Historia de la Probabilidad y de la Estadística

A.H.E.P.E.

Historia de la Probabilidad y de la Estadística

ISBN84-7288-**300** 0
Depósito Legal:

Fotocomposición: Alfa Centauro, S.A., Víctor de la Serna, 46. 28016 Madrid
Impresión: JACARYAN. Avda. Pedro Díez, 3. Madrid

Prólogo

En este volumen se recopilan todas las ponencias presentadas a las I[AS] JORNADAS DE HISTORIA DE LA ESTADÍSTICA Y DE LA PROBABILIDAD que fueron organizadas por la Asociación de Historia de la Estadística y de la Probabilidad de España (AHEPE), junto con la Universidad Rey Juan Carlos, la Universidad San Pablo-CEU y la Universidad de Castilla-La Mancha, y que se celebraron, los días 13 y 14 de Julio de 2001, en el Campus de Vicálvaro de la Universidad Rey Juan Carlos de Madrid. El volumen recoge aportaciones para la historia de la Probabilidad en sus inicios, estudios sobre Pascal, Laplace y Leibniz, unos primeros trabajos para ir dotando de cuerpo a la historia de la Probabilidad en España, otros que marcan la importancia de la Estadística en sus relaciones con la Economía y la Sociología, y otros relativos a la génesis de la Estadística Oficial y a la organización de la enseñanza de la Estadística. Se cierran las ponencias con la excepcional aportación del Profesor Velarde sobre los estadísticos españoles del siglo XX.

Esperamos que el contenido de este volumen sea de utilidad para los estudiosos de la Estadística y los de la Historia de la Ciencia en general.

Agradecemos a los patrocinadores del evento (Universidad San Pablo-CEU, Servired y Caja Castilla-La Mancha) la ayuda financiera prestada sin la cual hubiera sido imposible el organizar dichas jornadas.

Madrid, Diciembre de 2001

F. Javier Martín Pliego
Presidente de AHEPE

Contenido

Gregoria Mateos-Aparicio Morales
Universidad Complutense de Madrid
Historia de la Probabilidad (*desde sus orígenes hasta Laplace*) *y su relación con la Historia de la Teoría de la Decisión* **1**

Jesús Basulto Santos
Jose Antonio Camuñez Ruiz
Ana Mª Domínguez Quintero
Universidad de Sevilla
El Método universal de Pascal como un equivalente cierto al Problema de los Puntos **19**

Mary Sol de Mora Charles
Universidad del País Vasco
Pensiones, rentas y seguros. Los primeros cálculos y la participación de Leibniz **35**

Jesús Basulto Santos
José Javier Busto Guerrero
Francisco Javier Ortega Irizo
Universidad de Sevilla
La solución del problema de elegir un promedio en Laplace **49**

F. Javier Martín Pliego
Universidad Rey Juan Carlos
Los probabilistas españoles de los siglos XVII a XIX **67**

F. Gómez Camacho S.J.
Universidad Pontificia–Universidad de Salamanca
Probabilismo y toma de decisiones en la Escolástica española **81**

Jesús Santos del Cerro
Universidad de Castilla-La Mancha
Probabilismo moral y probabilidad... **103**

Marta García Secades
Universidad San Pablo-CEU
Antecedentes de la Concepción Subjetivista de la Probabilidad......... **119**

Antonio Franco Rodríguez-Lázaro
Universidad San Pablo-CEU
El cálculo de probabilidades en la polémica médica del siglo XIX...... **133**

María Blanco González
Universidad San Pablo CEU
Oikos versus aritmos: la Economía Política versus la Aritmética Política... **153**

Juan Manuel López Zafra
Universidad Complutense
Sonia de Paz Cobo
Universidad San Pablo CEU
Aportaciones de la Estadística a la discusión del método en Economía: la Teoría de Juegos y las Teorías de Utilidad **167**

Fernando Celestino Rey
Instituto Nacional de Estadística
La Génesis administrativa del Instituto Nacional de Estadística (*1939-1948*) **181**

Mª Carmen Escribano Ródenas
Universidad San Pablo CEU
Ana Isabel Busto Caballero
IES Victoria Kent
Primeros intentos para la organización de la enseñanza de la Estadística en España: cursos de Estadística y sus aplicaciones 1950-1952 .... **193**

Mª Carmen Escribano Ródenas
Universidad San Pablo CEU
Ana Isabel Busto Caballero
IES Victoria Kent
La creación en España de la primera Escuela de Estadística **205**

José Javier Escribano Benito
IES Valle Cidacos
La aportación de Sixto Cámara a la Estadística española **221**

Gabriela Mónica Fernández Barberis
Universidad San Pablo CEU
Evolución histórica de la Estadística en los Planes de Estudio de una Facultad de Psicología **237**

José María Arribas Macho
A. Félix Vallejos Izquierdo
UNED
Los orígenes de la Estadística social en España: los trabajos de la Comisión y del Instituto de Reformas Sociales.............................. **251**

David Teira Serrano
UNED
Álvaro Fernández Buendía
Universidad San Pablo-CEU
¿Qué demuestran las curvas estadísticas de demanda?................... **271**

Juan Velarde Fuertes
Catedrático Emérito de Economía Aplicada
Aportaciones de los Estadísticos Españoles al análisis de la Economía del siglo XX **287**

HISTORIA DE LA PROBABILIDAD (DESDE SUS ORÍGENES A LAPLACE) Y SU RELACIÓN CON LA HISTORIA DE LA TEORÍA DE LA DECISIÓN

Gregoria Mateos-Aparicio Morales
Universidad Complutense de Madrid

Plantearse un trabajo para presentar en unas jornadas como las que nos ocupan, requiere, en principio, justificar las motivaciones —tanto personales como intelectuales— que nos llevan a elegir un tema concreto. En este caso, esta elección viene determinada, en primer lugar, por un interés por la Historia de la Probabilidad desde la realización de mi tesis doctoral y posterior docencia en cursos de doctorado, y en segundo lugar por una motivación paralela que me lleva a encaminar el tema por el derrotero que considero que lo hace más atractivo: ensamblar, en el periodo que vamos a revisar, la Historia de la Teoría de la Decisión con la Historia de la Teoría de la Probabilidad.

Este ensamblaje será desigual, en el sentido de que las aportaciones a la Teoría de la Decisión, en esta época, son atisbos para el desarrollo de una teoría en la que las mayores aportaciones corresponden a los últimos 75 años. Por lo cual, lo que veremos en esta exposición son los aspectos históricos de los procesos de decisión que, de forma lenta, se van desarrollando coincidiendo de manera natural con los inicios del Cálculo de Probabilidades. Un ensamblaje que comienza en los primeros escritos de Blaise Pascal en 1662, quien se desmarca de las aplicaciones de los juegos de azar, que tanto influyeron en el desarrollo del Cálculo de Probabilidades, y publica la famosa *Apuesta por la creencia de Dios*, en la que ya aparece implícita la noción de probabilidad personal o subjetiva, la más adecuada para los procesos de decisión.

LA TEORÍA DEL AZAR EN SUS COMIENZOS

El cálculo de probabilidades surge para resolver problemas de juegos de azar. La presencia del hueso astrágalo (hueso del talón en los mamíferos) en excavaciones arqueológicas parece confirmar que los juegos de azar tienen una antigüedad de más de 40.000 años. De tiempos "más recientes" existe amplia documentación sobre la utilización de las tabas (nombre vulgar del astrágalo) en Grecia, Egipto y Roma. En las pirámides de Egipto se han encontrado pinturas que muestran juegos de azar de la época de 3.500 años a. de J.C.

Herodoto, historiador griego nacido en el año 484 a. de J.C., escribe sobre la popularidad en su época de los juegos de azar, especialmente mediante la tirada de tabas y dados. Los dados proceden de las tabas, que al desgastarse perdían su forma rectangular y se hacían cúbicas. En las civilizaciones antiguas, el azar tenía origen divino. Precisamente, en Grecia y Roma, los sacerdotes o pitonisas utilizaban la combinación que resultaba de lanzar cuatro tabas (las tabas tienen cuatro caras distintas) en los templos de los dioses como procedimiento mediante el cual la Fortuna, los Hados o el Destino podían expresar sus deseos. Era una forma de predecir el futuro.

En los juegos con el dado, el jugador desea hacer un análisis acerca de la posible ocurrencia o no ocurrencia de un suceso con el objeto de valorar de antemano sus posibles pérdidas o ganancias. Durante cientos de años este problema quedaba sin resolver ya que, para estos jugadores, lo aleatorio del juego llevaba parejo la incalculabilidad, creencia a la que llegaban después de gran número de intentos sin éxito sobre el cálculo de sus predicciones

A pesar de la gran afición al juego de los dados entre egipcios, griegos y romanos, estos no advirtieron que en un gran número de jugadas se tendía a obtener el mismo número de veces una cara que las restantes del dado, si éste estaba bien construido. El no advertir la equiprobabilidad de los resultados elementales en dados equilibrados, fue una de las causas de que el desarrollo del cálculo de probabilidades se retrasara durante siglos. Las primeras razones que encontramos por las que no se plantean la equiprobabilidad son dos: la imperfección del dado y las creencias religiosas; ya que las culturas antiguas, basadas en el determinismo, consideran que no es posible encontrar una causa que permita predecir el resultado de tirar un dado, sino que este resultado se debe a la voluntad divina.

Sin embargo esta explicación no es compartida por algunos estudiosos de la materia, entre ellos M.G Kendall[1] quién afirma que muchos dados están bien construidos, y considera las siguientes cuatro razones para no advertir la equiprobabilidad: 1. La ausencia de una teoría combinatoria; 2. La superstición de los jugadores; 3. La ausencia de una notación de los sucesos de azar; y 4. Las trabas morales y religiosas para el desarrollo de la idea de aleatoriedad.

Con el Cristianismo, estos planteamientos van evolucionando lentamente. Según San Agustín (354-430), la mano de Dios estaba en todas partes y nada acaecía sin causa; nada era aleatorio. Más adelante Santo Tomás de Aquino (1226-1274) considera que el azar y la suerte existen.

Pero es en el Renacimiento cuando comienza una nueva visión del mundo y se inicia un movimiento de liberación como reacción al espíritu de la Edad Media, que imponía a la conciencia nociones teológicas que limitaban todas las posibilidades humanas. Este movimiento de modernización se traduce en el estudio apasionado de los modelos griegos y romanos y un afán de investigación en el campo de la ciencia.

Como consecuencia de esta nueva visión se abandonan las explicaciones teológicas y se realiza una reconsideración de los experimentos aleatorios. La invención de la imprenta, a mediados del siglo XV, permitirá difundir los conocimientos existentes hasta entonces, con lo que impulsa definitivamente el desarrollo del cálculo de probabilidades.

LOS INICIOS DE LA TEORÍA DE LA PROBABILIDAD

En los comienzos del siglo XVI, los matemáticos italianos comienzan a interpretar los resultados de experimentos aleatorios sencillos. Los más representativos serán:

Gerolano Cardano (1501-1576), cuyo tratado, *De Ludo Aleae*, puede ser el mejor manual escrito para un jugador de la época. En él resuelve varios problemas de análisis combinatorio. Establece la equiprobabilidad en la aparición de las caras de un dado a largo plazo, describe algunos juegos y precauciones

[1] *Studies in the History of Statistics and Probability*. Vol. I, E.S. Pearson y M. Kendall. Ed. Charles Griffin, Londres 1978, pág. 30.

necesarias para emplear contra el adversario. Cardano afirma como uno de sus primeros axiomas que el dado y las cartas deben jugarse por dinero[2].

Galileo Galilei (1564-1642). Nacido en Pisa en 1564, Galilei fue matemático, astrónomo y físico. Escribió una obra titulada *Sopra le Scorpete de i Dadi*, que posteriormente aparece en sus obras completas, en 1718, con el título *Considerazione sopra il Giuco dei Dadi*. Debemos destacar de su obra la originalidad de pensamiento y claridad de objetivos. Parece que el interés por la probabilidad le surgió a Galileo porque un amigo le consultó el problema siguiente: los resultados 9 y 10 se pueden obtener con tres dados mediante seis combinaciones diferentes, pero la experiencia demuestra que el resultado 10 se obtiene mayor número de veces que el 9. Galileo razonó que de las 216 combinaciones posibles equiprobables, 27 eran favorables a que resultase el 10 y 25 eran favorables a que resultase el 9; por tanto la única diferencia entre las probabilidades de obtener 10 y 9 es $2/216 \cong 0,01$.

El amigo que consulta a Galileo no tiene en cuenta el orden y enumera así los casos favorables al 9: 126, 135, 144, 225, 234, 333 y del siguiente modo los casos favorables al 10: 136, 145, 226, 235, 244, 343. De esta manera se obtenían el mismo número de casos favorables a 9 y a 10, en ambos casos seis. Galileo, sin embargo calculaba así los casos posibles y favorables. Número de casos posibles $= VR_{6,3} = 6^3 = 216$. Los casos favorables al 9 serían: la combinación 126 y en cualquier otro orden son $P_3 = 3! = 6$ casos favorables. De la misma forma para las combinaciones 135 y 234. La combinación 144 y en cualquier otro orden $P_3^{2,1} = 3$ casos favorables. De la misma forma, para las combinación 225. Por último la combinación 333. En total son: $6+6+6+3+3+1 = 25$ casos favorables al 9. De la misma forma calculó los casos favorables al 10, cambiando el orden de cada combinación distinta. Así se obtienen 27 casos favorables al 10. Estos datos muestran como existía un intuitivo pero preciso análisis empírico de los resultados aleatorios, ya a finales del siglo XVI.

---

[2] Gerolano Cardano fue hijo ilegítimo de un geómetra, Fazio Cardano, nacido en Pavia en 1501. Su condición de hijo ilegítimo fue una barrera, en más de una ocasión, para su progreso profesional y ésta pudo ser la causa de que, en ocasiones, se atribuyera ideas de otros científicos. Su principal dedicación profesional fue la medicina, pero su condición de matemático y jugador sería la que motivó su obra *Liber de Ludo Aleae*.

LOS PRIMEROS FUNDAMENTOS

El desarrollo, y los primeros fundamentos, del cálculo de probabilidades para los juegos de azar se produce lentamente durante los siglos XVI y XVII, con autores como **Blaise Pascal (1623-1662) y Pierre de Fermat (1601-1665).**

Pascal[3], alejándose un poco del cálculo probabilístico para los juegos de azar, como ya mencionamos en la introducción, escribe la famosa *Apuesta por la creencia en Dios* en la que introduce los elementos básicos de un problema de decisión; esto es un conjunto de alternativas posibles que pueden ocurrir con unos estados de la naturaleza. Pascal no considera la posibilidad de experimentación, simplemente describe la situación de un hombre ante la incertidumbre de si existe o no existe Dios y tiene que decidir entre llevar una vida piadosa con las normas de la religión cristiana o una vida mundana al margen de esas normas. Los estados de la naturaleza serían: E_1 = existe Dios; E_2 = no existe Dios. Las alternativas posibles: a_1 = llevar una vida piadosa, y a_2 = llevar una vida mundana. La matriz de decisión del proceso sería:

	E_1	E_2
a_1	u_{11}	u_{12}
a_2	u_{21}	u_{22}

siendo u_{ij} las consecuencias que corresponden a cada alternativa a_i con el estado E_j .

Para ordenar las alternativas, en primer lugar el individuo ha de ordenar las consecuencias y este orden depende de la persona. Con notación actual, escribimos cómo desarrolla el problema Pascal: 1) si el sistema de preferencias de la persona es $u_{11} \succ u_{21}$ y $u_{12} \succ u_{22}$, la alternativa a_1 sería dominante y es la mejor alternativa. 2) Si el sistema de preferencias de la persona es $u_{11} \succ u_{21}$ y $u_{22} \succ u_{12}$, ninguna de las dos alternativas domina a la otra, y Pascal propone el cálculo de la *máxima utilidad esperada* tomando

[3] Pascal nació el 19 de junio de 1623 en Clermont (ahora Clermont-Ferrand) Francia y murió el 19 de agosto de 1662, en París, con 39 años. Es el tercero de los cuatro hijos de Etienne Pascal, que se instaló con la familia en París. En 1639, la familia deja París y se instala en Rouen, donde poco después (en 1640) publica su primer trabajo *Essay on Conic Sections*.

$P(E_1) = P(E_2) = 1/2$. Entonces, como u_{11} es mayor que las otras utilidades (si se lleva vida piadosa y existe Dios) se cumpliría:

$$\sum_j u_{1j}\, p(E_j) > \sum_j u_{2j}\, p(E_j) \Rightarrow a_1 \succ a_2$$

Con esta contribución de Pascal iniciamos el doble recorrido que nos habíamos propuesto al comienzo: señalar cómo los distintos protagonistas de la historia de la probabilidad han dejado también su huella en el desarrollo inicial de la teoría de la decisión con importantes aportaciones.

Por su parte, Fermat[4] es llamado "padre de la teoría de los números", rama de las matemáticas que estudia las propiedades de los números enteros. Su amplia participación en las matemáticas de su tiempo se realizó por completo a través de correspondencia particular con otros estudiosos. Fermat formuló muchos teoremas importantes que no fueron demostrados hasta después de su muerte. Hacía 1840 solamente faltaba demostrar uno de ellos que ha llegado a denominarse "último teorema de Fermat": Cuando *n* es un número entero mayor que 2, no existe ninguna solución de la ecuación $x^n + y^n = z^n$ formada exclusivamente por números enteros positivos[5].

En teoría de los números su fuente de inspiración fue Diofanto de Alejandría, matemático griego del siglo II d. de J.C., cuya obra *Aritmética* fue descubierta por los europeos a mediados del siglo XVI. Muchos autores consideran como origen del cálculo de probabilidades la resolución del Problema de los Puntos en la correspondencia entre Pascal y Fermat: cinco cartas[6] que intercambiaron en el verano de 1654.

---

[4] **Pierre de Fermat** nació cerca de Montauban, próximo a Toulouse, en 1601 y murió en Castres el 12 de enero de 1665. En 1631, obtuvo el acta de consejero en el parlamento local de Toulouse. Pasó toda su vida en el sur de Francia lejos de los grandes centros europeos del saber. No era matemático profesional sino jurista, y ninguno de sus trabajos de matemáticas vio la luz hasta después de su muerte.

[5] Precisamente este teorema es uno de los que ha mantenido alerta a toda la comunidad matemática, incluso en nuestros días. Alrededor de 350 años después de su formulación, y a partir de la investigación de Andrew Wiles, el teorema de Fermat quedó al fin demostrado. Vid. *Annals of Mathematics*, **142** (1995), págs. 443-551

[6] Existen tres de estas cartas de Pascal a Fermat, publicadas en *Varia Opera mathematica* por Pierre Fermat en 1679, en las páginas 179-188. También los trabajos publicados por Pascal contienen cartas escritas de Fermat a Pascal, dos de ellas sobre el tema de cálculo de probabilidades.

Los dos autores consideraron el problema de los dados y el problema de los puntos, ya estudiados por Cardano. El problema de los dados plantea cuántas veces hay que tirar dos dados hasta que aparezca en ellos el seis. El problema de los puntos fue el que el Caballero De Meré, un jugador empedernido, le propuso a Pascal, y éste, a su vez se lo comunicó a Fermat. Consistía en cómo debería repartirse el dinero de las apuestas depositado en la mesa si los jugadores se ven obligados (seguramente por la policía ya que el juego estaba prohibido) a finalizar la partida sin que exista un ganador. La pregunta hecha de otra forma podría ser: ¿Cuál es la probabilidad que cada jugador tiene de ganar en cada etapa del juego? O bien ¿cómo dividir las apuestas si el juego es incompleto? Una de las conclusiones de Pascal y Fermat es que los jugadores tienen iguales probabilidades de ganar un punto (un tanto) cualquiera, si se les supone igual habilidad.

Poco tiempo después, en París, el matemático **Christiaan Huygens (1629-1695)**[7] tendrá conocimiento del trabajo sobre probabilidad llevado a cabo por Pascal y Fermat. Tras su vuelta a Holanda, Huygens escribirá, en 1657, un pequeño trabajo llamado *De Ratiociniis in Ludo Aleae* (Sobre el razonamiento de los juegos de azar), que fue la más importante aportación a la teoría de la probabilidad en la segunda mitad del siglo XVII . Publicado primero por Schooten[8] -tutor suyo de matemáticas mientras Huygens estaba en Leiden- el trabajo contiene catorce proposiciones. En la cuarta, quinta, sexta y séptima se vuelve a discutir el Problema de los Puntos con dos jugadores, con un método similar al ya referido cuando hablamos de Pascal y Fermat. La octava y la novena proposiciones discuten el mismo problema para tres jugadores. Al final de su tratado propone cinco problemas sin demostración, cuya solución se da en *Ars Conjectandi,* de James Bernoulli. Este tratado de Huygens, considerado por algunos autores como el padre de la teoría de la probabilidad, fue el mejor informe sobre el cálculo de probabilidades hasta que fue sustituido por otros más elaborados, como los de James Bernoulli, Montmort y de Moivre. Siguiendo con el recorrido, que hemos empezado en Pascal, sobre la historia de la teoría de la decisión, hemos de decir que Huygens introdujo el *concepto de esperanza matemática,* en su obra *De Ratiociniis in Ludo Aleae*, al resolver un problema de juego en el que tiene que asignar un valor a éste, combinando las cantidades que se pueden ganar con las probabilidades de ganarlas. De esta manera Huygens encuentra la forma

---

[7] Huygens nació el 14 de abril de 1629, en La Haya (Holanda), y murió el 8 de julio de 1695 en la misma ciudad. Su padre, Constantin Huygens, era filósofo y diplomático y a través de él Christiaan tuvo acceso a los más importantes círculos científicos, sobre todo con Descartes que influyó en su educación matemática, ya que era amigo su padre.

