilizaba, al modo de Jerónimo, los cubos con inscripciones y ordenaba esto así en sus *Delicias Matemáticas*: son 6 cubos, cada uno de los cuales tiene 6 lados, y habrá 36 inscripciones, es decir, éstas:

I. a. e. i. o. u. y. II. b. c. d.
f. g. h. III. k. l. m. n. p. q. IV. r. s. ß. t. w. x. V. v. j. s. x. ä. ö. VI. ff. ss. tz. sch. ch. z.

Pues, el alfabeto del juego de un dado enseñará las sílabas (el deletreo) de dos dados, de donde paulatinamente surgirán las palabras. Las variaciones de las letras del alfabeto son muchísimas y de entre ellas habría que poder distinguir las que forman palabras, así:

[40] En respuesta a su pregunta: "Si la naturaleza de las cosas es la misma, ¿cómo es que componen objetos diferentes?"

[41] JOHANN CHRYSOSTOM MAGNENUS (Jean Chrysostôme Magnen) (c.1590-c. 1679) fue un médico francés, partidario del atomismo. Obra citada: *Democritus reviviscens, sive the Atomis*, 1646.

"Clavius, en sus Comentarios a la Esfera de Sacrobosco, dice que las variaciones de las 23 letras de la lengua latina son 25.852.016.738.884.976.640.000, cantidad que está de acuerdo con nuestro cálculo; Lauremberg[42] *les asignó 620.448.397.827.051.993 variaciones a las 24 letras germánicas. Erycio Puteano, en su mencionado opúsculo*[43]*, 62.044.801.733.239.439.360.000;*

y Henricus van Etten: 620.448.593.438.860.613.360.000. Todos se quedan cortos. El verdadero número, es éste: 620.448.401.733.239.439.360.000. Todos coinciden en que los números iniciales son 620.448".

Aquí, pues, el número es tan grande, dice Leibniz, que, aun cuando todo el globo terráqueo fuera sólido en su total superficie, y un hombre pisara sobre cada pequeño espacio, y cada año, y más aún, cada hora vosotros sustituyerais todos los que murieran por otros nuevos, en la suma de todos ellos desde el inicio del mundo hasta el fin, continuamente, muchos todavía faltarían de lo que previamente se había calculado como dice Harsdörffer en *Hegiam Olynthiam Graecum*.

La Escritura Universal

Y así es como, del Arte Complicatoria de las Ciencias, o Lógica inventiva, fluye un uso o aplicación muy especial: "Una Escritura Universal, esto es, inteligible para cualquiera que pueda leer o sea versado en alguna lengua; lo cual hasta el día de hoy han intentado muchos hombres eruditos, de los cuales hace recensión el muy diligente Caspar Schott en el Lib. 7 de su *Techn. Curios."* Caspar Schott S.J., (1608-1666) fue un erudito alemán autor y pedagogo. Escribió *Technica curiosa, sive mirabilia artis*. Endterus, Nürnberg 1664. El libro 7 de esta obra se titula *Mirabilia Graphica*, y trata de *Clavis universalis*, taquigrafía antigua, nueva y aritmética, criptografía, y el origen del *arte scriptoria*. Curiosamente, en ese libro menciona la obra de un jesuita español, en estos términos: "*qui simile Artificium evulgavit, est doctus quidam et ingeniosus e Societate nostra Hispanus, ut mox sequenti Capite dicam*..." Y en el siguiente capítulo dice del hispano: "*Cuyo nombre se me escapa"*. La obra que cita es "*Arithmeticus Nomenclator, Mundi omnes nationes ad linguarum et sermonis unitatem invitans, Auctore lingua" (quod mirere) Hispano quodam, vere, ut dicitur, muto*. Se trata de Pedro Bermudo, (1610-1684), lullista y experto en estos temas, que publicó la obra mencionada en 1653. Nos dice Leibniz que también Kenelm Digby[44] en su *Tr. de Nat. Corp*. lo mencionó, cuando la obra del hispano fuera publicada en Roma el año 1653:

---

[42] JOHANN LAUREMBERG, (1590-1658) poeta satírico alemán, fue profesor de poesía en Rostock de 1618 a 1623 y después profesor de matemáticas en Sorø en Dinamarca. Lauremberg escribió poemas en latín, pero su obra principal, (*Veer Schertz Gedichte*, 1652) estaba escrita en su bajo alemán nativo.

[43] *Pietatis Thaumata*, en Bernardini Bauhus, *Protheum Partenium*, como se ha dicho más arriba. En este resultado hay un error, falta alguna cifra, como señala Leibniz.

[44] Sir KENELM DIGBY (1603-1665) fue un cortesano y diplomático inglés. También tenía una gran reputación como filósofo natural, y era conocido como intelectual católico romano. La obra citada se publicó en inglés en 1644: *The Nature of Bodies*.