[8] En las páginas finales de su trabajo *Exercitationum Mathematicarum libri quinque* (1657).

de valorar las consecuencias, como concepto fundamental para la teoría de la utilidad, y, por tanto, para la teoría de la decisión.

A partir de él, el cálculo de probabilidades comienza a interesarse no sólo por el juego. Su libro fue el primero que se publicó sobre cálculo de probabilidades y ejerció gran influencia sobre James Bernoulli y De Moivre.

DE LOS PROBLEMAS PARTICULARES A LAS FORMULACIONES GENERALES

En la última parte del siglo XVII y principios del XVIII los autores que citaremos a continuación formulan sus teorías de manera más general que sus antecesores. Entre ellos, **James Bernoulli (1654-1705) y Daniel Bernoulli (1700-1782)**. Los Bernoulli constituyen una de las familias más ilustres en la historia de las matemáticas. Nueve de sus miembros fueron destacados científicos de su época, cuatro de ellos tuvieron el honor de ser elegidos miembros de la Academia de Ciencias de París y cinco de ellos han contribuido notablemente a la historia de la teoría de la probabilidad. El primero de la familia en conseguir una reputación como matemático fue James Bernoulli[9], quien escribió un amplio tratado, *Ars Conjectandi* (El arte de la previsión) sobre el cálculo de probabilidades, publicado en 1713, ocho años después de su muerte. La obra se dividía en cuatro partes. La primera es precisamente el tratado de Huygens *De Ratiociniis in Ludo Aleae* con un comentario de Bernoulli sobre la obra, que algunos autores consideran de más valor que el propio tratado de Huygens. En ella se proponen también nuevas herramientas combinatorias y el autor las aplica a problemas nuevos. En la cuarta parte, se expone una teoría nueva de la probabilidad, usando ideas de Huygens junto con la teoría de los grandes números que Bernuolli demostró en 1689, y aplica la teoría de la probabilidad a cuestiones interesantes de la ciencia económica[10].

---

[9] Nació en Basilea, el 27 de diciembre de 1654, y murió en la misma ciudad, el 16 de agosto de 1705, James estudió teología por imposición de su padre, graduándose en Basilea en 1676. Más tarde recala en Holanda, Francia e Inglaterra, donde estudia matemáticas, astronomía y física contra la voluntad de su padre. Regresa a la Universidad de Basilea en 1683 en la que obtiene la cátedra de matemáticas, en 1687.

[10] A pesar de que esta parte quedó incompleta por la muerte del autor puede considerarse la más importante de su obra. Constaba de cinco capítulos y lo más notable de ella es el enunciado y estudio de lo que conocemos como teorema de Bernoulli, que recordamos aquí con terminología actual: “La sucesión de frecuencias relativas de un suceso aleatorio converge en probabilidad a la probabilidad del suceso cuando el número de realizaciones crece indefinidamente”.

Los problemas de las tres primeras partes de *Ars Cojectandi* no pueden considerarse iguales en importancia y dificultad a las investigaciones de Montmort y De Moivre, sin embargo debido al célebre teorema de Bernoulli que lleva su nombre, desarrollado en la cuarta parte de esta obra, tanto *Ars Cojectandi* como su autor adquieren una importancia fundamental en la historia de la teoría de la probabilidad. Leonard J Savage se pronuncia en este sentido cuando afirma: "*La obra de Jacob Bernoulli, Ars Cojectandi (1713), parece que es el primer esfuerzo coordinado sobre el tema*"[11].

En nuestra doble tarea de buscar las huellas de la historia de la teoría de la decisión a la par que las de la historia de la teoría de la probabilidad, abordamos la aportación de otro miembro de esta familia Bernoulli. Nos referimos a **Daniel Bernoulli**[12], hijo de John y sobrino de James Bernoulli, quien realizó importantes contribuciones a la probabilidad y a la estadística. Pero que nos interesa especialmente mencionar aquí la referida a la teoría de la decisión con su criterio de la "máxima utilidad moral esperada" distinguiendo entre esperanza matemática y "esperanza moral", ya que no todas las personas se rigen por el mismo criterio para valorar las consecuencias de una decisión. Para demostrar esto, Daniel Bernoulli propuso el siguiente ejemplo: Un pobre se encuentra un billete de lotería que le puede dar con igual probabilidad 0 o 20.000 ducados. Valora su billete en 10.000 ducados. ¿Sería una buena decisión para él vender el billete en 9000 ducados? La matriz de decisión para el pobre sería:

	0,5 E_1	0,5 E_2
a_1	20.000	0
a_2	9.000	9.000

siendo: $a_1 =$ no vender el billete
$a_2 =$ vender el billete
$E_1 =$ le toca la lotería
$E_2 =$ le toca la lotería

---

[11] SAVAGE, L.J.: *The Foundations of Statistics*, Ed. Dover, New York, 1971, pág. 1.

[12] Nacido durante la estancia de su padre en Groningen, fue educado en Basilea. Fue su hermano mayor Nicholas II quién le enseñó matemáticas. Los dos obtuvieron su graduación académica en San Petersburgo.

con el criterio de la máxima utilidad esperada

$$E(a_1) = 10.000, \qquad E(a_2) = 9.000$$

luego

$$E(a_1) > E(a_2), \quad \text{pero} \quad a_2 \succ a_1$$

Sin embargo, si el billete se lo ofrecieran a un hombre rico por 9000 ducados, su matriz de decisión sería:

	0,5 E_1	0,5 E_2
a_1	11.000	9.000
a_2	0	0

siendo: a_1 = comprar el billete de lotería
a_2 = no comprar el billete de lotería

con el criterio de la máxima utilidad esperada:

$$E(a_1) = 1.000, \qquad E(a_2) = 0$$

luego

$$E(a_1) > E(a_2), \quad \text{y} \quad a_1 \succ a_2$$

por lo que concluye que todas las personas no se rigen por el mismo criterio para valorar las consecuencias de sus decisiones, sustituyendo el valor monetario de los pagos por la utilidad que le reporta al jugador.

Otro autor que es conveniente destacar aquí es **Pierre Rémond De Montmort (1678-1719)**[13], cuya decisiva obra sobre los temas que nos ocupan, *Essai d'analyse sur le jeux d'hasard* se publicó en París en 1708 y consta de cuatro partes. La primera contiene la teoría de las combinaciones; la segunda trata sobre juegos de cartas; la tercera, sobre juegos de dados; y, en la cuarta, expone la solución de varios problemas, entre ellos los cinco propuestos por

---

[13] Nace el 27 de octubre de 1678, en París y muere en la misma ciudad, el 7 de octubre de 1719. Montmort se dedicó en primer lugar a las leyes y la filosofía, pero más tarde, después de casarse, comenzó la que sería su actividad intelectual principal, las matemáticas y, sobre todo, la teoría de la probabilidad, lo que motivó que entablara relaciones con De Moivre y Nicholas Bernoulli.

Huygens, del que fue seguidor. Estas soluciones son similares a las dadas por James Bernoulli, en *Ars Cojectandi*. Antes de la segunda edición de la obra de Montmort (publicada en 1714) aparecen dos tratados sobre el tema: *De Ars Conjectandi in Jure*, de Nicholas Bernoulli y *De mensura Sortis*, de De Moivre. Este último hace referencias ofensivas al trabajo de Montmort. También Mortmort trata en su obra el Problema de los Puntos y da por primera vez dos fórmulas, que resuelven este famoso Problema de los Puntos para dos jugadores con distinta habilidad (en la primera edición lo hacía con igual habilidad). Las habilidad de los jugadores la mide con la probabilidad que tiene cada uno de ganar en una sola prueba, con la condición de que la suma de las dos probabilidades (la de cada jugador), sea la unidad.

Abraham De Moivre (1667-1754)[14] también discutirá este problema de la Duración del Juego. El matemático francés —que había leído el trabajo de Huygens *De Ratiociniis in Ludo Aleae*— ingresa en La Sorbona donde estudia matemáticas y física. En 1688 se traslada a Londres para evitar ser perseguido como protestante. A partir de este año fija su residencia en esa ciudad, por lo que puede figurar con la escuela de matemáticos inglesa. Sus trabajos principales los encontramos en trigonometría y en teoría de la probabilidad. En trigonometría formuló el teorema que lleva su nombre, y que por su importancia en la teoría de los números complejos señalamos aquí:

$$(\cos x + \operatorname{sen} x)^n = \cos nx + i \operatorname{sen} nx$$

Sus contribuciónes más importantes a la teoría de la probabilidad se encuentran en su obra *Doctrine of Changes,* también llamada *A Method of Calculating the Probabilities of Events in Play*[15], que será —en nuestra opinión— la segunda obra más importante sobre esta teoría, después de la ya citada *Ars Conjectandi*. De Moivre escribió también una memoria, *De Mensura Sortis,* en la cual hacía referencias ofensivas sobre el trabajo de Montmort. La memoria recoge veintiséis problemas, algunos comentarios sobre cómo establecer la probabilidad y un caso particular del Problema de los Puntos. En ella encontramos publicada por primera vez la fórmula para determinar la probabilidad que cada uno de los dos jugadores tiene de arruinar al otro en un número ili-

---

[14] Abraham De Moivre nace en Vitry (en Champagne), el 26 de mayo de 1667, y muere en Londres, el 27 de noviembre de 1754. Estudia humanidades en la Universidad Protestante de Sedan, donde lo enviaron a los 11 años y donde demostró su capacidad para las matemáticas.

[15] Publicada en Londres en 1718, con posteriores ediciones en 1738 y 1756, ésta última después de la muerte del autor. La obra fue dedicada a Newton y posteriormente fue editada en italiano, en el año 1776, en Milán.

mitado de jugadas y la extensión de este juego para el caso de tres jugadores, para la cual De Moivre propone la misma solución que Fermat. De Moivre trata el problema de la Duración del Juego, para dos jugadores con distinta habilidad, primero en *De Mensura Sortis* y más tarde en *Doctrine of Chance*, tema que ya había sido tratado por Montmort y había sido criticado duramente por De Moivre; y el juego del Pharaon, en el que De Moivre trata de encontrar qué tanto por ciento consigue la banca en el juego del total de dinero apostado. Otra de las grandes aportaciones de De Moivre a la teoría de la probabilidad es el teorema que lleva su nombre, por el que aproxima la distribución binomial a la normal. Precisamente en las dos últimas versiones de *Doctrine of Chances* aparece por primera vez la función de densidad de la distribución normal.

El reverendo inglés **Thomas Bayes**[16] es probable que diera sus primeros pasos en la ciencia matemática como alumno de De Moivre. ya que G.A. Barnard[17] comenta que en la época en que Bayes tenía doce años, Bernoulli escribe a Leibnitz comentando como "el pobre De Moivre" se ganaba la vida en Londres como profesor de matemáticas. En 1731, Bayes escribe un tratado titulado *Divine Benevolence, or an attempt to prove that Principle End of the Divine Providence and Government is the happiness of His Creatures*, en el que argumenta que el fin principal de la Deidad es la felicidad de sus criaturas. Bayes intentaba establecer unas leyes fijas a las que obedecieran los sucesos que ocurren, porque el mundo era el resultado de una causa inteligente, y de esta manera confirmaba la existencia de Dios. La importancia de Bayes en la teoría de la probabilidad es decisiva, pues es el iniciador de uno de los más importantes fundamentos de esta teoría: el de obtener las probabilidades de las causas por las que puede haber sido producido un suceso que se ha observado. Este fundamento, al que nos referimos, es el de la probabilidad inversa, cuya formula publicó Bayes en 1763. A pesar de que Bayes fue quien comenzó esta investigación, sería Laplace quien la desarrollaría posteriormente. *An Essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chances* (1764) y *A Demostration of the second Rule in the Essay towards the solution of a Problem in the Doctrine of Chances* (1765), serán las dos memorias que publicará en la revista *The Philosofical Transactions*, tras su muerte. En la primera, expone una breve demostración de las leyes generales de la teoría de la probabilidad, a partir de las

---

[16] Nacido en Londres, en 1702, y fallecido el 17 de abril de 1761, en Tunbridge Wells (Inglaterra), fue el primero de los hijos del matrimonio compuesto por Ann y Joshua Bayes, este último también pastor protestante. A pesar de la importancia de este matemático en la teoría de la probabilidad se conoce muy poco de su historia personal.

[17] BARNARD, G.A.: "Thomas Bayes. A Biographical Note" *Biométrika* 1958, vol. 45, págs. 293-295.

cuales establece su famoso teorema. Es importante también mencionar una carta que Bayes escribió a John Canton sobre Series Asintóticas, y que fue publicada en la revista citada, en 1763. Este trabajo matemático es breve y de gran calidad, al igual que el resto de sus trabajos sobre teoría de la probabilidad. Y quizás sean éstas dos expresiones, brevedad y gran calidad, las que mejor definan la labor de Bayes. Por ello, a pesar de la brevedad, Bayes tiene una gran resonancia en la historia de la teoría de la probabilidad. El conocido estadístico inglés D.V. Lindley escribió 200 años después de su muerte; "Es dificil encontrar un trabajo que contenga ideas tan importantes y originales como el de Bayes. Su teorema debía figurar al lado de la formula de Einstein $E = mc^2$, como una de las grandes y sencillas verdades"[18].

También tiene gran resonancia como precursor de la teoría de la decisión, ya que sus puntos de vista sobre probabilidad e inferencia inductiva han sido ampliamente adoptados y aplicados a multitud de problemas de inferencia estadística y teoría de la decisión. La metodología bayesiana facilita la correción de las probabilidades subjetivas[19], elemento básico de la teoría de la decisión.

LA FORMALIZACIÓN DE LA TEORÍA CLÁSICA DE LA PROBABILIDAD

Quizá uno de los personajes más importantes de esta pequeña historia sea **Pierre Simon Laplace (1749-1827)**[20], quien en su obra *Théorie Analytique des Probabilités* formaliza la teoría clásica de la probabilidad. También merece especial interés su aportación a la teoría de la decisión, ya que en sus trabajos aparecen los elementos básicos de un problema de decisión. En el campo de la probabilidad escribió numerosas memorias, que más tarde incorporaría a su obra principal *Théorie Analytique des Probabilités* publicada en París, en el año 1812, y reeditada más tarde también en París, primero en 1814 y después en 1820.

[18] En Sixto Rios García, Conferencias sobre la Historía de la Matemática en el siglo XX. Real Academía de Cincias Exactas,Físicas y Naturales, Madrid 1998, p. 18.

[19] MATEOS-APARICIO MORALES, G.: Teoría subjetiva de la probabilidad. Ed. Complutense, 1993.

[20] PIERRE SIMON LAPLACE, nació en Beaumont-en-Auge, Calvados, Francia, el 23 de marzo de 1749, en la más absoluta miseria, y murió el 5 de marzo de 1827, en París. La capacidad intelectual de Laplace le permitió tocar diversos campos de la ciencia, pero su nombre está fundamentalmente relacionado con la astronomía, la mecánica celeste, la geodesia, la teoría de la probabilidad, el cálculo y las ecuaciones diferenciales.

Posteriormente su obra principal se vería enriquecida por las siguientes memorias: *Memoire sur les suites récurro-recurrentes et sur les usages dans la théorie des hasards*, en la cual estudia de nuevo el problema de la Duración del Juego, que ya habían tratado Montmort y De Moivre. Como sus antecesores, Laplace plantea el problema para dos jugadores con igual habilidad y el mismo capital (mismo número de fichas en el juego), para más tarde resolverlo con distintas habilidades, pero manteniendo los capitales iguales para ambos jugadores. Su aportación a este problema la constituye el hecho de encontrar la solución mediante una ecuación en diferencias finitas con una variable independiente; en *Memoire sur la probabilité des causes par les évènemens*, Laplace enuncia por primera vez y de una manera clara el principio para la estimación de las probabilidades de las causas por las que puede haber sido producido un suceso observado. Este enunciado es el de la probabilidad inversa que había tratado Bayes; sin embargo, Laplace no hace aquí ninguna referencia a su antecesor. En esta misma memoria estudia también el Problema de los Puntos, que ya hemos referido en varios autores, y define los conceptos de media aritmética, como promedio de los valores observados, y media geométrica, como el valor que correspondería a la abscisa del centro de gravedad del área encerrada bajo una determinada curva. Por último, en 1776, Laplace publica otra memoria bajo el título *Recherches sur l'integration des Equations differentielles aux différences finies, et sur leur usages dans la theorie des hasards*, en la cual expone problemas de carácter general sobre la probabilidad y vuelve a analizar el Problema de los Puntos, resolviéndolo, para dos o tres jugadores, mediante una ecuación en diferencias finitas. También estudia el Problema de la Duración del Juego, que discute para jugadores con capitales iguales y capitales distintos, pero con la misma habilidad cada uno.

Los temas tratados por Laplace cambian notablemente respecto a los de sus antecesores. Mientras que los matemáticos anteriores a Laplace investigan fundamentalmente problemas de juegos, es a partir de él cuando comienza a hacerse una formalización de la teoría de la probabilidad. Así, en su memoria *Sur les naissances, les mariages et les morts á Paris*, Laplace aborda un problema de inferencia estadística sobre población, inaugurando de esta manera un campo de aplicación de la estadística a las ciencias sociales, que con tanto éxito se aplicaría en el futuro. Merecen también nuestro interés dos escritos: *Memoire sur les approximations des formules qui sont foctions de trés grandes nombres, et sur leur application aux probabilités*, publicada en 1810, y *Memoire sur les Intégrales Définies, et leur application aux Probabilités et spécialement á la recherche du milien qu'il faut choisir entre les résultats des observations*, publicada en 1811.

La versatilidad de este autor, así como su gran capacidad para advertir las posibilidades de aplicación de la teoría de la probabilidad a otros campos demuestran una vez más su importancia en la historia que estamos recorriendo. Corroboran esto, una vez más, los artículos "*Sur l'application du calcul des probabilités á la Philosophie naturelle*" y, también sobre el mismo tema "*Sur le calcul des probabilités appliqué a la Philosophie naturelle*".

Laplace escribió otra obra *Essai philosophique sur les probabilités*, publicada en 1814, que más tarde sería incorporada a la segunda edición de *Théorie Analytique des Probabilités*. Esta obra contiene lo que actualmente conocemos como principio de indiferencia, por el que consideramos todos los casos igualmente probables cuando estamos igualmente indecisos acerca de su existencia. Precisamente en la última sección de *Essai.philosophique sur les probabilités*, Laplace escribe *Notice historique sur le calcul des Probabilités*, donde subraya la importancia histórica de esta rama del conocimiento cuando dice: "… *es extraordinario que una ciencia que comenzó considerando el tema de los juegos, haya dado lugar por ella misma a uno de los más importantes objetos del conocimiento humano*"[21]. Observación que compartimos, pues en el desarrollo histórico de la teoría de la probabilidad se encuentran las claves de su importancia actual.

Como ya hemos comentado, la mayoría de las memorias se incorporaron más tarde a su obra compiladora *Théorie Analytique des Probabilités*, cuya estructura consta de dos volúmenes. El primero de ellos *Du calcul des Fontions Génératrices*, en el que se resuelven problemas matemáticos que atañen a la teoría de la probabilidad; y el segundo titulado *Théorie Générale des Probabilités*, en el que se establecen unos principios generales de la teoría de la probabilidad con problemas relacionados con loterías, extracciones de bolas de una urna, el ya famoso Problema de los Puntos, con algunas modificaciones, y el también muy tratado problema de la Duración del Juego. De los once capítulos de los que consta la obra, el tercero bajo el título *Des lois de la probabilité que resultent de la multiplication indéfinie des événemens* trata entre otros temas el teorema de Bernoulli; y el cuarto, titulado *De la probabilité des erreurs des resultats moyens d'un grand nombre d'observations et des résultats moyens les plus avantageux,* contiene la extraordinaria teoría de los mínimos cuadrados. D.E. Smith valora la importancia del método de los mínimos cuadrados cuando señala: "Uno de los trabajos más conocidos de la teoría de la probabilidad

---

[21] TOHUNTER, I.: *A History of the Mathematical Theory of Probability.*Ed Chelsea Publishing Co. 1965, pág. 503.

Théorie Analytique des Probabilités de Laplace (…) En él expone su demostración del método de los mínimos cuadrados"[22].

La obra de Laplace y su demostración del método de los mínimos cuadrados están indisolublemente unidos, como demuestra la cita de Smith, que inmediatamente relaciona la publicación de la obra con esta teoría. En el mismo sentido, pero de forma más precisa, Ubaldo Nieto[23] subraya la importancia del método laplaciano, especificando de forma precisa el origen de este método: "*En la mecánica celeste es donde se originó el método de los mínimos cuadrados, que condujo a Laplace, así como a Gauss a la ley normal al estudiar la distribución de los errores de las observaciones. Bajo la influencia de sus trabajos se consideró durante mucho tiempo, casi como un axioma, que todas las distribuciones estadísticas se aproximarían a la normal si se dispusiera de un número suficientemente grande de observaciones y estas estuvieran bien hechas*". La afortunada cita de Ubaldo Nieto pone de manifiesto no sólo el origen del método de Laplace, sino también que mediante él se puede estudiar la ley de probabilidad normal, ley imprescindible y fundamental en la estadística.

Por todo lo expuesto, es evidente que nos encontramos ante un autor de espectaculares dimensiones por diversas razones: por la variedad de los temas tratados, por la innovación que supone analizar determinados asuntos en la prolija cantidad que Laplace lo hizo en todas las memorias reseñadas, por la propia originalidad de esos temas, por la formalización de métodos tan importantes como el de los mínimos cuadrados, por haber desarrollado la teoría de la probabilidad inversa que Bayes había iniciado, etc. Pero la obra de Laplace, contiene también importantes aportaciones a la teoría de la decisión. Por un lado, el desarrollo de la teoría de la probabilidad inversa que extendió a partir de la probabilidad a posteriori de Bayes, y que juega un papel importante en los procesos de decisión con experimentación. Y, por otro lado, un problema que Laplace resuelve, sobre la estimación de las órbitas de los planetas, plantea como la estimación del parámetro distancia esperada a un punto es la mediana de la distribución a posteriori, suponiendo que la distribución a priori fuera la distribución uniforme en un intervalo. Sixto Rios[24], refiriéndose a este proble-

---

[22] SMITH, D.E.: *History of Mathematics,* vol. I, Ed. Dover Publications Inc., New York, 1958, pág. 530.

[23] UBALDO NIETO DE ALBA: *Introducción a la estadística*. Ed Aguilar, Madrid, 1975, vol. II, pág. 37.

[24] RÍOS GARCÍA, S. y RÍOS INSÚA, S.: *La teoría de la Decisión de Pascal a von Neumann,* en Historia de la Matemática en el siglo XX. Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Madrid, 1998, pág. 19.

ma, señala su importancia planteando que en él aparecen los elementos básicos de un problema de decisión.

En definitiva, parece justificado señalar la magnitud de Laplace en ese ensamblaje entre las dos teorías que nos propusimos al comienzo. Importancia en la que también coinciden diversos autores, como I. Todhunter[25] que señala al respecto: "*En general la teoría de la probabilidad está más en deuda con Laplace que con cualquier otro matemático*".

[25] TODHUNTER, I.: *A History of the Mathematical Theory of Probabilty*, Ed. Chelsea Publishing Co, 1965, pág. 464.

BIBLIOGRAFÍA

BARNARD, G.A.: "Thomas Bayes. A Biographical Note", *Biométrika* 1958, vol. 45, págs. 293-295.

JOHNSON, N.L. y KOTZ, S.: *Leading Personalities in Statistical Sciences from the seventeenth century to the present*. Ed. John Wiley, 1997.

KENDALL, M. y PLACKETT, R.: *L.Studies in the History of Statistics and Probability*. Vol. II. Ed. Charles Griffin, Londres, 1977.

MATEOS-APARICIO MORALES, G.: *Teoría subjetiva de la probabilidad: Fundamentos, evolución y determinación de probabilidades*. Tesis Doctoral. Ed. Universidad Complutense, Madrid, 1993.

NIETO DE ALBA, UBALDO: *Introducción a la Estadística*. *Vol. II*. Ed. Aguilar, Madrid , 1975.

PEARSON, E.S. y KENDALL, M.: *Studies in the History of Statistics and Probability*. Vol. I**.** Ed. Charles Griffin, Londres, 1970.

RÍOS GARCÍA, S. y RÍOS INSUA, S.: *La teoría de la decisión de Pascal a Von Neumann*. Curso de conferencias sobre Historia de la Matemática en el siglo XX. Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Madrid 1998, págs. 11-42.

SÁNCHEZ-LAFUENTE FERNÁNDEZ, JUAN: *Historia de la Estadística como Ciencia en España (1500-1900)*. Instituto Nacional de Estadística, Madrid, 1975.

SAVAGE, L.J.: *The Foundations of Statistics*. Ed. Dover, New York, 1971.

STRUIK, D.J.: *A concise History of Mathematics*. Ed. Dover, New York, 1967.

STIGLER, S.M.: *The History of Statistics. The Measurement of Uncertainty before 1900*. Ed. Belknap Harvard, 1986.

TODHUNTER, I.: *A History of the Mathematical Theory of Probability*. Ed. Chelsea Publishing Co, New York, 1965.

EL MÉTODO UNIVERSAL DE PASCAL COMO UN EQUIVALENTE CIERTO: EL PROBLEMA DE LOS PUNTOS

Jesús Basulto Santos
José Antonio Camúñez Ruiz
Ana María Domínguez Quintero
Universidad de Sevilla

INTRODUCCIÓN

Un problema de decisión en condiciones de riesgo, el denominado **Problema de los Puntos**, **Problema de las Partidas** o **Regla de los Repartos** constituye el núcleo de la correspondencia que mantuvieron Pascal y Fermat en 1654 (Todhunter, I., 1865, De Mora Charles, M.S., 1989, Hald, A., 1990).

El problema de los puntos se presenta en la siguiente situación. Dos jugadores, que identificaremos con las letras *A* y *B*, juegan a un juego de puro azar. Apuestan cada uno de ellos una cantidad monetaria *K* sobre el siguiente juego a *S* partidas: lanzar una moneda perfecta, de forma independiente, una serie de veces, denominadas partidas, de tal manera que una partida es ganada por el jugador *A* cuando sale cara y por el jugador *B* en el otro caso, cuando sale cruz. Gana el juego, y por tanto la cantidad total apostada, 2*K*, el jugador que logre en primer lugar ganar *S* partidas.

Por alguna razón (Pascal señala que ambos jugadores están de acuerdo en que se pueda presentar dicha situación) el juego es interrumpido cuando al jugador *A* le faltan *a* partidas para ganar, $a < S$, y *b* partidas al jugador *B*,

$b < S$. En ese caso decimos que el juego ha sido interrumpido en la situación (a, b). En ese momento surge el problema de cómo repartir el total apostado, $2K$, entre ambos jugadores. Por ejemplo, si ambos jugadores juegan a 2 partidas, y si al primero, el jugador A, le falta una partida (pues ya ha ganado una) y al segundo, el jugador B, le faltan las dos partidas, es decir, el juego ha sido interrumpido en la situación (1, 2), y si el total apostado es 20 unidades monetarias (cada uno ha puesto 10), el problema de cómo repartir esa cantidad entre los dos jugadores es denominado problema de las partidas (*parties*, en francés) o regla de los repartos.

A veces se cuentan los puntos obtenidos en cada partida y, por tanto, los puntos que necesita cada jugador para ganar. En esos casos, el problema de las partidas es conocido también como problema de los puntos. En general, identificaremos cada partida ganada por un jugador con un punto conseguido por el mismo. Así, si al jugador A le faltan a partidas para ganar el juego, podremos decir también que necesita a puntos.

Casos particulares del problema fueron presentados en manuscritos italianos tan antiguos como el fechado en 1380, y los matemáticos italianos del Renacimiento, como Pacioli, Forestani, Tartaglia, Cardano o Peverone hicieron esfuerzos infructuosos en busca de la solución (Cardano fue el que más se aproximó a la solución correcta). El problema atrajo la atención de Pascal a través de Antoine Gombaud, Chevalier de Méré, y llevó a la correspondencia con Fermat en el verano de 1654.

La idea de "juego justo" pretende recoger el supuesto de que ambos jugadores poseen la misma habilidad o, dicho de otra forma, en cada partida ambos jugadores tienen la misma probabilidad, 1/2, de ganarla. Supondremos además que el juego justo está constituido por partidas independientes. Por ejemplo, en el caso del lanzamiento de la moneda, los resultados observados antes de la r-ésima jugada, no influyen en los resultados de esta jugada. Esta hipótesis de independencia quiere recoger el supuesto de que los jugadores no se cansan, es decir, sus habilidades permanecen constantes; cada vez que se lleva a cabo una nueva jugada, los jugadores se encuentran física y psíquicamente como en la primera.

Con esto queda introducido el problema, que Pascal resolverá mediante lo que él mismo llamó Método Universal. A partir de aquí, este trabajo consta del apartado 2, donde al entender el problema de los puntos como uno de decisión, introducimos la idea de "equivalente cierto" que justificará el método que transmite Pascal al resolverlo, el apartado 3, donde se analizan los principios y corolarios que sirven de soporte al Método Universal y el apartado 4 donde, por fin, mostramos cómo procede este Método al aplicarlo a situaciones concretas. Terminamos identificando el Método Universal de Pascal con lo que hoy se conoce como Esperanza Matemática.

EL EQUIVALENTE CIERTO

Al interrumpirse el juego, no tenemos un ganador ni, por tanto, un perdedor. Entonces, desconocemos el resultado final del juego, con lo que el asunto de cómo repartir lo apostado, $2K$, es un problema de decisión en ambiente de riesgo. En este caso, las posibles decisiones son los posibles repartos de la cantidad $2K$ entre los dos jugadores, y los sucesos inciertos, que afectan a las decisiones, son, en el caso de que continuara el juego hasta el final, que ganase el jugador A, llevándose todo lo apostado, $2K$, o bien, que éste perdiese y, así, ganase el otro jugador, el B.

Hablamos de un problema en ambiente de riesgo porque si nos fijamos en el jugador A, la probabilidad que tiene este jugador de ganar es conocida. Este resultado es consecuencia de las dos condiciones del juego, la equiprobabilidad en cada partida y la independencia entre las partidas. Si $P(A)$ es la probabilidad de ganar el juego para el jugador A, entonces, este jugador debe decidir entre la lotería $\{2K, P(A); 0, P(B)\}$, es decir, ganar $2K$ con probabilidad $P(A)$, o perder lo apostado con probabilidad $P(B) = 1 - P(A)$, frente a tomar un valor Z del intervalo $[0, 2K]$, que denominaremos **equivalente cierto** para el jugador A. Este valor Z que tomaría el primer jugador sería el mínimo valor del intervalo $[0, 2K]$ que hace equivalente aceptar la lotería, o sea, seguir el juego, o evitar el riesgo de perder todo lo apostado al aceptar la cantidad Z y detenerse el juego. Al aceptar el equivalente cierto, Z, se evita el riesgo. Esta forma de aproximarse al problema se debe más a Pascal que a Fermat, como se deduce de la lectura de la correspondencia entre ambos. Ahora bien, nos preguntamos: (1) ¿cómo calculó Pascal el equivalente cierto?, y (2) ¿qué supuestos propuso para justificar el cálculo del equivalente cierto?

En el presente trabajo damos respuestas a esas preguntas haciendo uso de la obra de Pascal, *Traité du triangle arthmétique, avec quelques autres traités sur la même sujet* (publicado tres años después de su muerte, en 1665, aunque ya estaba redactado en 1654, según se observa en las cartas escritas por Pascal durante ese año), sobre todo el anexo de esta obra titulado *Usage du triangle arithmétique pour determiner les partys qu'on doit faire entre deux joueurs qui jouent en plusieurs parties*, y la misma correspondencia que se conserva entre Pascal y Fermat (carta de 29 de julio de 1654 de Pascal a Fermat, carta de 24 de agosto de 1654 de Pascal a Fermat, carta de 29 de agosto de 1654 de Fermat a Pascal y la carta de 25 de septiembre de 1654 de Fermat a Pascal). Los textos de Pascal usados en este trabajo son los de *Oeuvres Completes*, Edición de Lafuma, (París) de 1963.

El interés de estudiar estos documentos históricos está en la introducción por Pascal de su *Método Universal* (en la carta de 29 de julio o en el anexo antes citado), que nosotros identificamos con la *Esperanza Matemática*, para el cálculo del equivalente cierto. También, la justificación por parte de Pascal de su Método Universal por medio de dos principios y dos corolarios (en su *Usage du triangle arithmétique pour determiner les partys qu'on doit faire entre deux joueurs qui jouent en plusieurs parties*) son de gran actualidad para nosotros. En efecto, veremos en el siguiente apartado que el primer principio recoge la **propiedad reflexiva** (Muliere y Parmigiani, 1993), propiedad que todo promedio debe satisfacer. En cuanto al segundo principio, Pascal recoge el supuesto de que sus jugadores son "**neutros al riesgo**". Comentaremos esta situación junto con las actitudes por parte de los jugadores de "adverso al riesgo" o "propenso al riesgo". La hipótesis de "neutro al riesgo" que toma Pascal puede ser explicada por el tipo de aplicación al que está dirigida la teoría (Coumet, 1970).

Por último, comprobaremos como Pascal hará uso sin mencionarlo del llamado **Axioma de Sustitución** (Herstein y Milnor, 1953) en sus distintos ejemplos. Coumet (1970), sin reconocer que Pascal hace uso de este axioma distingue en los razonamientos de este autor dos tipos de certitud: (1) la *certitud* que recoge el primer principio, y (2) la *certitud asegurada* que se identifica con el equivalente cierto; en palabras del mismo Coumet "*entre une condition où je prends (certitude sûreté) et autre où je continue à jouer (incertitude de la fortune)*". Aunque esta distinción entre "certitud" y "certitud asegurada" es fundamental, Coumet no descubre que Pascal usa, de forma implícita, el Axioma de Sustitución que justifica la "certitud asegurada". Este axioma fue criticado por M. Allais (1953) y, a pesar de la solución aportada por L.J. Savage (1954), ha llevado a una serie de investigadores a proponer nuevas teorías de decisión en condiciones de incertidumbre sin este axioma.

LOS PRINCIPIOS DEL MÉTODO UNIVERSAL DE PASCAL

En la obra de Pascal antes citada, *Traité du Triangle Arithmetique*, en el apartado *Divers usages du Triangle arithmetique* encontramos la sección III cuyo título en español sería *Uso del triángulo aritmético para determinar los repartos que se deben hacer entre dos jugadores que juegan a varias partidas*, donde aparece expuesto su Método Universal como método de resolución del Problema de los Puntos. En palabras de Pascal:

"*Para entender la regla de los repartos, la primera cosa que es necesario considerar es que el dinero que los jugadores han puesto en el juego ya no les pertenece, pues ellos han renunciado a la propiedad; pero en recompensa han recibido el derecho a esperar lo que el azar les pueda dar, siguiendo las condiciones que ellos hayan convenido previamente.*

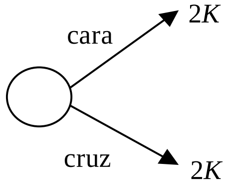
Pero, como es una ley voluntaria, ellos pueden romperla de común acuerdo; y así, en cualquier término que el juego se encuentre, ellos pueden salirse; y, al contrario de lo que han hecho al entrar, renunciar a lo que esperan del azar, y entrar cada uno en la propiedad de algo. Y en este caso, la determinación de lo que debe pertenecerles debe estar de tal modo proporcionada por lo que tenían derecho a esperar de la fortuna, que cada uno de ellos encuentre enteramente igual tomar lo que se le asigna o continuar la aventura del juego: y esta justa distribución se llama el reparto" ("le parti", en francés).

En este último párrafo, Pascal está definiendo una regla que permite a los dos jugadores decidir, de mutuo acuerdo, en qué instante interrumpir el juego y efectuar el reparto, o sea está definiendo una "regla de parada" (DeGroot, M.H., 1970) . Más adelante recordaremos estas palabras de Pascal y comentaremos la regla que se está definiendo.

A continuación Pascal propone dos principios que permiten conocer de qué manera se debe hacer el reparto. El **primer principio** es:

Si uno de los jugadores se encuentra en tal condición que, para cualquier cosa que ocurra, una cierta suma le debe pertenecer en caso de perder y de ganar, sin que el azar se la pueda arrebatar, él no debe hacer reparto alguno, sino que la toma entera como segura ya que el reparto debe ser proporcional al azar, y puesto que el azar de perder es nulo, debe retirar todo sin reparto.

En el lenguaje de la lotería, este principio afirma que, en la que está descrita por $\left\{2K, \frac{1}{2}; 2K, \frac{1}{2}\right\}$ para el primer jugador, por ejemplo, y representada en el siguiente gráfico, dicho jugador, tanto si juega como si no, siempre recibe lo apostado, $2K$.

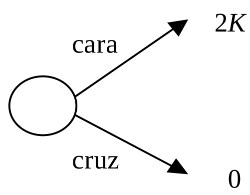


La trivialidad de este primer principio no debe suprimir el pensar en su necesidad. En teoría de promedios, por ejemplo, cuando todos los valores reales coinciden, entonces se exige que el promedio coincida con el valor común. Así, la media geométrica de las cantidades positivas $\{x_1, x_2, x_3\}$ es el valor x_g que verifica $x_g^3 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$; si $x_1 = x_2 = x_3 = x$, obtenemos que $x_g = x$. Esta propiedad se denomina *reflexiva* y es necesaria para poder construir un promedio.

El **segundo principio** afirma lo siguiente:

Si dos jugadores se encuentran en tal condición que, si el uno gana, le pertenecerá una cierta suma, y si pierde, le pertenecerá al otro, si el juego es de puro azar en el que hay tanto azar para el uno como para el otro y por consecuencia no más razón de ganar para el uno que para el otro, si quieren separarse sin jugar, y tomar lo que les pertenece ***legítimamente****, el reparto es que dividan la suma que está en juego por la mitad, y que cada uno coja la suya.*

Usando nuevamente el lenguaje de loterías, este segundo principio lo podemos representar de la siguiente forma para el primer jugador (si dicho jugador apuesta por la opción "cara"):



Los resultados, cara y cruz, tienen la misma probabilidad, y si gana dicho jugador (saliendo cara), le pertenece la cantidad $2K$, y si pierde (saliendo cruz) no se lleva nada. Entonces, según este principio, si no participa en el juego, el primer jugador debe llevarse la cantidad K, es decir, la mitad de la cantidad a repartir.

En este segundo principio, Pascal está exigiendo que sus dos jugadores se comporten de forma "neutra" frente al riesgo. Hemos visto en la introducción que, para Pascal, los dos jugadores tienen la misma habilidad (resultados equiprobables en cada partida) y además no se cansan a lo largo del tiempo (independencia de las partidas). Pues bien, ahora Pascal exige a sus jugadores que, frente al riesgo, se comporten de forma "neutra". Si el jugador A fuese "adverso al riesgo", entonces, renunciaría a la lotería $\left\{2K, \frac{1}{2}; 0, \frac{1}{2}\right\}$ aceptando un valor máximo $Z_A < K$. El equivalente cierto sería en este caso Z_A. Este comportamiento es el mismo que sigue una persona cuando asegura su vivienda frente al riesgo de perderla por un incendio; aquí la persona está dispuesta a pagar una cantidad superior al producto $M \cdot p$, siendo M el valor de la vivienda y p la probabilidad de perderla. Aceptar que $Z_A < K$ es equivalente a aceptar que el jugador B reciba $(2K - Z_A) > K = \frac{1}{2}(2K)$. En el ejemplo del asegurado la persona corre el riesgo de la lotería $\{M, p; 0, (1-p)\}$, es decir, perder la vivienda con probabilidad p o mantenerla con probabilidad $(1-p)$. Cuando la persona es adversa al riesgo prefiere la seguridad, mantener la vivienda frente al riesgo de perderla. Si la persona es propensa al riesgo, su equivalente cierto es menor que el producto $M \cdot p$ y así, no encuentra una empresa de seguros (un jugador B) que le elimine ese riesgo, decidiendo en este caso continuar el juego (correr el riesgo de perder su vivienda).

Ahora bien, si el jugador A es adverso al riesgo, entonces el jugador B debe ser "propenso al riesgo", es decir, del total apostado $2K$, cede al jugador A una cantidad menor que $\frac{1}{2}(2K) = K$ para evitar el mismo, o dicho de otra forma, si el juego es a una partida, para que no se lleve a cabo la realización de la misma ha de recibir lo que él apostó junto con una parte de lo que apostó el jugador A.

En particular, en el problema de los puntos para dos jugadores, si un jugador es adverso al riesgo, el otro ha de ser propenso al mismo. Si ambos jugadores fuesen adversos al riesgo, entonces, el total apostado, $2K$, mantendrá una parte sin repartir entre los jugadores.