“El método del mismo, tomado con bastante ingenio de la propia naturaleza de las cosas es éste: distribuía las cosas en varias clases, y en cualquiera de ellas había un cierto número de cosas. Así, escribía solamente con números, citando el número de la clase y de la cosa en la clase; adoptando también algunas notaciones de las inflexiones gramaticales y ortográficas. Igualmente se haría para las clases prefijadas por nosotros como más fundamentales, porque en éstas la clasificación es lo fundamental.”

Por otra parte, Joachinum Becher[45], primer médico de la corte de Mainz, publicó un opúsculo primero en latín en Frankfurt, y luego en alemán el año 1661. En este escrito se requiere que se construya un Léxico Latino como base, y que en él se dispongan las palabras en orden puramente alfabético y se numeren; después se construyen los Léxicos, donde las palabras de cada lengua estarían dispuestas, no alfabéticamente, sino en el orden en que están dispuestas las palabras latinas correspondientes. Se escriben, por tanto, las que deben ser entendidas por todos, mediante números, y el que quiera leerlas debe obtener en su Léxico vernáculo la voz marcada por el número dado, y así la interpretará. Así será suficiente, para el que lee, que comprenda su lengua vernácula y que despliegue su Léxico; pero para el que escribe, es indispensable (a menos que tenga además un Léxico alfabético de su lengua propia relacionado con los números) que tenga una versión latina y una vernácula, y desplegar uno y el otro Léxico. Realmente, dice Leibniz, *“tanto el artificio de Bermudo como el de Becher son obvios e impracticables, a causa de los sinónimos, de la ambigüedad de las palabras, por el tedio perpetuo de desplegar el Léxico (ya que nadie confiará nunca los números a la memoria), y por la heterogeneidad de las frases en las lenguas”.*

En realidad, dice Leibniz, constituyendo la Tabla o los predicamentos de nuestro arte complicatoria surgen cosas mejores:

> *“Pues, los Términos primitivos a partir de los cuales todos los otros se constituyen en un complejo, serían designados con una notación, y esa notación sería casi el Alfabeto. Ahora bien, lo cómodo sería que estos signos fueran máximamente naturales, por ejemplo, para el uno, un punto; para los números, puntos; para las relaciones de Ente con Ente, líneas; para la variación de los ángulos o de los términos, géneros de relaciones mediante líneas. Si éstas fueran constituidas correcta e ingeniosamente, esta escritura universal sería tan fácil como común, y podría leerse sin ningún léxico, e igualmente se obtendría un conocimiento fundamental de todas las cosas. En consecuencia, toda esta escritura llegaría a estar hecha casi con figuras geométricas; e incluso imágenes, como antiguamente los egipcios y hoy en día los chinos, aunque realmente sus imágenes no se reducen a un cierto Alfabeto o a letras, con lo que se hace necesario una increíble esfuerzo de la memoria, que es opuesto a esto. Aquí está, por tanto, el Uso XI de las complexiones, es decir, en la constitución de una poligrafía universal.”*

[45] JOHANN JOACHIM BECHER (1635-1682) físico y alquimista alemán, erudito y aventurero, precursor de la química con su teoría del *phlogisto*. La obra mencionada por Leibniz es: *Spirensis Character pro notitia linguarum universali*, Frankfurt, 1661, en la que da 10,000 palabras para su uso como lenguaje universal.

Aquí están las ideas para la futura Característica Geométrica y para muchas de sus ideas acerca de una Característica Universal, que debía ser extremadamente simple, un lenguaje que también fuera un cálculo, una especie de álgebra del pensamiento, que debería ser elaborada paralelamente y al mismo tiempo con una enciclopedia de todos los conocimientos humanos.

BIBLIOGRAFIA

COUTURAT, LOUIS (1969), *La Logique de Leibniz, d'après des documents inédits,* Olms, Hildesheim.

KNOBLOCH EBERHARD (1973), "Die mathematischen Studien von G.W. Leibniz zur Kombinatorik", *Studia Leibnitiana Supplementa*, Band XI, F. Steiner Verlag, Wiesbaden.

---, *G.W.Leibniz. Die mathematischen Studien zur Kombinatorik. Textband*", 1976 (*Stud. Leibn. Suppl*. Band. XVI.

---, *G.W.Leibniz, Ein Dialog zur Einführung in die Arithmetik und Algebra, nach der Originalhandschrift* hrsg., übersetzt und kommentiert von Eberhard Knobloch, Frommann Verlag, 1976, Stuttgart-Bad Cannstatt.

LEIBNIZ, G. W.: *Dissertatio De Arte Combinatoria,* finales de marzo 1666. AA, VI, Philosophische Schriften, I, (1663-1672), 165-230. *Otras Ediciones*: GM, V, 7-87. GP IV, 27-104. Está contenido en el segundo volumen de la edición Dutens. También está incluido en la colección de los principales escritos filosóficos de Leibniz (ed. Erdmann, Berlín, 1840).