El segundo principio que propone Pascal supone que ambos jugadores tienen el mismo comportamiento frente al riesgo, y además no pueden ser ambos adversos al riesgo (porque quedará una cantidad de la apuesta sin repartir), ni propensos al riesgo (porque faltará cantidad por repartir), por lo que, en consecuencia, ambos jugadores deben ser neutros al riesgo.

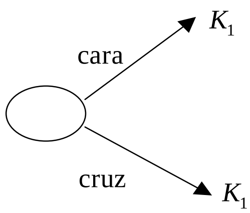
En el problema de las partidas Pascal recurre a la cuestión de derecho que tiene el jugador sobre lo apostado. En la traducción que hemos hecho del enunciado del segundo principio empleamos la palabra *legítimamente* en el sentido de *derecho*. Esta igualdad de condiciones conduce al campo de la justicia como instrumento de resolución del problema.

Todas estas reflexiones son las que nos llevan a concluir que en este segundo principio, Pascal considera que ambos jugadores tienen el *mismo comportamiento frente al riesgo*, y al considerar el problema de las partidas como uno de equidad que reparte por igual lo apostado, lo que se hace es interpretar el comportamiento de los jugadores como el de uno que es *neutro* frente al riesgo.

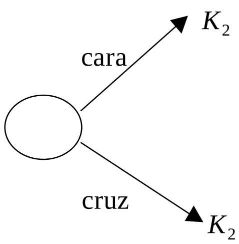
A partir de estos dos principios, Pascal deduce su primer corolario:

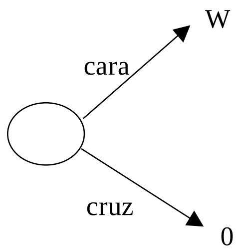
Si dos jugadores juegan a un juego de puro azar, con la condición de que si el primero gana, le corresponderá una cierta suma, y si pierde, le corresponderá una menor; si ellos quieren separarse sin jugar, y tomar cada uno lo que les pertenece, el reparto es que el primero coja lo que le correspondería en caso de perder, y además la mitad del exceso, el cual es lo que sobrepasa lo que le correspondería en caso de ganar de lo que le correspondería en caso de pérdida.

En lenguaje de las loterías, este primer corolario establece que para la siguiente lotería (siempre respecto al primer jugador o jugador *A*),



donde, vamos a suponer que $K_1 > K_2 > 0$ con lo que podemos escribir $K_1 = K_2 + W$, siendo $W > 0$ dicha lotería es equivalente a las dos que representamos a continuación. Interpretamos que la lotería de arriba se descompone en estas dos:





En la primera se muestra que el jugador gana siempre la cantidad K_2, puesto que si sale cara, en la lotería inicial gana $K_2 + W$, y si sale cruz, gana K_2. Por tanto, en ambos casos tiene asegurada una ganancia de K_2.

En la segunda lotería, el jugador arriesga *W*, en el sentido de ganar *W* o ganar 0. Ahora Pascal aplica sus principios a cada una de estas loterías: a la primera le aplica su primer principio, lo que le conduce a que el jugador se quede con K_2 , mientras que a la segunda le aplica su segundo principio, con lo que el jugador debe llevarse la mitad de *W*. En total, Pascal valora la lotería $\left\{K_1, \frac{1}{2}; K_2, \frac{1}{2}\right\}$ por la cantidad

$$K_2 + \frac{W}{2} \cdot$$

A continuación escribe Pascal el segundo corolario, en el que expresa de otra forma el resultado proporcionado por el corolario primero.

El **corolario segundo** afirma lo siguiente:

Si dos jugadores están en la misma condición que acabamos de decir, yo digo que el reparto se puede hacer de esta manera que viene a ser lo mismo: que se junten las dos sumas de ganancia y pérdida y que el primero tome la mitad de esta suma.

Pues la mitad de la suma de dos números es siempre la misma que el menor, más la mitad de su diferencia.

Con nuestra notación, Pascal dice que la cantidad $K_2 + 0{,}5 \cdot W$ es lo mismo que $(K_1 + K_2)/2$. Una vez que Pascal ha obtenido estos dos corolarios, propone aplicarlos a la resolución del problema de los puntos. Lo veremos en el siguiente apartado.

APLICACIÓN DEL MÉTODO UNIVERSAL

Seguimos leyendo a Pascal:

Establecidos estos fundamentos, pasaremos a determinar fácilmente el reparto entre dos jugadores, que juegan a tantas partidas como se quiera, en cualquier situación en que ellos se encuentren, es decir qué reparto hay que hacer cuando ellos juegan a dos partidas, y el primero tiene en una un punto (tiene ya una ganada), o que jueguen a tres, y que el primero tenga en una un punto, o cuando él tiene ya dos puntos, o cuando él tiene dos contra uno; y generalmente en cualquier número de partidas que ellos jueguen, y en cualquier número de partidas ganadas que ellos estén, tanto el uno como el otro.

Sobre esto, la primera cosa que hay que señalar es que dos jugadores que juegan a dos partidas, donde el primero tiene en una un punto, están en la misma condición que otros dos que juegan a tres partidas, donde el primero tiene dos, y el otro uno: pues hay esto en común, para terminar, sólo le falta una partida al primero, y dos al otro: y es en esto en lo que consiste la diferen-

cia de las ventajas y que debe regular los repartos; ***de forma que propiamente no se deba tener en cuenta más que el número de partidas que les falten por ganar al uno y al otro, y no el número de las que ellos hayan ganado****, puesto que, como hemos dicho ya, dos jugadores se encuentran en el mismo estado cuando, jugando a dos partidas, uno tiene un punto, que dos que juegan a doce partidas, teniendo once a diez* (independencia).

Es necesario pues, plantear la cuestión de esta forma:

Propuestos dos jugadores, a cada uno de los cuales le falta cierto número de partidas para terminar, hacer el reparto.

Aquí Pascal mantiene la misma hipótesis que ya Cardano sostenía en 1539 (David, F.N., 1962) acerca del problema de los puntos. Lo importante no son las partidas que llevan jugadas, sino las que quedan por jugar. Ya hemos señalado que esta hipótesis se justifica por la independencia entre las partidas y el hecho de conocer las probabilidades desde el supuesto de equiprobabilidad en cada partida. Pascal prosigue su exposición:

Daré aquí el método, que proseguiré solamente con dos o tres ejemplos que serán tan fáciles de continuar, que no será necesario más.

Para hacer la cosa general sin omitir nada, la empezaré con el primer ejemplo que es quizás inoportuno de tocar, ya que es demasiado claro; lo hago sin embargo para comenzar por el principio (en francés, Pascal escribe: pour commencer par le commencement); es éste:

Primer caso

Si a uno de los jugadores no le falta ninguna partida, y al otro algunas, la suma entera pertenece al primero. Pues él ha ganado, dado que no le falta ninguna de las partidas que debía ganar.

Es decir, para los juegos del tipo $(0, b)$ o $(a, 0)$, lo apostado es todo para el primer jugador, en el primer tipo, y todo para el segundo jugador, en el segundo tipo. Proseguimos leyendo a Pascal:

Segundo caso

Si a uno de los jugadores le falta una partida y al otro una, el reparto es que dividan el dinero por la mitad, y que cada uno tome la suya: esto es evidente por el segundo principio. Es lo mismo si le faltan dos partidas al uno y dos al otro; y lo mismo ocurre para cualquier número de partidas que le falten al uno si le faltan otras tantas al otro.

Aquí Pascal está evaluando los casos del tipo (c, c) con un valor igual a la mitad del total apostado. En este caso es donde se constata con más sencillez la idea de jugadores "neutros al riesgo". Y sigue:

Tercer caso

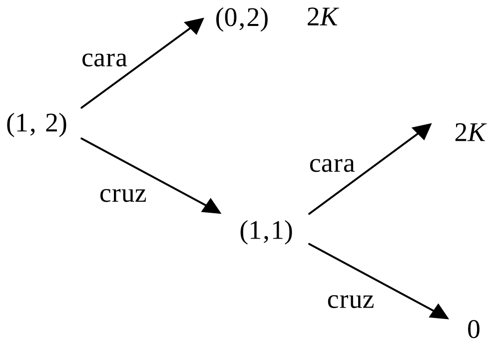
Si a uno de los jugadores le falta una partida y al otro dos, he aquí el arte de encontrar el reparto.

Consideremos lo que le pertenecería al primer jugador (al que sólo le falta una partida) en caso de ganar la partida que ellos van a jugar, y después lo que le pertenecería en caso de perderla.

Es evidente que si éste que no le falta más que una partida, gana esta partida que se va a jugar, no le faltará más: entonces todo le pertenecerá por el primer caso. Pero, al contrario, si aquel que le faltan dos partidas gana ésta que van a jugar, a él no le faltará más que una; por tanto, estarán en tal condición que le faltará una al uno, y una al otro. Entonces, ellos deben repartir el dinero por la mitad por el segundo caso.

Así pues, si el primero gana esa partida que se va a jugar, le pertenecerá todo, y si la pierde, le pertenecerá la mitad; por tanto, en caso de que ellos quieran separarse sin jugar esta partida, a él le pertenecen $\frac{3}{4}$ *por el segundo corolario.*

La lotería que está resolviendo Pascal en este tercer caso es una lotería "compuesta" del tipo que a continuación se detalla, desde el punto de vista del primer jugador o jugador A:



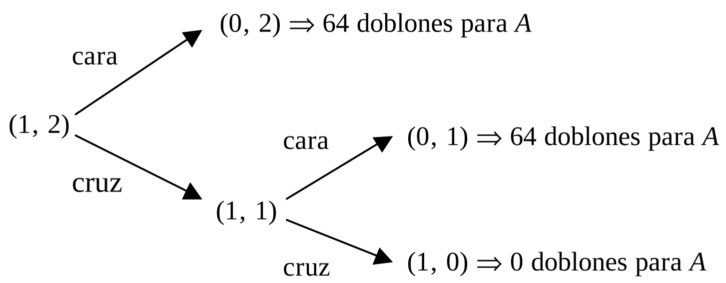
En la carta de 29 de julio de 1654, que Pascal dirige a Fermat, Pascal resuelve, entre otros, este ejemplo (1, 2), cuando K es igual a 32 doblones. Leemos en la carta para este caso:

Supongamos que el primero tiene ganada dos y el otro una (suponiendo un juego a tres partidas); ellos juegan ahora una partida donde la suerte es tal que, si el primero la gana, él gana todo el dinero que está en el juego, a saber, 64 doblones; si el otro la gana, están en dos partidas contra dos y, por conse-

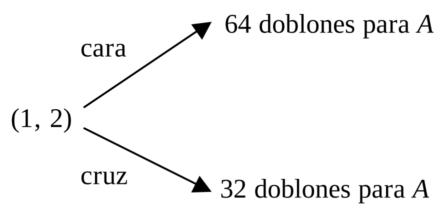
cuencia, si ellos quieren separarse es necesario que cada uno de ellos retire su apuesta, a saber, 32 doblones cada uno.

Considerad pues, Señor, que si el primero gana, a él le pertenecen 64; si pierde le pertenecen 32. Por tanto, si ellos no quieren arriesgarse en esta partida, separándose sin jugarla, el primero debe decir: ***"Estoy seguro de tener 32 doblones, pues la misma pérdida me los da; pero para los otros 32, quizás yo los tendré, quizás los tendréis vos; el azar es el mismo; partamos pues esos 32 doblones por la mitad, y dadme, además de los 32 que tengo seguros"****. Él tendrá pues 48 doblones y el otro 16.*

Para el jugador A la lotería de este ejemplo es:

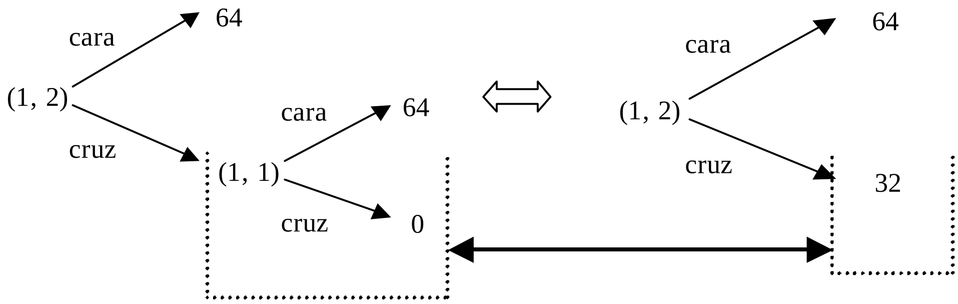


Pascal la reduce a esta equivalente:



En esta última, los 32 doblones constituyen el denominado *equivalente cierto* de la lotería $\left\{64, \frac{1}{2}; 0, \frac{1}{2}\right\}$ por el segundo principio. En esta última lotería quedan reflejadas las palabras de Pascal: "*Estoy seguro de tener 32 doblones, pues la misma pérdida me los da; pero para los otros 32, quizás yo los tendré, quizás los tendréis vos; el azar es el mismo; partamos pues esos 32 doblones por la mitad, y dadme, además de los 32 que tengo seguros*".

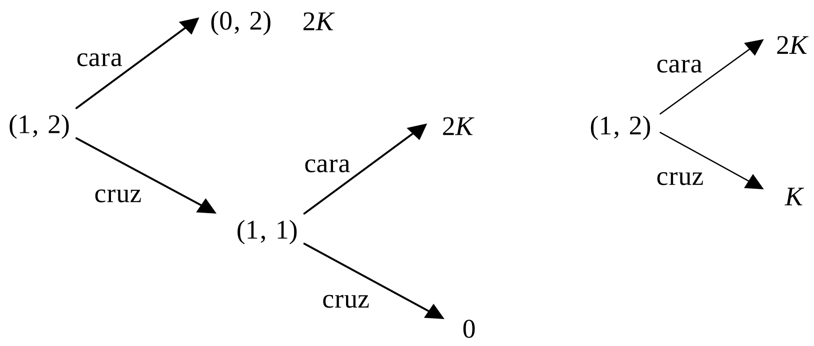
La "seguridad" de tener 32 doblones entra en duda si consideramos la lotería compuesta, donde el jugador puede ganar 64 doblones o perderlo todo. Nos preguntamos entonces, ¿de dónde viene esa seguridad? La explicación debe estar en la "equivalencia" entre la lotería compuesta y la simple, o sea:



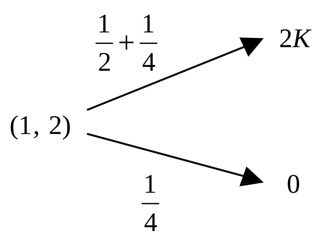
Aquí se supone que si en la lotería compuesta sustituimos $\left\{64, \frac{1}{2}; 0, \frac{1}{2}\right\}$ por su equivalente cierto, entonces la nueva lotería $\left\{64, \frac{1}{2}; 32, \frac{1}{2}\right\}$ es *equivalente* a la compuesta. Es decir, para el jugador A la lotería compuesta es igual (indiferente) que la simple. Esta **equivalencia** entre una situación de riesgo, como en la lotería compuesta, y una situación de seguridad, como en la lotería $\left\{64, \frac{1}{2}; 32, \frac{1}{2}\right\}$, es la clave de la que hace uso Pascal para resolver este y el resto de los problemas.

Si la lotería enunciada en el primer principio la representamos por $l_1 = \left\{64, \frac{1}{2}; 64, \frac{1}{2}\right\}$, y si representamos por l_2 y l_3 las loterías $l_2 = \left\{64, \frac{1}{2}; 0, \frac{1}{2}\right\}$ y $l_3 = \left\{32, \frac{1}{2}; 32, \frac{1}{2}\right\}$, entonces la "equivalencia" anterior se podría expresar de la siguiente forma: Si la lotería l_2 es indiferente a la lotería l_3, entonces la lotería compuesta $\left\{l_1, \frac{1}{2}; l_2, \frac{1}{2}\right\}$ es indiferente a la lotería compuesta $\left\{l_1 \frac{1}{2}; l_3, \frac{1}{2}\right\}$.

En esta nueva forma de presentar la equivalencia, es fácil reconocer el **Axioma 3** del trabajo de Herstein y Milnor (1953). Se le denomina **Axioma de Sustitución** y es fundamental para el desarrollo de una "teoría de decisión bajo riesgo": si admitimos que ambos jugadores se comportan de acuerdo al axioma de sustitución, entonces la lotería compuesta $\left\{l_1, \frac{1}{2}; l_2, \frac{1}{2}\right\}$ se puede sustituir por la lotería $\left\{64, \frac{1}{2}; 32, \frac{1}{2}\right\}$ y es en esta lotería donde las palabras de Pascal antes comentadas sobre la seguridad de los 32 doblones tienen plena justificación. En conclusión, los equivalentes cierto de las dos loterías que representamos a continuación, coinciden, siendo éste para el primer jugador $K + \frac{K}{2}$, por el corolario primero.



Este método usado por Pascal para resolver el problema, al que el propio autor llamó Método Universal, es el que en lenguaje actual se conoce como Método de la Esperanza Matemática para las apuestas. En efecto, si la lotería compuesta de arriba la reducimos a una simple, aplicando la regla de las probabilidades:



Entonces, si calculamos la esperanza matemática de esta última lotería obtenemos $(2K) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + 0 \cdot \frac{1}{4}$, que es igual a $K + \frac{K}{2} \cdot$

A partir de aquí, Pascal aplicará su método universal a cualquier problema de los puntos con dos jugadores, reduciéndolo a un problema ya resuelto. Así, resolverá los casos (1, 3) y (2, 3). En general, si $E[(a, b)]$ es lo que corresponde al jugador A si el juego es interrumpido en la situación (a, b), entonces se verifica:

$$E[(a, b)] = \frac{1}{2}E[(a-1, b)] + \frac{1}{2}E[a, b-1)],$$

donde $a > 1$ y $b > 1$. Esta situación que relaciona el problema (a, b) con los problemas $(a-1, b)$ y $(a, b-1)$, define una ecuación en diferencias parcial. Este tipo de ecuación será resuelto por los matemáticos del siglo XVII. Pascal no posee una solución a la misma, pero sí tiene una potente herramienta de cálculo que empleará para su resolución: el Triángulo Aritmético (Edwards, A.W.F., 1987). Precisamente uno de los anexos de la obra de Pascal referenciada a lo largo de este trabajo está dedicado a explicar la resolución del problema de los puntos mediante el uso del Triángulo, y en la carta de 29 de julio de 1654, Pascal escribe a Fermat: "*Vuestro método es muy seguro y es el que me vino al pensamiento por primera vez en esta búsqueda; pero, dado que el esfuerzo de las combinaciones* (método propuesto por Fermat) *es excesivo, he encontrado uno abreviado* (el Método Universal) *y concretamente otro método mucho más corto y más claro* (mediante el Triángulo aritmético), *que desearía poder deciros aquí en pocas palabras*….". El análisis de esta otra aportación de Pascal resulta apasionante, pero excede los objetivos de este trabajo.

Por último, volvemos a retomar la idea de la regla de parada introducida por Pascal. Antes de comenzar el juego, nuestros jugadores podrían establecer reglas del tipo: "Si llegamos a la situación (3, 1) (por ejemplo) paramos el juego y repartimos el total apostado", o también, reglas a emplear en el caso de que se produzca un hecho externo al propio juego que haga interrumpir el mismo. En cualquiera de los casos, bajo el supuesto de jugadores neutros al riesgo y juego justo, el criterio que establece Pascal es el de sustituir el juego que queda pendiente en el momento de la interrupción por el equivalente cierto o esperanza matemática de cada uno de los jugadores. Como consecuencia, en cualquier situación en que se produzca la interrupción del juego, los jugadores terminarán retirando, en valor esperado, las cantidades inicialmente apostadas.

BIBLIOGRAFÍA

ALLAIS, M. (1953): "Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'ecole americane". *Econometrica*. Vol. 21, 503-546.

COUMET, E. (1970): "La thèorie du hasard es-elle neè par hasard?". *Annales: Economies, Societes, Civilisation*. Vol. 25, 574-598.

DAVID, F.N. (1962): *Games, Gods and Gambling*. Charles Griffin & Co. Ltd., London.

DE MORA CHARLES, M.S. (1989): *Los inicios de la Teoría de la Probabilidad: siglos XVI y XVII*. Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco, Bilbao.

DEGROOT, M.H. (1970): *Optimal Statistical Decisions*. McGraw-Hill, New York.

EDWARDS, A.W.F. (1987): *Pascal's arithmetical triangle*. Griffin, London.

HALD, A. (1990): *A History of Probability and Statistics and Their Applications before 1750*. John Wiley & Sons. New York.

HERSTEIN, I.N.; MILNOR, J. (1953): "An axiomatic approach to measurable utility". *Econometrica*. Vol. 21, 291-297.

MULIERE, P.; PARMIGIANI, G. (1993): "Utility and Means in the 1930s". *Statistical Science*, Vol. 8, No. 4, 421-432.

PASCAL, B. (1963): *Oeuvres Complètes*. Edición de Lafuma, París.

SAVAGE, L.J. (1954): *The Foundations of Statistics*. John Wiley & Sons. New York.

TODHUNTER, I. (1865): *A History of the of the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace*. Macmillan, London. Reprinted by Chelsea, New York, 1949.

PENSIONES, RENTAS Y SEGUROS. LOS PRIMEROS CÁLCULOS Y LA PARTICIPACIÓN DE LEIBNIZ

Mary Sol de Mora Charles
Universidad del País Vasco

A finales del siglo XVI diversos países de Europa prohibieron los seguros de vida, que no son sino una apuesta sobre las posibilidades de supervivencia de una persona, asunto que se consideraba competencia exclusiva de la Providencia. Sin embargo, el sistema de rentas vitalicias era conocido y practicado desde la antigüedad, con mayor o menor acierto. Lo esencial para calcular uno de estos sistemas es disponer de una tabla de supervivencia lo más completa posible de una determinada población y además es necesario contar con ciertas herramientas matemáticas. En el siglo XVII, con el desarrollo de la teoría de la probabilidad, era posible por primera vez calcular la duración probable de la vida humana, pero antes de esa fecha los cálculos empleados eran proverbialmente inexactos y conducían con frecuencia a la ruina del estado.

En cuanto a las tablas de mortalidad utilizadas para calcular las rentas, aunque eran generalmente datos reservados, podemos suponer que proporcionaban un conocimiento muy aproximado de la esperanza de vida pues observamos que Graunt, que señalaba la necesidad de conocer al menos los años de nacimiento de la población, el número de personas y la edad que tenían al morir, sin embargo no pudo contar para sus cálculos ni con la edad en el momento de la muerte, ni con el sexo, ni con el número de los habitantes de Londres, aunque a pesar de ello consiguió realizar excelentes conjeturas.

Los primeros cálculos, que pronto recibieron el nombre de Aritmética Política (con William Petty en 1698), fueron realizados por John Graunt en su libro *Observaciones Naturales y Políticas… realizadas sobre los Boletines de Mortalidad, con referencia al gobierno, religión, comercio, crecimiento, aire, enfermedades y diversos cambios en dicha ciudad* (1662). Sabemos que Graunt no dispuso más que de esos boletines, que sólo informaban de la causa de la muerte de los individuos en cada parroquia de Londres, sin distinguir la edad o el sexo de los difuntos, y por otra parte enumeraban los niños bautizados en el mismo periodo de tiempo. Con esos escasos datos, Graunt realiza la proeza de inventar una nueva ciencia, deshace muchos errores e ideas preconcebidas sobre las causas de la muerte, por ejemplo establece que la frecuencia de los asesinatos en Londres es más pequeña que en París, al contrario de lo que afirmaban los franceses, en la polémica que mantenían los dos países. También demuestra que algunos de los accidentes más temidos, como ser fulminado por un rayo, son muy poco frecuentes y que el número de hombres y mujeres se mantiene en ligera desigualdad, pero que nacen más hombres, en contra de lo que se creía, que había tres mujeres para cada hombre, y otros muchos curiosos descubrimientos.

Sus deducciones son también muy acertadas, como cuando explica que aparezcan más muertes que nacimientos (o bautismos) por la inmigración del campo a la ciudad. O cuando establece que la población de Londres es de unas 380.000 personas y no de seis millones, como se afirmaba, y que es menor que la de París, el referente obligado.

La peste no coincidía con la coronación de los reyes y la población desaparecida por esa causa se reponía muy rápidamente, en unos dos años, como en el caso de las guerras.

La tabla de vida que establece con grandes dificultades por la falta de datos, es admirable aún ahora. Como es sabido, sin embargo la formación de Graunt no era matemática y por ello habrán de llegar otros autores que apliquen fórmulas para los cálculos más elementales y una de esas fórmulas, quizá la más esencial, será la esperanza matemática.

El manuscrito de Cardano de su *Liber de ludo aleae* había sido adquirido y leído en Francia y publicado póstumamente en Lyon en 1663; en él se habla ya de conceptos como “igualdad”, que equivale para Cardano a probabilidad, o de “circuito o revolución”, que parece corresponder al total de casos posibles. En la correspondencia entre Pascal y Fermat (1654-56) encontramos ya más claramente expresada la esperanza matemática, pero será en el libro de Christian Huygens (1657), *De Ratiociniis in Ludo Aleae* donde se establecerá que la esperanza matemática o expectatio nos da el precio justo para un juego de azar o para una apuesta. Huygens había recibido una copia del libro de Graunt en

1662 y su hermano Ludwig Huygens que estaba interesado en estos temas le propone calcular la esperanza de vida de un recién nacido (o más bien recién concebido) basándose en las tablas de Graunt. Esta esperanza de vida es de hecho la duración media de la vida, pero no la duración probable (o mediana). Como señala Hacking, en nuestros días, debido a la baja mortalidad infantil, ambos conceptos están muy próximos, pero en la época de Graunt la media de edad era de 18,2 años pero la mediana era solamente de 11 años y en todas las familias había muchos hijos que no llegaban a la edad adulta.

Hasta que Graunt publicó su libro, nadie había utilizado los datos que sin embargo ya existían en diversos países, aunque estaban reservados para el cálculo de las rentas vitalicias y eran más o menos secretos. Su amigo William Petty hizo una recensión del libro de Graunt en el *Journal des Sçavans* de 1666 y además tras la caída en desgracia de Graunt por su conversión al cristianismo de Roma, asumió su papel y publicó numerosos textos sobre lo que acertadamente llamó Aritmética Política.

Para Graunt hay una probabilidad p constante de morir en un año dado, aunque él no utiliza el término probabilidad. La fórmula sería:

$N =$ tamaño de la población.

Si la probabilidad de sobrevivir 10 años es 0,5. Y como $1-p$ será la probabilidad de no morir en un año dado, según estas condiciones, el primer año sobrevivirían $N(1-p)$, en el segundo $N(1-p)-pN(1-p)=N(1-p)2$ y en 10 años $N(1-p)10=(0,5)N$.

Si $q =$ probabilidad de que al menos un hombre de cada10 muera en un año dado, entonces,

$1-q =$ probabilidad de que no muera nadie en ese año y eso es $(1-p)10=0,5$, luego también $q=0,5$.

Se supone implícitamente que la proporción de defunciones es uniforme a partir de los 6 años de edad, idea que va a ser adoptada también por los hermanos Huygens y Leibniz y ésta es una suposición sorprendente pero que, ante las tablas disponibles, resulta razonable.

Petty sin embargo rechaza la hipótesis de Graunt de que la tasa de mortalidad es uniforme y supone que después de los 16 años aumenta con la edad.

Hubo que esperar a Neumann en 1692, para la ciudad de Breslau y Maitland en 1739 para Londres, que fueron los primeros en disponer de una estadística de los fallecimientos por edades.

Será Nicolás Bernoulli quien introducirá la duración de la vida probable, es decir la esperanza matemática en la cual los valores de la variable son ponderados por sus probabilidades y no por sus frecuencias, que nos informa de cuándo habrán desaparecido la mitad de las personas, lo que se llama duración de vida mediana y no media. No obstante, para construir una tabla de mortalidad realista, a los hermanos Bernoulli les faltó disponer de una serie de observaciones, puesto que se contentaron con los datos de Graunt y lo mismo le sucedió a Leibniz.

Cardano, Tartaglia y otros habían precedido a Leibniz en el estudio de lo aleatorio, pero, como en muchos otros terrenos, el camino de Leibniz era un camino distinto y sus resultados, originales y de muy largo alcance.

Leibniz nunca fue un jugador, ni tuvo ninguna pasión o afición personal por el juego entendido como juego de apuestas, y que era uno de los entretenimientos favoritos de la sociedad de la época. Las reglas de algunos juegos, que aparecen en sus manuscritos, están siempre incompletas y con abundantes preguntas anotadas en los márgenes, que revelan que Leibniz no había jugado en su vida a la mayoría de esos juegos. El interés de dichas reglas estribaba para él en que eran susceptibles de análisis desde el punto de vista matemático, probabilístico, y de ahí su insistencia sobre Montmort y otros autores contemporáneos para que las explicaran con más detalle, en atención a los legos en la materia "y a la posteridad".

La Teoría de la Probabilidad estaba en su periodo de creación. La correspondencia entre Pascal y Fermat (1654-60) los muestra como jugadores, hombres de mundo que frecuentaban las tertulias donde se jugaba y a los otros jugadores como el famoso Méré. Su forma de afrontar los problemas de la Teoría de la Probabilidad es la misma que la de Cardano: se trataba de resolver problemas planteados *en* el juego, *por* el juego en su desarrollo.

Pero la trayectoria de Leibniz había comenzado de un modo muy distinto. Su interés por los problemas de la contingencia había comenzado en el terreno legal, y para él, si las matemáticas eran el modelo para el razonamiento acerca de las verdades necesarias, la jurisprudencia debía ser el modelo cuando se deliberaba acerca de las contingencias. O al menos, un cierto tipo de jurisprudencia matematizado, un "nuevo tipo de lógica".

Cuando Leibniz publicó en 1665 su trabajo *De conditionibus*, en el que utilizaba números para representar lo que él llamaba "grado de probabilidad", sólo tenía 19 años. Ya en ese primer texto, aparecía una cuantificación de la probabilidad entre dos valores límites: 0 y 1, que corresponden al *jus nullum* y al *jus purum* respectivamente, pero le faltaban los valores intermedios para el *jus conditionale*; cuando una condición es necesaria, Leibniz la denota por la cifra 1, cuando es imposible, utiliza la cifra 0, cuando es incierta (*incerta*), como la llama en la primera versión de su escrito (1665), o contingente (*contingens*), como la llama en la versión de 1672, habrá que denotarla por una fracción; y esa fracción será el "grado de prueba" en el caso de la ley, o el "grado de probabilidad" en general. Está por lo tanto en condiciones de considerar las diferencias cualitativas de los grados de probabilidad y también la existencia de diferencias cuantitativas, pero no puede asignarles los valores numéricos que les corresponden; Leibniz hablaba de un continuo de posibilidades, es decir, de valores o grados de probabilidad, y esperaba que Jacques Bernoulli consiguiese realizar esa cuantificación[1]. Las verdades contingentes, sobre todo las referentes al espacio y al tiempo son para él series continuas que conducen al infinito.

Es curioso observar que Leibniz tampoco estableció enseguida la relación entre el arte combinatoria y la probabilidad. En cambio Pascal repite una y otra vez en su correspondencia con Fermat la relación evidente de ambas teorías, y también en su tratado sobre el Triángulo Aritmético. De hecho Leibniz no leerá ese tratado de Pascal hasta mucho más tarde, en su primera visita a Londres, en 1673, y sólo superficialmente. Después de su estancia en Paris (1672-6), es cuando Leibniz reconocerá la estrecha conexión entre probabilidad y combinatoria[2].

En el *De casibus*, lo que después sería la Teoría de la Probabilidad, debía ser una "jurisprudencia natural". La probabilidad numérica era para Leibniz una noción primordialmente epistemológica, a diferencia de Pascal, Fermat y los demás, para quienes el cálculo de las "chances" era fundamentalmente aleatorio. La doctrina de las "chances" no trata para Leibniz acerca de las características físicas de una situación de juego, sino acerca de *nuestro conocimiento* de esas situaciones.

A Leibniz le interesaba más la aplicación de la combinatoria al Ars Inveniendi, y su influencia sobre las probabilidades matemáticas es muy grande en el campo de la conceptualización, aunque no en el puramente técnico. Es precisamente la mirada de Leibniz la que puede hacer del libro de Huygens *De Ratiociniis in Ludo Alea* (1657) (que trata enteramente de juegos de azar, con

[1] Véase IVO SCHNEIDER: "Leibniz on the probable", *Mathematical Perspectives*, 1981, Academic Press Inc., p. 201-219.

[2] LEIBNIZ: Ed. Couturat, p. 561.

escasas perspectivas sobre otros campos), “un elegante ejemplo de razonamiento sobre los grados de probabilidad”[3].

En 1672 Leibniz ya había formulado todas estas ideas, aunque no era todavía capaz de construir su teoría, por falta de una preparación matemática suficiente. Creía sin embargo que un matemático lo conseguiría con facilidad. En Paris, en el otoño de 1672, conoció personalmente a Huygens que le iniciaría en las matemáticas, entró en contacto con Malebranche y con Arnauld y, en 1673, pudo examinar algunos manuscritos de Pascal, aunque no sobre probabilidad.

En 1676, de vuelta en Hanover, intentó realizar sus propios cálculos de probabilidades. Parece demostrado que no tuvo la oportunidad de conocer la famosa correspondencia entre Pascal y Fermat, ni siquiera cuando fue publicada entre las obras de Fermat, pues esto le hubiera dado ya el problema resuelto y le hubiera evitado algunos errores en los que incurriría por inadvertencia, aunque parece ser que por intermedio de Huygens pudo ver y estudiar algunos problemas de los que se planteaban en el círculo de Pascal, Fermat, etc. Su relación con Huygens fue muy fructífera y Leibniz recomendaría en varias ocasiones su tratado, *De Ratiociniis in Ludo Aleae*[4].

Las relaciones de Leibniz en el terreno de la matemática y en el que aquí nos interesa de la Teoría de la Probabilidad, se basan en su amistad con Huygens, los Bernouilli o Montmort. Sobre James (Jacques) Bernoulli (1654-1705), autor del *Ars Conjectandi*, Leibniz decía que fue por su causa que Jacques estudió el tema de la probabilidad: “Feu Mr. Bernoulli a cultivé cette matière sur mes exhortations”[5]. Aunque esto es discutido por algunos investigadores, que sostienen que en la correspondencia parece que James ya casi había terminado su obra antes de conocer a Leibniz, nosotros creemos en la grande (y beneficiosa) influencia de Leibniz sobre Jacques y Nicolás Bernoulli.

Respecto a Pierre Remond de Montmort (1678-1719), al que conoció a través de su hermano, Leibniz mantuvo una interesante correspondencia con él y tenía una opinión muy favorable de su *Essai d'Analyse sur les Jeux de Hazards*. Era la obra que tantas veces había pedido, el tratado que explicara las reglas de los juegos. Sin embargo, no le parecía bastante completo, y en eso tenía razón, pues Montmort lo había escrito en realidad para matemáticos-jugadores.

---

[3] DUTENS, VI, I, p. 318.

[4] *Opera Omnia*, ed. Dutens, Vol. VI, part 1, p. 318.

[5] *Opera Omnia*, Dutens, Vol. VI, part 1, p. 217.

Pero el interés de Leibniz por los juegos iba más allá de la Teoría de la Probabilidad. Sus aplicaciones al Arte de Inventar y por lo tanto a la construcción de la Característica Universal le parecían del mayor interés. Pensaba además que los hombres nunca mostraban mayor ingenio que en sus diversiones y que incluso los juegos infantiles podían atraer la atención de los más grandes matemáticos. Deseaba tener un tratado sistemático sobre juegos, que comprendiera en primer lugar los que dependen sólo de los números y luego los que dependen de la posición, como el ajedrez, y por último los que dependen del movimiento, como el billar. Así consideraba que se llevaría a la perfección el arte de inventar o incluso el arte de las artes, el arte de pensar[6].

Cualquiera que fuese la información que Leibniz había recabado en su estancia en París acerca del cálculo de probabilidades, lo cierto es que a partir de 1676 redactó varios manuscritos en torno a esos temas: unos sobre combinatoria, otros sobre el cálculo de los "partis", o interesantes hallazgos teóricos como el del manuscrito "J'ay vu dernierement dans le Journal des Sçavans…"[7] o como las aportaciones señaladas por Biermann sobre la probabilidad en el manuscrito "De numero jactuum in tesseris", donde se ocupaba de las variaciones y combinaciones con repetición y de sus aplicaciones a los problemas de juegos de azar. En el manuscrito "*Sur le calcul des partis*", que comienza *Le chevalier de Meslé fut le premier*… Leibniz fracasa en encontrar una fórmula general que le permita determinar el reparto de las ganancias entre los jugadores en cualquier momento del juego. Lo ensayará de nuevo en 1678, en el trabajo "*De incerti aestimatione*"[8], donde introduce la distinción entre los casos favorables y los casos posibles y define la *spes* (esperanza matemática) como *probabilitas habendi*:

$$S = \frac{aA + bB + cC}{n} \quad \text{donde} \quad n = a + b + c$$

$n =$ número de los sucesos *aeque faciles*
$A, B, C =$ cantidades a ganar

---

[6] *Opera Omnia*, ed. Dutens, Vol. V, p. 17, 22, 28, 29, 203, 206. También Vol. VI, part 1, 271, 304. Y Ed. Erdmann, p. 175.

[7] Véase MORA CHARLES: "Leibniz et le problème des partis", *Historia Mathematica*, 13, 1986, 11-18.

[8] K.R. BIERMANN & MARGOT FAAK: "G.W. Leibniz, *De incerti aestimatione*", *Forschungen und Fortschritte*, 31, Heft 2, Februar 1957, p. 45-50.

Encontramos también en este manuscrito la famosísima definición de probabilidad que se suele atribuir a Laplace: número de casos favorables dividido por el número de casos (igualmente) posibles:

Generaliter: si diversos eventus utiles disjunctim habere possit negotium, spei aestimatio erit summa utilitatum possibilium ex omnibus eventibus collectarum, divisa per numerum eventuum.

El último manuscrito de Leibniz sobre el cálculo de probabilidades tiene especial interés debido a sus implicaciones en la matemática de la época. Se trata de un texto escrito en 1686 a propósito de un desafío lanzado por Bernoulli en el *Journal des Savants* de 1685, nº 26: *"J'ay vu dernierement dans le Journal des Sçavans…"*[9]. Se trata de diversas variantes de un juego de dados entre dos jugadores *A* y *B*, que juegan por turnos con diversos ritmos de tiradas de un solo dado y gana el que obtenga un cierto punto prefijado. Es un juego sencillo pero cuya solución general tiene bastante complicación, y sobre todo implica la suma de series del tipo $1-n+n^2-n^4+n^6-n^9+\cdots$

Leibniz, al no poder encontrar la suma de la serie, renuncia a responder al desafío, pero cuando Bernoulli publica su solución en *Acta Eruditorum* en 1690 tras no haber recibido respuesta de ningún matemático en todo ese tiempo, Leibniz se anima también a publicar la suya. Ambas soluciones coinciden en dar el término general de las *chances* de cada jugador[10]. Lo más interesante de este manuscrito de Leibniz es su constante búsqueda de un teorema general, de una solución general, y la aplicación de métodos matemáticos avanzados, como la integración o la suma de series, a la teoría de la probabilidad.

Leibniz se interesó además por las reglas de los juegos de azar, y dejó inéditos varios manuscritos en los que estudiaba algunos de estos juegos: La Bassette, el Quinquenove, el Hombre, el Solitario, etc. Algunos de ellos son juegos de cartas, otros de dados, y en todos los casos propone variantes y estudia las ventajas de los diferentes jugadores. El espacio de esta comunicación no nos permite profundizar aquí en esos detalles técnicos, que pueden consultarse en las diferentes publicaciones disponibles, aquí mencionadas.

En conclusión, la aportación de Leibniz a la Teoría de la Probabilidad tiene características en cierto modo contradictorias, pues, sin ser capaz de resolver los problemas más sencillos planteados por los juegos de dados, como el problema de los dados o el de la división de las apuestas, resolvió en cambio otros

---

9 LHs XXXV, 13, Nr. 3, Bl. 31-32.

10 Véase el estudio de Mora Charles (1986).

más difíciles, aclaró algunos conceptos, creó y definió otros muchos y señaló las aplicaciones más importantes de la Teoría antes que la mayor parte de sus contemporáneos. Aunque los cálculos efectivos de Leibniz respecto al tema de la demografía y de los seguros no son reconocidos por todos los historiadores, no cabe duda de que su presencia es determinante para el desarrollo de gran parte de estas teorías, sus aportaciones teóricas a la teoría de la probabilidad y a los temas de aritmética política y de anualidades no son en absoluto desdeñables, como intentaremos mostrar aquí.

Uno de los más relevantes autores actuales sobre temas de historia y filosofía de la ciencia, Ian Hacking, reconoce que, en su libro *The emergence of probability* (Cambridge, 1975), Leibniz es el testigo filosófico del surgimiento de la probabilidad, alrededor de 1660. El nombre de Leibniz aparece en toda la obra. Pero en otro de sus libros, *The taming of chance* (Cambridge, 1990), añade que Leibniz fue también influyente en el terreno de los seguros y las rentas y recuerda que fue el padrino filosófico de las estadísticas oficiales prusianas, poco tiempo después de la proposición de William Petty en el mismo sentido, para Inglaterra.

Se han publicado recientemente algunos textos de Leibniz traducidos al francés sobre temas de probabilidad y de estadística (Marc Parmentier, Vrin, Paris, 1995, *L'estime des apparences*) y, sobre todo, se ha publicado en el 2000 el volumen de la Academia de Berlín de textos originales de Leibniz sobre seguros y matemáticas financieras, editado por Eberhard Knobloch con prólogos y comentarios de otros especialistas, de forma bilingüe latín o francés/alemán, de manera que contamos ahora con todos los elementos para formarnos una opinión de la influencia de Leibniz sobre estos asuntos.

Sabemos ahora que Leibniz se interesaba por las cuestiones de población y por sus repercusiones políticas. Había visto las tablas de Graunt y la memoria de Jan de Witt sobre el valor de las rentas vitalicias y en consecuencia de sus ideas preconizaba la creación de una Oficina Central de Registro de los bautizos, matrimonios y entierros.

Leibniz supone que, dados 81 niños recién nacidos, morirán uniformemente, es decir que morirá uno cada año en los 81 años siguientes. Esta es una hipótesis arbitraria, por supuesto, que no se basa en la experiencia de la época, y Leibniz debería saberlo, pero considera que se puede realizar tal simplificación sin falsear sustancialmente los resultados. Para Leibniz pues la población es estacionaria y en este tipo de poblaciones el número de supervivientes decrece en progresión aritmética, siendo la tasa de mortalidad la inversa de la esperanza de vida. Sin embargo parece ser que Leibniz había visitado a Hudde en noviembre de 1676 y que en enero había escrito algunas observaciones acerca de un problema de mortalidad planteado por Roannez. Por otra parte, Hudde había discutido con Witt acerca de que las anualidades deberían calcularse sobre la base de la mortalidad uniforme y pudo dar por supuesto que los datos empíricos confirmaban tal hipótesis; el caso es que los cálculos posteriores de Halley y de Moivre van a darle la razón, en un nuevo ejemplo, como dice Hacking "de su irritante habilidad para obtener la respuesta correcta mediante una inferencia injustificada realizada sobre datos erróneos". En resumen, Graunt simplemente supuso la mortalidad uniforme, Petty trató de corregirle, de Witt supuso que la mortalidad era uniforme sólo en los primeros años de la vida y que la tasa aumentaba después de los 54. Hudde, como hemos dicho sostenía que debería suponerse la tasa uniforme para calcular las anualidades y Leibniz comienza criticando la uniformidad y más tarde la acepta.

Leibniz además establece en sus escritos al menos cinco cálculos fundamentales para estas teorías: la duración media de la vida humana, la esperanza de vida a una edad determinada, las tasas de mortalidad en función de la edad, las características de una población estacionaria y la tasa bruta de mortalidad, todos ellos de importancia, como podemos ver.

Así pues dice Leibniz: "considerando uno de esos niños en particular, hay tanta apariencia (probabilidad) en decir que morirá en el primer año o en el segundo o en el tercero como en cualquier otro hasta el año 48. Si muere en el primer año, no habrá vivido ninguno entero, y el número de años que concluye es 0. Si muere en el segundo, habrá concluido uno y el número de sus años es 1. Si muere en el tercero, el número de sus años es 2. Y así sucesivamente, pues despreciaremos las fracciones o partes de año. Finalmente si muere en el año 81, su edad o el número de sus años es 80. Así tenemos 81 edades posibles o estimaciones igualmente aparentes (probables) de la vida humana, a saber los años 0, 1, 2, 3, 4 etc. hasta 80. Así pues para encontrar la estimación media, hay que buscar la suma de todas esas estimaciones juntas: $0 + 1 + 2 + 3 +$ etc. hasta $+80$, lo que suma 3.240, como es fácil comprobar, la cual suma hay que dividir por el número de estimaciones igualmente razonables, a saber 81, y lo que nos resultará será 40. Luego podemos decir que 40 años son la duración media de la vida humana".

De hecho Leibniz está utilizando la fórmula de la esperanza de vida en el momento del nacimiento. Este cálculo resulta correcto dado que partimos de una población estacionaria, en la cual la vida media o esperanza de vida en el nacimiento y la vida mediana o duración probable de la vida, son iguales.

Con estas páginas se ha querido hacer un esbozo de la intensa actividad de Leibniz en estas teorías matemáticas, aunque en el total de su obra no representen una parte muy grande.Pero eso realmente en el caso de Leibniz, cuya obra es monumental, no tiene gran importancia.

BIBLIOGRAFÍA

BERNOULLI, J. (1713): *Ars Conjectandi*, N. Bernoulli (ed.), Bâle: Gebt. Thurneisen. Reedición Bruxelles: Culture et Civilisation, 1968. Reproducido en *Die Werke*, tome 3, pp. 107-286. Bâle: Birkhäuser, 1975.

BERNOULLI, NICOLÁS: *Dissertatio Inauguralis Mathematico-Juridica de Usu Artis Conjectandi in Jure*, 14 juillet 1709, Basel.

BIERMANN, K.-R. (1954): "Über die Untersuchung einer speziellen Frage der Kombinatorik durch G.W. Leibniz", *Forschungen und Fortschritte*, 28, 357-59.

____ (1955): "Über eine Studie von G.W.Leibniz zu Fragen der Wahrscheinlichkeitsrechnung", *Forschungen und Fortschritte*, 29, 110-113.

____ (1956): "Spezielle Untersuchungen zur Kombinatorik durch G.W. Leibniz", *Fors. u. Fort.*, 30, 169-172.

____ (1957): "Eine Aufgabe aus den Anfängen der Wahrscheinlichkeitsrechnung", *Centaurus*, 5, 142-150.

CARDANO, GIROLAMO: *Opera Omnia*, Amsterdam, 10 vols. (1663). Facsimil reed. en Stuttgart 1966. El vol. I incluye *De ludo aleae*.

DUPÂQUIER, JACQUES: *Invention de la Table de Mortalité*, PUF, Paris, 1996.

GRAUNT, JOHN: *Natural and Political observations mentioned in a following Index, and made upon the Bills of Mortality*, London, 1662. Ed. W.F. Wilcox, Baltimore, 1939. También reed. en Petty (1899), vol. II.

HACKING, IAN: *The emergence of Probability*, Cambridge U.P., 1975.

____: *The Taming of Chance*, Cambridge U.P., 1990. Trad. esp. A.L. Bixio, *La domesticación del azar*, Gedisa, Barcelona, 1991.

HALLEY, EDMOND: "An estimate of the degree of mortality of mankind, drawn from curious tables of births and funerals at the city of Breslau: with an attempt to ascertain the price of annuities upon lives", *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 17, 596-610; 654-6.

HUDDE, JOHANNES: Para la correspondencia sobre anualidades, ver Hendricks (1853-4); para su tabla de anualidades, ver Huygens, *Oeuvres*, VII, 95-6.

HUYGENS, CH. (1657): *De ratiociniis in ludo alea*, en *Oeuvres Complètes*, Nijhoff, La Haya, vol. XIV, pp. 1-179, 1888-1950. Société Hollandaise des Sciences.

HUYGENS, CHRISTIAN: *Oeuvres complètes*, The Hague, 22 vols., 1888-1950.

KNOBLOCH, EBERHARD (1971): "Zur Herkunft und weiteren Verbreitung des Emblems in der Leibnizschen Dissertatio de Arte combinatoria", *Studia Leibnitiana*, 3, 290-292.

____ (1974): "Marin Mersenne Beiträge zur Kombinatorik", *Sudhoffs Archiv*, 58, 356-379. Supplementa Band XI.

____ (1976): *Die Mathematischen Studien… Textband*, Studia Leibnitiana Supplementa, Vol. XVI. Steiner, Stuttgart.

LEIBNIZ, G.W. (1713-1716): "Lettres à Montmort". En *Die Philosophischen Schriften*, vol. III. C.J. Gerhardt (ed.), pp. 597-678. Berlin: Weidmannsche Buchhandlung, 1887. Reedición Hildesheim: Olms, 1965.

____ (1849-1863): *Mathematische Schriften*, C.J. Gerhardt (ed.) 7 vol. London: D. Natt, Berlin: A. Asher, Halle: H.W. Schmidt. Reedición Hildesheim: Olms, 1989.

____ (1903): *Opuscules et fragments inédits de Leibniz*, Paris, Alcan. Reedición Hildesheim: Olms. 1961.

____ (desde 1923): *Sämtliche Schriften un Briefen*. Preussische Akademie der Wissenschaften, Ed. Berlin: Akademie Verlag.

____: "Extrait d'une lettre de M. Leibniz, écrite d'Hanovre à l'auteur du Journal touchant la Quadrature d'une portion de la Roulette", *Journal des Sçavans*, Lundy 23 mai 1678.

____: "G.G.L. Meditatio Juridico-Mathematica de Interusurio simplice", *Act. Erud.*, m. Oct. 1683, 425-32.

____: *Der Briefwechsel von G.W.Leibniz mit Mathematikern*, hrsg. C.I. Gerhardt, Olms, Hildesheim, 1899, 1962.

____: *Doctrina conditionum* (1663-67); *De casibus perplexis* (1666), su tesis; *De interpretatione* (1670), en Asacarelli (1966).

____: *Dissertatio arithmetica de complexionibus*, 1666. *Mathematische Schriften*, hrsg. Gerhardt (1849-63), Olms, Hildesheim, 1962.

MERSENNE, MARIN: *Harmonie universelle*, Paris, 1636, 1965.

DE MOIVRE, ABRAHAM: *Annuities upon Lives*, London, 1725. Existe una segunda edición, corregida, Londres y Dublin, 1730. Para otras ediciones, véase Schneider (1968).

MORA CHARLES, M.S. DE (1985): "Algunos manuscritos inéditos de Leibniz sobre juegos", *Elementos*, 7, 21-30.

____ (1986): "Leibniz et le problème des partis. Quelques papiers inédits", *Historia Mathematica*, 13, 352-369.

____ (1989): "Premières applications des Mathématiques à la décision de quelques problèmes religieux et ethiques" en *Science and Religion*, A. Bäumer & M. Büttner (eds.), Bochum, 1989.

____ (ed.): *Los inicios de la Teoría de la probabilidad. Siglos XVI y XVII*, UPV/EHU Servicio Ed., Bilbao, 1989.

____ (1991): "La Bassette et l'Hombre, deux jeux de cartes étudiés par Leibniz dans de manuscrits inédits", *Studia Leibniziana*, 1991, XXIII/2, 207-220.

____ (1992): "Quelques jeux de hazard selon Leibniz (manuscrits inédits)", *Historia Mathematica*, 19, 1992, 125-157.

PARMENTIER, MARC (ed.): *Leibniz. L'estime des apparences*, Vrin, Paris, 1995.

PASCAL, BLAISE: *Traité du Triangle Arithmétique*, 1654. En *Oeuvres complètes*, ed. Jacques Chevalier, Gallimard, Paris, 1954. También en *Oeuvres*, vol. III. L. Brunschwicg & P. Boutroux (eds.), pp. 433-598. Paris, Hachette, 1980.

____ (1654-60): "La correspondance Pascal-Fermat", en Oeuvre, éd. J. Mesnard, Paris, Desclée de Brower, 1964, 2 vol. También en *Les Cahiers de Fontenay*, 32, septembre 1983.

____: "La correspondance Pascal-Fermat". En *Oeuvres* de Pierre de Fermat, P. Tannery & Ch. Henry (eds.), Vol. II, pp. 288-314. Paris, 1894.

PETTY, WILLIAM: Review of Graunt (1662), *Le Journal des Sçavans*, 2, agosto 1666, 359-70.

____: *Another Essay in Political Arithmetic, concerning the Growth of the City of London*, Londres, 1683.

WITT, JAN DE: Waerdye van lyf-renten naer proportie van los-renten, S'Gravenhague, 1671.

LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE ELEGIR UN PROMEDIO EN LAPLACE (MEMORIA DE 1774)

Jesús Basulto Santos
José Javier Busto Guerrero
Francisco Javier Ortega Irizo
Universidad de Sevilla

INTRODUCCIÓN

Cuando tenemos la necesidad de estimar una magnitud desconocida μ, realizamos una muestra de mediciones sobre la magnitud, $x_1, x_2, \ldots, x_n$, y procedemos a calcular un valor, $\hat{\mu}$, a partir de la mediciones, por medio de algún criterio que nos asegure una buena estimación de la magnitud.

La cuestión de estimar una magnitud a partir de un conjunto de mediciones, era denominada en el siglo XVIII el problema de elegir un promedio.

Laplace (1749-1827) abordará el problema en 1772 y lo recogerá, como problema 3,en su memoria de 1774 "Mémoire sur la probabilité des causes par les évenemens". Laplace ha encontrado una solución al problema, de elegir un promedio, en 1772 pero no lo incluirá en su memoria de 1772 "Sur les Séries récurrorécurrentes" por creer que era de poca utilidad. Sólo, después de leer en la revista de astronomía de Jean Bernoulli, que el problema es de gran importancia en astronomía y que Daniel Bernoulli y Lagrange han considerado el problema en sus trabajos de investigación, retomará la solución encontrada en 1772 y la recogerá en su memoria de 1774.

Laplace partirá de que las mediciones son realizaciones independientes de una variable aleatoria X tal que $X - \mu = Z$, donde Z es una variable aleatoria (v.a.) con una función de densidad conocida $\phi(z)$. La v.a. Z será la Ley de los Errores. El supuesto de que los errores deben seguir una Ley aleatoria ha sido aceptado por muchos investigadores, aunque cada uno de ellos ha propuesto su propia función de densidad.

Como explicaremos más adelante, Laplace desarrollará su propuesta únicamente para **tres** mediciones. Ordenando las tres mediciones x_1, x_2, x_3 en los estadísticos ordenados, $y_1 \leq y_2 \leq y_3$, Laplace calculará la densidad conjunta de observar las tres mediciones cuando provienen de una Ley $\phi(Y - \mu)$, para todo valor de la magnitud μ, es decir,

$$\phi(y_1, y_2, y_3) \propto \phi(y_1 - \mu)\, \phi(y_2 - \mu)\, \phi(y_3 - \mu)$$

que es nuestra **función de verosimilitud**.

Para Laplace, el valor a priori de la magnitud μ es una v.a. con una función de densidad $\pi(\mu)$. Con lo que la densidad de la v.a., μ, condicionada a las mediciones, vendrá dada por nuestra fórmula de Bayes

$$\pi(\mu \mid y_1, y_2, y_3) \propto \pi(\mu)\, \phi(y_1, y_2, y_3 \mid \mu)$$

Ahora bien, Laplace se apoyará en el principio de la Razón Insuficiente (“si no tenemos una causa para asignar diferentes probabilidades a priori, debemos suponer que todas las probabilidades son iguales de verosímiles”) para suponer que $\pi(\mu) = 1$, es decir, una **función a priori imparcial**. Stigler (1986) señala que el principio de razón insuficiente es más que un axioma metafísico, un método para simplificar los cálculos.

Bajo el supuesto de tomar una función a priori imparcial, Laplace obtendrá la siguiente función de densidad a posteriori, una vez observadas las tres mediciones,

$$\pi(\mu \mid y_1, y_2, y_3) \propto \phi(y_1, y_2, y_3 \mid \mu)$$

y al considerar que la integral

$$\int \phi(y_1, y_2, y_3 \mid \mu)\, d\mu$$

es finita, obtiene la densidad a posteriori siguiente

$$\pi(\mu \mid y_1, y_2, y_3) = \frac{\phi(y_1, y_2, y_3 \mid \mu)}{\int \phi(y_1, y_2, y_3 \mid \mu)\, d\mu}$$

Esta última fórmula es la que propondrá Laplace, al comienzo de su memoria, como un **Principio** para poder **invertir**, llamado **principio de la probabilidad inversa**, el proceso que va de las causas a los sucesos, se invierte para ir de los sucesos a las causas.

A partir de aquí, Laplace introducirá la siguiente **función de pérdida**

$$g(\mu, \hat{\mu}) = |\hat{\mu} - \mu|$$

donde $\hat{\mu}$ es una estimación de μ. Laplace tomará como la mejor estimación del valor de la magnitud, μ, el valor μ^* que haga mínima la pérdida esperada a posteriori. Es decir, el valor esperado de la función de pérdida cuando μ sigue la función a posteriori. Por razonamientos geométricos, Laplace probará que μ^* debe ser la mediana de la densidad a posteriori de la v.a. μ. Es decir,

$$\int_{-\infty}^{\mu^*} \pi(\mu \mid y_1, y_2, y_3)\, d\mu = \frac{1}{2}$$

Ahora bien, si queremos que esta fórmula sea útil necesitamos especificar la función de densidad $\phi(z)$, es decir debemos elegir la **Ley o Curva de los Errores**.

Laplace rechazará la hipótesis de que la curva de los errores es uniforme, $\phi(z) = k$ en un intervalo finito centrado en el cero. La razón es que son más probables errores pequeños que grandes. Igualmente rechazará la hipótesis de que la curva sea triangular, $|\phi'(z)| = k$ en un intervalo finito centrado en el cero, ya que cree que esta derivada debe disminuir cuando aumenta z.

Laplace supondrá que la curva de los errores debe verificar que sea simétrica respecto de cero y que $\phi'(z)/\phi(z) = -k$ para $z > 0$. Estas hipótesis le conducirá a que la curva de los errores sea

$$\phi(z) = \frac{k}{2} e^{-k|z|}$$

que hoy denominamos distribución de Laplace o doble exponencial.

Una vez elegida la curva de los errores, Laplace obtiene la siguiente fórmula para la mediana a posteriori,

$$\mu^* = y_1 + p + \frac{1}{k} \ln\left(1 + \frac{e^{-kp}}{3} - \frac{e^{-kq}}{3}\right)$$

donde $p = y_2 - y_1$, $q = y_3 - y_2$, suponiendo que $p > q$. La constante k es conocida. Laplace observa que cuando k tiende a cero, entonces μ^* se aproxima a la media aritmética. Igualmente, cuando k tiende a infinito, entonces μ^* se aproxima a la mediana de las mediciones, que es el máximo de la función de verosimilitud.

Resuelto el problema, Laplace emprende estimar μ cuando el parámetro k es desconocido. De nuevo Laplace utiliza el principio de la razón insuficiente para el vector (μ, k), proponiendo como función a priori $\pi(\mu, k) = 1$. El principio de la probabilidad inversa le lleva a la siguiente distribución a posteriori,

$$\pi(\mu, k \,|\, y_1, y_2, y_3) \propto \phi(y_1, y_2, y_3 \,|\, \mu, k)$$

donde la distribución a posteriori para μ, es

$$\pi(\mu \mid y_1, y_2, y_3) = \int_0^{\infty} \pi(\mu, k \mid y_1, y_2, y_3)\, dk$$

y la mediana de esta distribución es el valor μ^* que verifica la siguiente ecuación,

$$\int_{-\infty}^{\mu^*} \pi(\mu \mid y_1, y_2, y_3)\, d\mu = \frac{1}{2}$$

y esta última ecuación es equivalente a la siguiente,

$$\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\mu^*} \pi(\mu, k \mid y_1, y_2, y_3)\, d\mu\, dk = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \pi(\mu, k \mid y_1, y_2, y_3)\, d\mu\, dk$$

que haciendo el cambio de variable $\theta = \mu - y_1$, y teniendo en cuenta las definiciones de p y q se transforma en

$$\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\theta^*} \pi(\theta, k \,|\, p, q)\, d\theta\, dk = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \pi(\theta, k \,|\, p, q)\, d\theta\, dk$$

que a su vez es equivalente a

$$\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\theta^*} \pi(\theta, k \,|\, p, q)\, \pi(k \,|\, p, q)\, d\theta\, dk = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \pi(\theta \,|\, k, p, q)\, \pi(k \,|\, p, q)\, d\theta\, dk$$

Ahora, teniendo en cuenta que se verifica

$$\pi(\theta, p, q \mid k) \propto \pi(\theta, k \mid p, q) \qquad (*)$$

(ver fórmulas (1) y (2) más adelante), donde la proporcionalidad actúa sobre ambas funciones y las funciones dependen de las variables θ y k, obtenemos la siguiente ecuación

$$\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\theta^*} \pi(\theta,\ p,\ q|k)\ d\theta\ dk = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \pi(\theta,\ p,\ q|k)\ d\theta\ d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_0^{\infty} k^2 e^{-k(2p+q-\theta^*)}\ dk = \int_0^{\infty} k^2 e^{-k(p+q)}\left(1+\frac{e^{-kp}}{3}-\frac{e^{-kq}}{3}\right)dk$$

que conduce a la ecuación de grado tres:

$$(2p+q-\theta^*)^3 = \left((p+q)^{-3} + \frac{(2p+q)^{-3}}{3} - \frac{(p+2q)^{-3}}{3}\right)^{-1}$$

donde hemos supuesto que $p > q$.

Ahora bien, según señala Stigler(1986), Laplace ha cometido un error al calcular θ*, ya que en vez de utilizar la expresión (*), utilizó la siguiente:

$$\pi(\theta|\, p,\ q,\ k) \propto \pi(\theta,\ p,\ q|k)$$

lo que le llevó a la ecuación

$$\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\theta^*} \pi(\theta,\ p,\ q|k)\ \pi(k|\ p,\ q)\ d\theta\ dk = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \pi(\theta,\ p,\ q|k)\ \pi(k|p,\ q)\ d\theta\ dk \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_0^{\infty} k^2 e^{-k(2p+q-\theta^*)}\ \pi(k|p,\ q)\ dk = \int_0^{\infty} k^2 e^{-k(p+q)}\left(1+\frac{e^{-kp}}{3}-\frac{e^{-kq}}{3}\right)\pi(k|p,\ q)\ dk$$

que finalmente le condujo a la ecuación de grado 15:

$$(3p+2q-\theta^*)^{-5} - \frac{(4p+2q-\theta^*)^{-5}}{3} - \frac{(3p+3q-\theta^*)^{-5}}{3} =$$
$$= (3p+2q)^{-5} - \frac{2(2p+3q)^{-5}}{3} - \frac{(4p+2q)^{-5}}{9} + \frac{(2p+4q)^{-5}}{9}$$

donde hemos supuesto que $p > q$. Laplace probará que sólo existe una raíz válida (que la mediana sea una raíz de una ecuación de grado 15 explica por qué Laplace tomó sólo tres mediciones).

Stigler conjetura que este error fue debido a que, en tiempos de Laplace, no se tenía una idea clara del concepto de probabilidad condicionada. No obstante, analizando el camino seguido por Laplace, **tal vez** pueda darse otra interpretación al error cometido y que le llevó a la ecuación errónea.

En primer lugar, Laplace calcula la distribución marginal a posteriori de *k*, obteniendo

$$\pi(k \mid p,q) \propto k^2 e^{-k(p+q)}\left(1-\frac{e^{-kp}}{3}-\frac{e^{-kq}}{3}\right)$$

donde se observa que depende sólo de p y q. A continuación, obtiene una ecuación que le permite calcular la mediana a posteriori para cada valor de k conocido, valor que Laplace llamó x y que nosotros vamos a llamar $\theta^*(k)$, ya que se trata de una función que depende del valor de k. Dicho valor ha de verificar

$$k^2 e^{-k(2p+q-\theta^*(k))} = k^2 e^{-k(p+q)}\left(1+\frac{e^{-kp}}{3}-\frac{e^{-kq}}{3}\right)$$

y al tomar esperanzas en ambos miembros, obtenemos

$$\int_0^\infty k^2 e^{-k(2p+q-\theta^*(k))}\,\pi(k \mid p,q)\,dk = \int_0^\infty k^2 e^{-k(p+q)}\left(1+\frac{e^{-kp}}{3}-\frac{e^{-kq}}{3}\right)\pi(k \mid p,q)\,dk$$

Laplace resolverá las integrales pero considerando un θ^* fijo que no depende de k, lo que le conduce a resolver la ecuación incorrecta indicada anteriormente. Aunque las soluciones que se obtienen son diferentes, cálculos realizados por Stigler y por nosotros, nos llevan a sostener que la diferencia entre ellas es muy pequeña.

A partir de aquí, nuestro trabajo consta de la sección 2, donde obtenemos, para k conocida, los resultados de Laplace. En esta sección discutimos la obtención de la función a priori imparcial $\pi(\mu)=1$, señalamos que p y q son estadísticos conjuntamente auxiliares y demostramos que los intervalos bayesianos se comportan como intervalos de confianza, en muentras condionadas a los estadísticos auxiliares p y q. En la sección 3 consideramos que k es desconocido, discutimos la función a priori de Laplace $\pi(\mu, k)=1$ y probamos que si eligimos una función a priori imparcial del tipo $\pi(\mu, k)=1/k$, entonces los intervalos bayesianos se comportan como intervalos de confianza, cuando se condiciona a los estadísticos auxiliares p y q. Por último, finalizamos el trabajo con una discusión del trabajo de Laplace.

ESTIMACIÓN DE μ CUANDO *k* ES CONOCIDO

A partir de la curva de errores

$$f(x \mid \mu, k) = \frac{k}{2} e^{-k|x-\mu|}$$

donde $\mu \in R$, $k > 0$ y $x \in R$, y los estadísticos ordenados $y = \{y_1, y_2, y_3\}$, obtenemos la siguiente función de verosimilitud

$$L(\mu \mid k, y) \propto e^{-k\sum_{i=1}^{3}|y_i-\mu|}$$

que posee un máximo en $\hat{\mu} = y_2$ que denominamos estimador máximo verosímil.

Llamando $p = y_2 - y_1$, $q = y_3 - y_2$, podemos escribir la función de verosimilitud de la forma siguiente,

$$L(\mu \mid p, q, \hat{\mu}, k) \propto e^{-k(|\hat{\mu}-\mu-p|+|\hat{\mu}-\mu|+|q+\hat{\mu}-\mu|)}$$

que si ahora tomamos como función imparcial, $\pi(\mu) = 1$, obtenemos la siguiente distribución a posteriori

$$\pi(\mu \mid p, q, \hat{\mu}, k) = \frac{L(\mu \mid p, q, \hat{\mu}, k)}{\int_{-\infty}^{\infty} L(\mu \mid p, q, \hat{\mu}, k)\, d\mu}$$

y haciendo el cambio de variable $\theta = \mu - y_1$ obtenemos

$$\pi(\theta \mid p, q, k) = \frac{e^{-k(|\theta|+|p-\theta|+|p+q-\theta|)}}{I(p, q, k)}$$

donde

$$I(p, q, k) = \frac{2}{k} e^{-k(p+q)} \left(1 - \frac{e^{-kp}}{3} - \frac{e^{-kq}}{3} \right)$$

Ahora, si consideramos la función de pérdida absoluta de Laplace, podemos probar que el valor de μ que minimiza la perdida esperada a posteriori es la mediana de la distribución a posteriori. Llamando μ^* al valor de la mediana, éste debe ser solución de la ecuación siguiente,

$$\int_{-\infty}^{\mu^*} \pi(\mu \mid p, q, \hat{\mu}, k)\, d\mu = \frac{1}{2}$$

y, si suponemos que los tres estadísticos ordenados son diferentes, entonces se demuestra que para $p > q$ resulta $y_1 < \mu^* < y_2$, si $p < q$ entonces $y_2 < \mu^* < y_3$ y si $p = q$ entonces $\mu^* = y_2$.

Si ahora suponemos que $p > q$, entonces es fácil probar que

$$\mu^* = y_1 + p + \frac{1}{k} \ln \left(1 + \frac{e^{-kp}}{3} - \frac{e^{-kq}}{3} \right)$$

Estos resultados de Laplace contienen ideas que han sido fundamentales para el desarrollo posterior de la inferencia estadística. En primer lugar vamos a obtener la distribución conjunta de los estadísticos ordenados,

$$f(y_1, y_2, y_3 \mid k, \mu) = 3! \left(\frac{k}{2} \right)^3 e^{-k \sum_{i=1}^{3} |y_i - \mu|}$$

que si hacemos el cambio de variables: $\{\theta = \mu - y_1,\ p = y_2 - y_1,\ q = y_3 - y_2\}$ obtenemos

$$f(\theta, p, q \mid k) = 3! \left(\frac{k}{2} \right)^3 e^{-k(|\theta| + |p-\theta| + |p+q-\theta|)} \qquad (1)$$

que no depende de μ. La distribución marginal de los estadísticos p y q, es

$$f(p, q \mid k) = 3! \left(\frac{k}{2} \right)^3 I(p, q, k)$$

que al no depender de μ son denominados estadísticos auxiliares. La distribución de la v.a. θ, condicionada a los estadísticos auxiliares, no depende de la cantidad desconocida μ,

$$f(\theta \mid p, q, k) = \frac{e^{-k(|\theta| + |p-\theta| + |p+q-\theta|)}}{I(p, q, k)}$$

que coincide con la función $\pi(\theta \mid p, q, k)$. Al depender θ de μ y del estadístico y_1, recibe el nombre de cantidad pivotal. Igualmente se prueba que la marginal de θ no depende de μ.

Laplace ha resuelto el problema de elegir un promedio para una curva doble exponencial. Construye una función de densidad sobre el parámetro μ a partir de la muestra observada, y esta función mide la incertidumbre que tenemos sobre dicho parámetro. En cambio, Lagrange ha tomado la media aritmética y ha calculado su distribución en el muestreo, con el objeto de apoyar su elección. Todas las muestra del mismo tamaño intervienen en la solución de Lagrange, la observada y el resto. Sabemos que la estadística que se impuso en el primer cuarto de nuestro siglo va a seguir el camino de Lagrange. Ahora bien, Fisher va a retomar los resultados de Laplace y va a proponer un camino intermedio, entre una muestra y todas las muestras. Fisher propondrá el **Principio de Condicionar a estadísticos auxiliares**. Este principio consiste en trabajar con muestras que tienen los mismos valores para los estadísticos auxiliares calculados en la muestra observada. Es decir, si $p = 2$ y $q = 1$, sólo consideraremos muestra de tamaño $n = 3$ donde $p = 2$ y $q = 1$. Por lo tanto, en la construcción de un intervalo de confianza para μ, deberemos utilizar la distribución $f(\theta \mid p, q, k)$.

Fisher también retomará la idea de asignar una función de densidad al parámetro desconocido μ. Ahora bien, Fisher rechazará las funciones a priori uniformes de Laplace por cambiar frente a transformaciones de los parámetros. Es decir, si $\pi(\mu) = 1$, el principio de razón insuficiente conduce a que $\pi(\mu^2) = 1$, que no está de acuerdo con la regla del cambio de variable. Fisher inventará la denominada **Inferencia Fiducial**, cuyo objetivo es determinar una función de densidad para μ a partir de una muestra observada.

Una solución al problema de determinar la funciones a priori de Laplace va a surgir de Jeffreys (ver su libro de 1961). La idea de Jeffreys consiste en definir en el conjunto de los modelos de Laplace,

$$f(x \mid \mu, k) = \frac{k}{2} e^{-k|x-\mu|}$$

con conocido, la denominada distancia de Hellinger entre dos modelos dis tintos, es decir

$$H(\mu_1, \mu_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(f(y \mid \mu_1, k)^{1/2} - f(y \mid \mu_2, k)^{1/2} \right) \right]^2 dy$$

que llamando $h = \mu_2 - \mu_1$, obtenemos que la distancia de Hellinger vale

$$H(\mu_1, \mu_2) = \frac{1}{2}\left(4\left(1 - e^{-\frac{kh}{2}}\right) - 2khe^{-\frac{kh}{2}}\right)$$

Esta distancia considerada por Jeffreys es invariante a cambios de parámetros. Esta propiedad es necesaria ya que la distancia no debe depender del tipo de parámetro considerado. Por ejemplo, el modelo de Laplace puede definirse en función de $\nu = \exp(\mu)$.

Jeffreys definirá una función a priori sobre μ, $\pi(\mu)$, observando (con notaciones muy diferentes) que $H(\mu, \mu + h) = I(\mu)\, h^2 + o(h^2)$ (donde $I(\mu)$ representa la Información de Fisher y se supone que el modelo es regular), con lo que la distribución a priori

$$\pi(\mu) \propto \sqrt{I(\mu)} = \left(\lim_{h \to 0} \frac{H(\mu, \mu + h)}{|h|^2} \right)^{\frac{n}{2}}$$

resulta ser invariante ante reparametrizaciones. En Ortega, J. Se generaliza esta definición, proponiendo

$$\pi(\mu) \propto \left(\lim_{h \to 0} \frac{H(\mu, \mu + h)}{|h|^z} \right)^{\frac{1}{2}}$$

donde $z = 1$ si el límite existe y es distinto de cero e ∞, en otro caso $z = 2$ si el correspondiente límite existe y es distinto de cero e ∞, etc. En los modelos regulares, resultará ser $z = 2$ y en los no regulares se obtiene $z = 1$. En nuestro caso se prueba que debemos tomar $z = 2$, donde el límite vale $k^2/4$, que al no depender de μ conduce a tomar como distribución a priori la función $\pi(\mu) = 1$, que es la elegida por Laplace. Ahora bien, si representamos el modelo de Laplace por un nuevo parámetro, $\nu = \exp(\mu)$, la aplicación de esta regla de Jeffreys, conduce a que $\pi(\nu) \propto \pi(\mu) |d\mu/d\nu|$, que está de acuerdo con la fórmula de cambio de variable, y ya no es uniforme.

Podemos relacionar la distribución $\pi(\mu) = 1$ con el concepto de distribución imparcial. En Basulto (1998) introducimos el concepto de función a priori imparcial, que está relacionado con los estadísticos auxiliares. En nuestro modelo de Laplace, la función $\pi(\mu) = 1$ es imparcial porque es solución de la siguiente ecuación integral,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \pi(\mu) \frac{L(\mu \mid k, y)}{L(\hat{\mu} \mid k, y)} d\mu \propto \left(1 - \frac{e^{-kp}}{3} - \frac{e^{-kq}}{3} \right)$$

es decir, la función $\pi(\mu) = 1$ hace que la integral sea constante para todas las muestras de tamaño $n = 3$ que tenga los mismos valores que p y q. La función

$\pi(\mu) = 1$ es imparcial en todas las muestras (con $n = 3$) con los mismos valores de los estadísticos auxiliares.

Pero el resultado más importante que Laplace ha obtenido, que no señala en su trabajo, y que sabrá explotar Fisher, es que los intervalos calculados en la distribución a posteriori, $\pi(\mu \mid p, q, y_2, k)$, se comportan como intervalos de confianza. Vamos a probar este último resultado.

La función de distribución de μ, a posteriori, en un valor de μ_1, es

$$r(\mu_1 \mid y, k) = \int_{-\infty}^{\mu_1} \pi(\mu \mid y, k)\, d\mu = \int_{-\infty}^{\theta_1} \pi(\theta \mid p, q, k)\, d\theta$$

donde $\theta = \mu - y_1$ y $\theta_1 = \mu_1 - y_1$. Pero la última integral produce una distribución uniforme (0, 1), cuando la v.a. θ se condiciona a los estadísticos auxiliares p y q, cualquiera que sea el valor de μ (se trata de la llamada transformación integral).

Ahora, si tomamos el intervalo unilateral $\{\mu, \mu < \mu_1\}$ en la distribución a posteriori, donde $r(\mu_1 \mid y, k) = 1 - \alpha$ con $\alpha \in (0, 1)$, entonces

$$\begin{aligned} \Pr[\mu < \mu_1 \mid p, q, \mu, k] &= \Pr[r(\mu \mid y, k) < r(\mu_1 \mid y, k) \mid p, q, \mu, k] = \\ &= \Pr[r(\mu \mid y, k) < (1 - \alpha) \mid p, q, \mu, k] = 1 - \alpha \end{aligned}$$

con lo que el intervalo bayesiano se comporta como un intervalo de confianza, en muestras condicionadas a los estadísticos auxiliares.

ESTIMACIÓN DE μ CUANDO *k* ES DESCONOCIDO

La función de verosimilitud es

$$L(\mu, k \mid y) \propto k^3 e^{-k(|y_1-\mu|+|y_2-\mu|+|y_3-\mu|)}$$

que con la función a priori de Laplace, $\pi(\mu, k) = 1$, y utilizando los datos p, q y la transformación $\theta = \mu - y$, obtenemos la siguiente distribución a posteriori,

$$\pi(\theta, k \mid p, q) \propto k^3 e^{-k(|\theta|+|p-\theta|+|p+q-\theta|)} \tag{2}$$

La distribución marginal de k está recogida en la sección 1. La marginal de θ a posteriori es,

$$\pi(\theta \mid p, q) \propto (|\theta| + |p - \theta| + |p + q - \theta|)^{-4}$$

que se obtiene aplicando la integral de la distribución gamma.

Para la obtener la mediana a posteriori de μ, vamos a calcular la mediana de θ. Al ser las fórmulas (1) y (2) proporcionales respecto de θ y de *k*, podemos utilizar la fórmula (1) para calcular la mediana de θ. Si dicha mediana es θ*, la ecuación que debemos resolver, es

$$\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\theta^*} f(\theta,\ p,q \mid k)\ d\theta\ dk = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(\theta,\ p,q \mid k)\ d\theta\ dk$$

si consideramos que $p > q$, entonces obtenemos la ecuación de grado tres recogida en la sección 1.

En la tabla siguiente recogemos valores de la mediana verdadera, μ*, con la obtenida por Laplace, μ**.

Datos	*p*	*q*	θ*	μ*	μ**
8.80 10.34 11.01	1.54	0.67	1.4750	10.275	10.260
10.98 11.44 11.70	0.46	0.26	0.4459	11.420	11.420
8.95 10.31 10.39	1.36	0.08	1.2230	10.170	10.140
7.61 10.06 11.25	2.45	1.44	2.3790	9.9870	9.9900

A continuación vamos a discutir la función a priori uniforme elegida por Laplace, al relacionar esta función con las propuestas de Jeffreys y el concepto de imparcialidad de Basulto. La valoración de estas comparaciones se hará con el estudio del comportamiento de los intervalos bayesianos como intervalos de confianza.

En su libro de 1961, Jeffreys propone aplicar la distancia de Hellinger dos veces, una para los modelos de Laplace con *k* conocida, y la otra con μ conocida. Jeffreys ha observado que en modelos con parámetros de localización y escala, es conveniente aplicar la regla de forma separada, para evitar resultados que entren en contradicción con los datos. Para el modelos de Laplace con μ fijo, demostramos que la distancia de Hellinger entre dos valores k_1 y k_2, es

$$H(k_1,\ k_2) = 2\left(1 - \frac{\sqrt{k_1 k_2}}{(k_1 + k_2)}\right)$$

que aplicando la regla de Jeffreys, obtenemos $\pi(k/\mu) = 1/k$.

Recordando que $\pi(\mu/k) = 1$, que junto a $\pi(k/\mu) = 1/k$, Jeffreys propondrá que tomemos como función a priori conjunta, $\pi(\mu,\ k) = 1/k$.

En general, los intervalos bayesianos calculados para una función $\varphi(\mu, k)$, a partir de la distribución a posteriori de (μ, k), no se comporten como intervalos de confianza. En Hora y Buehler (1966) se estudian cómo debe ser la función $\varphi(\mu, k)$ para que los intervalos bayesianos sigan siendo intervalos de confianza. Como probamos más adelante, esta función de Jeffreys conduce a que los intervalos bayesianos calculados con la distribución a posteriori de μ, se comporten como intervalos de confianza, y esta propiedad no será compartida por la función a priori de Laplace.

Otro camino que conduce a la función propuesta por Jeffreys, es: tomamos la función de verosimilitud como función de k, para μ conocido.

$$L(k \mid \mu, y) \propto k^3 e^{-kr}$$

donde

$$r = \sum_{i=1}^{3} |y_i - \mu|$$

siendo el estimador máximo verosímil de k, el valor $\hat{k} = 3/r$.

Ahora, la función a priori $\pi(k/\mu) = 1/k$ es solución de la siguiente ecuación integral,

$$\int_0^{\infty} k^{-1} \frac{L(k \mid \mu, y)}{L(\hat{k} \mid \mu, y)} dk \propto c(3)$$

donde $c(3)$ vale

$$c(3) = \frac{e^3 \Gamma(3)}{3^3}$$

En conclusión, la función $\pi(k/\mu) = 1/k$ es imparcial, en el sentido de que logra que la ecuación integral sea constante en todas las muestras del mismo tamaño. Esta función determina la distribución a posteriori para k, condicionada a μ, $\pi(k/\mu, \mathbf{y})$. Igualmente, la función $\mu(\mu/k) = 1$ determina la distribución a posteriori de μ, condicionada a k, $\pi(k/\mu, \mathbf{y})$. Estas dos distribuciones son **compatibles**, en el sentido que determinan una única distribución conjunta.

Para probar nuestro último resultado vamos a necesitar el teorema siguiente de Russell F. Kappenman (1975).

TEOREMA: Si una v.a. X sigue un modelo de Laplace

$$f(x \mid \mu, b) = \frac{1}{2b} e^{-\frac{|x-\mu|}{b}}$$

y si $y_1 \leq y_2 \leq y_3$ es la muestra ordenada, entonces se cumplen los resultados siguientes:

(1) Los estimadores máximos verosímiles de μ y b, son

$$\hat{\mu} = y_2, \qquad \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^{3} |y_i - \mu|}{3}$$

(2) Los estadísticos,

$$u_i = \frac{y_i - \hat{\mu}}{\hat{b}}$$

para $i = 1, 2$ y 3, son conjuntamente auxiliares. Observemos que $u_2 = 0$, $u_1 = -3p/(p+q)$ y $u_3 = 3q/(p+q) = 3 + u_1$.

(3) La distribución de los estimadores máximo verosímiles, condicionados al estadístico auxiliar u_1, es

$$f(\hat{\mu}, \hat{b} \mid u_1, \mu, b) \propto \frac{1}{b^2} \left(\frac{\hat{b}}{b} \right)^{3-2} \exp\left\{ -\left(\frac{\hat{b}}{b} \right) \sum_{i=1}^{3} \left| \frac{\hat{\mu} - \mu}{\hat{b}} + u_i \right| \right\}$$

(4) Las variables aleatorias siguientes,

$$v = \frac{\hat{\mu} - \mu}{\hat{b}}, \qquad w = \frac{b}{\hat{b}}$$

son conjuntamente cantidades pivotales.

(5) La distribución de la cantidad pivotal v, condicionada al estadístico auxiliar u_1, es

$$f(v \mid u_1) \propto \left(\sum_{i=1}^{3} |v + u_i| \right)^{-3}$$

A continuación vamos a calcular la distribución marginal de μ a posteriori. Es fácil de comprobar que

$$\pi(\mu \mid y) \propto \left(\sum_{i=1}^{3} |y_i - \mu| \right)^{-3}$$

que transformando μ en el nuevo parámetro, v, la cantidad pivotal anterior, donde aquí lo que es aleatorio es μ, conduce a,

$$\pi(v \mid y) \propto \left(\sum_{i=1}^{3} \left| y_i + v\hat{b} - \hat{\mu} \right| \right)^{-3}$$

que coincide con la distribución de la cantidad pivotal v (apartado (5) del teorema). De nuevo, un cálculo realizado por un camino coincide con otro realizado por otro camino **muy diferente**.

Con este último resultado ya podemos probar que los intervalos bayesiano se comportan como intervalos de confianza. Vamos a calcular la función de distribución a posteriori de μ, es decir

$$r(\mu_1 \mid y) = \int_{-\infty}^{\mu_1} \pi(\mu \mid y)\, d\mu = \int_{-\infty}^{v_1} \pi(v \mid u_1)\, dv$$

que por la transformación integral, resulta que la v. a. r sigue una distribución uniforme (0, 1). Razonamientos iguales a los de la sección 2 prueban que los intervalos bayesianos se comportan como intervalos de confianza, cuando los intervalos se calculan en muestras condicionadas al estadístico auxiliar u_1.

DISCUSIÓN

Para resolver el problema de estimar el valor de una magnitud desconocida, a partir de un conjunto de mediciones, Laplace ha tenido que introducir las siguientes herramientas: 1) curva de errores, 2) probabilidad inversa, 3) principio de razón insuficiente y 4) función de pérdida.

A partir de Laplace, la estimación estadística debe basarse en un modelo que explique los datos, donde el modelo seleccionado debe cumplir una serie de propiedades que, por experiencia, son propuestas por el investigador.

Las propiedades no suelen seleccionar un único modelo, sino una familia de ellos. Un procedimiento para definir la familia de modelos consiste en utilizar un vector de parámetros para identificar un solo miembro de la familia. Este vector de parámetros juega el mismo papel que las coordenadas en geometría analítica. Laplace utilizó el vector (μ, k) para identificar un miembro de la familia doble exponencial.

A partir de una muestra, que suponemos que proviene de uno de los modelos de la familia, Laplace utiliza su principio de la probabilidad inversa para ir de los datos, los sucesos, al modelo de donde provienen los datos, los parámetros o causas. Este principio, junto al principio de razón insuficiente, le permitirán calcular una distribución de probabilidad sobre el espacio de parámetros.

Laplace eliminará el parámetro perturbador, k, al tomar la distribución marginal de $\pi(\mu, k \mid x)$.

Por último, Laplace introducirá una función de pérdida que permitirá elegir la mejor estimación de la magnitud, μ.

En el proceso de cálculo, Laplace ha "**descubierto**" la **cantidad pivotal** $\theta = \mu - y_1$, y los **estadísticos auxiliares** p y q (por sencillez suponemos que k es conocido). Estos resultados serán importantes para que Fisher proponga su **principio de condicionar a estadísticos auxiliares**.

Laplace ha obtenido una distribución de probabilidad sobre el parámetro, μ, a partir de utilizar funciones a priori uniformes. Fisher desarrollará, en el primer cuarto del siglo XX, una teoría de estimación estadística, cuyo principal núcleo será la Inferencia Fiducial. Este tipo de inferencia propondrá calcular distribuciones de probabilidad sobre el parámetro a partir de cada muestra, sin hacer uso de las funciones a priori uniformes, el mismo objetivo que Laplace. Fisher interpretará los intervalos calculados con las distribuciones de probabilidad, sobre los parámetros, como los intervalos de confianza que hoy denominamos clásicos. Su principio de condicionar a estadísticos auxiliares evitará algunas de las limitaciones de los intervalos de confianza. Entre Laplace, que construye sus estimaciones con la muestra observada y Neyman que debe utilizar todas las posibles muestra, la observada y las no observadas, Fisher utilizará muestras que posean los mismo valores que los estadísticos auxiliares.

BIBLIOGRAFÍA

BASULTO, J. (1998): "Funciones a Priori Imparciales", *Estadística Española*, vol. 39, núm. 142, págs. 99-128.

JEFFREYS, H. (1961): *Theory of Probability*. Publicado de nuevo por Oxford Classic Texts en 1998.

HORA, R.B. and BUEHLER, R.J. (1966): "Fiducial thepry and invariant estimation", *Ann. Math. Statit.*, vol. 37, págs. 643-656.

ORTEGA, J. (2001): *Obtención de Distribuciones a Priori No Informativas Usando Medidas de Información. Aplicación a la Evaluación de las Revistas Científicas*. Tesis Doctoral. Departamento de Economía Aplicada I. Universidad de Sevilla.

RUSSELL, F., KAPPENMAN (1975): "Conditional Confidence Intrevals for Double Exponential Distribution Parameters", *Technometrics*, vol. 17, núm. 2, págs. 233-253.

STIGLER, S.M. (1986): The History of Statistics: The Measurement of Uncertainty Before 1900. Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass.

LOS PROBABILISTAS ESPAÑOLES DE LOS S. XVII A XIX

F. Javier Martín Pliego
Universidad Rey Juan Carlos

La Estadística, tal como hoy se concibe, es una rama del conocimiento relativamente joven pues el desarrollo de sus técnicas y conceptos básicos se produjo a lo largo del siglo XX que abandonamos hace poco. No obstante, su génesis va acompañando a la de la configuración de las sociedades humanas, es decir su proceso de gestación tiene miles de años.

Una primera idea que hay que tener en cuenta es el hecho que la Estadística actual procede de la fusión de dos ramas de conocimiento científico, en principio bien distintas: de la Estadística como ciencia encargada de fijar los criterios para la recogida y presentación de “las estadísticas” y del Cálculo de Probabilidades. Esta fusión, se empieza a producir a muy finales del siglo XIX gracias a los trabajos del economista y sociólogo belga Quetelet, que se potencian por la actividad decidida del biólogo inglés Galton, y se completa, como he reseñado anteriormente, a lo largo del siglo XX.

La actividad de la Estadística como ciencia dedicada a fijar los criterios para la recogida de información del Estado tiene tanta antigüedad como pueda tener la formación de las sociedades de humanos ya que el interés por parte de los dirigentes o gobernantes de esas sociedades sobre el número y relación de sus habitantes provenía de las no muy benévolas intenciones de poder fijar y controlar mejor la recaudación de los tributos y de disponer de una nómina localizable de posibles combatientes para sus ejércitos, para los casos que fuera necesario efectuar una leva de soldados que, por cierto, no siempre se aceptaba de forma excesivamente voluntaria.

Son muchas las referencias de que se dispone en el mundo y en España sobre antiguos Censos y Catastros. Para el caso del estudio histórico de la evolución de la Estadística como ciencia dedicada a la recopilación de las cosas notables del Estado en nuestro país, se dispone del excelente trabajo doctoral del profesor Sánchez-Lafuente de la Universidad de Málaga, que data de 1975 y que todavía nadie se ha atrevido a intentar mejorar, por lo que no me volveré a referir más a esta vertiente del proceso histórico de conformación de la Estadística. Simplemente, y una vez más, quiero mostrar mi recuerdo y reconocimiento a este ilustre profesor recientemente fallecido.

Me centraré en el devenir del Cálculo de Probabilidades, destacando las aportaciones más relevantes de científicos y pensadores españoles en su largo proceso de consolidación como cuerpo autónomo del saber científico.

Está bastante generalizada la idea de que el proceso de revolución probabilística que se iba dando a lo largo del siglo XIX en los principales países europeos no se inició en España hasta 1930 y que no hubo aportaciones notables de españoles en este proceso, por no decir ninguna. Vamos a comprobar como esto es un incomprensible error que hasta ahora se aceptado casi como un axioma por parte de la comunidad científica de estadísticos españoles sin intentar verificar la verosimilitud de este aserto.

APORTACIONES ESPAÑOLAS EN LOS INICIOS DE LA GESTACIÓN DEL CÁLCULO DE PROBABILIDADES

En mi opinión, tres son las grandes aportaciones de los españoles a la génesis de la probabilidad:

- La influencia del probabilismo hispano en el proceso de conceptualización de la probabilidad.
- La obra de Juan Caramuel.
- La intuición de Josef Vallejo sobre la estimación máximo-verosímil.

No obstante, y como veremos, no son escasos los trabajos que se pueden encontrar de españoles relativos a temas probabilísticos en el periodo de referencia de esta comunicación.

Ubiquemos estas aportaciones dentro del proceso histórico de conformación del Cálculo de Probabilidades: los primeros escritos sobre juegos de azar empiezan a ver la luz en el Renacimiento, a finales del siglo XV: En PACIOLI (1), CARDANO y GALILEO encontramos pequeños opúsculos que versan sobre la resolución de determinados problemas planteados en los juegos de azar (principalmente en los juegos de dados).

Estos son antecedentes del momento que los historiadores de la probabilidad consideran realmente como el del nacimiento del Cálculo de Probabilidades : la correspondencia que mantuvieron BLAISE PASCAL y PIERRE DE FERMAT, a mediados del siglo XVII, a raíz de ciertos problemas planteados al primero por ANTOINE GOMBAULT, Caballero de Méré. Esta correspondencia no presentaba una exposición sistemática que sirviera como guía para el estudio de lo que Pascal empezó por titular como "Geometría del azar", por lo que, realmente, el primer manual editado, relativo al Cálculo de Probabilidades, es el de CHRISTIAN HUYGENS intitulado "De Ratiociniis in ludo aleae"(2), que aparece en 1656.

Y es en esta época donde surge el primer español que se preocupa por la aplicación de los cálculos aritméticos a la resolución de problemas derivados de los juegos de dados.

JUAN CARAMUEL, teólogo cisterciense, nació en Madrid en la calle de la Puebla, en la actualidad calle de Fomento, estudió en las Universidades de Alcalá y de Salamanca, entre otras, y se doctoró en la de Lovaina. Hombre típico del Renacimiento, con vasta cultura, se preocupó por los más variados temas, escribiendo más de 220 obras, dedicadas a la matemática, a la arquitectura, a la meteorología, a la teología, a la construcción de fortificaciones, etc. En particular, dentro de sus aportaciones matemáticas destaca su creación sobre la teoría de los cologaritmos.

En su obra titulada "Mathesis bipces (vetus et nova)" (3), publicada en 1670, se recoge un breve tratado de 24 páginas bajo el nombre de "Kybeia, quae combinatoriae genus est, de alea et ludis fortunae serio disputans".

En esta Kybeia, término griego que hace referencia a los juegos de dados, efectúa un detenido análisis de cuestiones de juegos y apuestas aplicando la teoría combinatoria. En ellos, Caramuel, en primer lugar, y, posiblemente, para tranquilizar su conciencia cristiana, incompatible en la época con el recreo lúdico, establece que todos los juegos deben ser justos.

En este sentido dice:

«Para que se pueda guardar esta equidad (en el juego) es necesario que el dinero sea correspondiente al peligro, de forma que los que se exponen a un peligro semejante puedan conseguir igual dinero, pero, por el contrario, los que se exponen a un peligro desigual puedan conseguir un dinero desigual, de forma que debe depositar una cantidad menor el que se expone a un peligro mayor y, por el contrario, debe exponer una cantidad mayor el que se expone a un peligro menor».

Caramuel describe diferentes juegos de tabas y dados y otros juegos de azar y se centra en la resolución del problema del reparto del fondo de apuestas cuando el juego se interrumpe antes de su conclusión, siguiendo la tradición que inicia Luca Pacioli en 1494 en su "Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita", que la mayoría de los autores posteriores, no solamente Caramuel, recogen. También establece el teorema de las probabilidades compuestas o regla de la multiplicación.

La aportación de Caramuel a la teoría de la probabilidad la reconocen un número, no demasiado extenso, de los autores especializados en la historia de la probabilidad. TODHUNTER, KEYNES, WIELEITNER, VELASCO DE PANDO, GARMA PONS y HALD le citan, aunque sólo alguno de estos autores destaca que, realmente, la obra de Caramuel es el segundo tratado sobre la probabilidad que se publica en el mundo después del de Huygens.

Pero no solamente en esta época se estaba empezando a crear el cuerpo teórico del Cálculo de Probabilidades como aritmética del azar sino también estaban naciendo las diferentes ideas o concepciones de la probabilidad como conglomerados indistinguibles de cuantificación matemática de lo incierto con la idea filosófica de lo probable de la Grecia de los clásicos.

Lo probable se entendía como todo aquello que siendo contingente parecía ser aprobado por todos, o por una mayoría, o se constituía en la opinión autorizada de los más sabios. Con algún matiz, esta idea se fue transmitiendo desde Aristóteles, a través de sus seguidores, hasta la adaptación realizada en la edad media por los escolásticos.

La noción y aplicabilidad de la idea de lo probable se extiende a lo cotidiano a través del probabilismo, que nace en España en el siglo XVI y se difunde a toda Europa en el marco de la teología moral. Es comúnmente aceptado que el dominico Bartolomé de Medina fue el fundador de esta corriente de normas pragmáticas de uso en los problemas morales. En su obra "Expositio in Priman Secundae de Tomás de Aquino", publicada en 1578, establece el principio base del probabilismo: "Si una opinión es probable (en el sentido aristotélico de aprobable) es lícito seguirla aunque la opuesta sea más probable".

Autores posteriores como los padres Vázquez, Suárez, Lumbier y, en general, gran parte de los componentes de la Escuela de Salamanca participan en la polémica que suscitó dicho principio adoptando posiciones más rigurosas o más laxas, dependiendo de si se aceptaba o no una opinión probable frente a otra que fuera más probable.

Durante los primeros años del siglo XVII el probabilismo moral hispano sobrepasa nuestras fronteras para instalarse, de manera generalizada, en Francia, Italia, Alemania, etc. Esta creciente influencia de la doctrina probabilista fue acompañada, cronológicamente, del creciente poder de la Compañía de Jesús en Europa, cuyos miembros, salvo sonadas excepciones como la del padre Tirso Gonzalez de Santalla, se decantaron por un laxismo más o menos acentuado que facilitaba la aplicación de las reglas del casuísmo que tanto beneficiaban al crecimiento de la influencia de esta orden religiosa en la sociedad.

Esta situación de uso generalizado de las normas flexibles y subjetivas del probabilismo no podía ser más favorable para la aparición de las más agrias polémicas. Frente a la actitud más o menos laxa de los jesuítas se opuso el rigorismo acentuado de los jansenistas.

Y es aquí donde, en mi personal opinión, se produce otro engarce de la influencia del pensamiento hispano de la época con la conceptualización de la noción de probabilidad.

Los defensores más notables del rigorismo jansenista se concentraron alrededor del conocido núcleo de Port Royal, liderados por Antoine Arnauld y Pierre Nicole, que hicieron uso de la facilidad de pluma que tenía Pascal en la redacción de las famosas Cartas Provinciales (4), donde vincularon su polémica con los jesuitas. En estas Cartas Provinciales aparece con cierta nitidez la noción de probabilidad epistemológica, que recoge parte de lo aportado por los autores españoles probabilistas. También parece que participó Pascal en la redacción de los últimos capítulos de la difundida obra jansenista titulada la “Lógica de Port Royal” (5), precisamente en áquellos donde se trata, e incluso se introduce por primera vez, la palabra probabilidad para designar a ésta en su concepción estadística.

En los textos españoles de la época sobre probabilismo aparece con total nitidez las ideas de que la probabilidad admite grados y de que además puede aceptarse la probabilidad *subjetiva* de cada persona.

Debemos acabar este comentario señalando que, a quien se considera como elaborador definitivo de los conceptos seminales del Cálculo de Probabilidades, Bernoulli, reconoce de manera explícita en su tratado “Ars Conjectandi” la influencia directa de los trabajos jansenistas que acabo de destacar.

En esta disputa también interviene Caramuel, que publica un tratado al respecto titulado “Apologema pro antiquissima et universalissima doctrina de probabilitate” (6), defendiendo, en este caso sus ideas laxistas, siendo pues, junto a Pascal, una de las dos figuras de la historia de la probabilidad en el mundo donde se produce la coexistencia de textos sobre la probabilidad desde el punto de vista de la aritmética de lo probable con otros de contenido más filosófico.

Tenemos que avanzar más de un siglo para encontrar un texto sobre probabilidad editado en castellano. En este caso se trata de una traducción: José Clavijo y Faxardo, al cual inmortalizó Goethe en su drama "Clavijo", que narra la disputa de trasfondo amoroso que mantuvo con el caballero francés Caron de Beaumarchais, autor, por otra parte, de los libretos de las famosas óperas "El barbero de Sevilla" y "Las bodas de Fígaro".

Clavijo tradujo, como Vice-Director del Real Gabinete de Historia Natural de España, la enciclopédica "Historia Natural" de GEORGE LOUIS LECLERC, Conde de BUFFON, recogiéndose en el Tomo VI de la edición española de 1788 el "Ensayo de Aritmética Moral" (7) que apareció en Francia en 1777 en el cuarto volumen del Suplemento a la Historia Natural.

La traducción de Clavijo de este parte de la obra de Buffon tuvo su impacto en el pensador y economista vasco Valentín de Foronda, el cual, en su libre traducción de la Lógica de Condillac (8) de 1794, reproduce literalmente a lo largo de 19 páginas algunos párrafos destacados de la Aritmética Moral de Buffon.

No son muchos los autores españoles de textos de matemáticas de nivel equiparable al de sus contemporáneos europeos. La mayoría de ellos, hay que reconocerlo, son lamentablemente elementales para su época, pudiéndose destacar solamente, quizá, los de Benito Bails, Pedro Giannini, Juan Justo García, Tadeo Lope de Aguilar y Josef Mariano Vallejo. Son, precisamente, algunos de estos autores los que recogen reseñas o proporcionan tratados sobre la probabilidad dentro de sus obras de contenido matemático (9).

JUAN JUSTO GARCÍA, catedrático de hebreo y de matemáticas del Real Seminario de Nobles de Madrid, publicó en 1782 su texto "Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría" (10) donde en la introducción histórica que realiza demuestra conocer algunos de los textos publicados en Europa sobre la probabilidad.

TADEO LOPE Y AGUILAR, militar y catedrático de Matemáticas del Real Seminario de Nobles de Madrid, publica en 1794 el Tomo Primero de su "Curso de Matemáticas" (11) donde efectúa otra reseña histórica del Cálculo de Probabilidades, en este caso un poco más completa que la anteriormente citada. En 1795 publica el Tomo Segundo de su "Curso" donde incluye un verdadero tratado de Cálculo de Probabilidades que desarrolla en tres capítulos a lo largo de 118 páginas. Aunque inspirado en la obra de ABRAHAM DE MOIVRE "The Doctrine of Chances", presenta ciertas singularidades que quisiera poner de manifiesto:

(*a*) Además de definir acertadamente los conceptos de probabilidad, esperanza de un suceso, sucesos independientes o dependientes, establece, a modo de axiomática, las ideas de equiprobalidad, esperanza de una variable y la necesidad que el juego sea justo.

(*b*) Fija la regla de la multiplicación para determinar la probabilidad de sucesos compuestos, estableciendo que, si éstos son independientes, también dicha regla se aplica al cálculo de la probabilidad de sus complementarios.

(*c*) Realiza un completo análisis para el cálculo de probabilidades con sucesos dicotómicos que se repiten en *n* pruebas.

En la página 339 de su tratado advierte de la necesidad de establecer previamente el espacio muestral, de la ventaja que supone, en determinados casos, el calcular la probabilidad del suceso complementario al deseado, y de cómo un suceso compuesto debe descomponerse en sus casos elementales para, mediante la regla de la suma, determinar su probabilidad.

Con el examen de 24 ejercicios relativos a juegos de azar culmina el capítulo I de este tratado. En los dos capítulos siguientes, siguiendo la citada edición del texto de De Moivre, expone las bases actuariales para el estudio de rentas vitalicias y seguros de vida.

BENITO BAILS incluye, a partir de la tercera edición de su "Curso de Matemáticas" (12), un breve apéndice sobre los principios de las probabilidades, pues dice:

«me he quedado lleno de admiración al ver como han manejado este asunto Matemáticos de naciones extranjeras… He procurado ponerla (la probabilidad) de modo que ni espante ni preocupe».

Realmente sólo dedica siete páginas escasas a la probabilidad, ocupándose, en la mayor parte del texto, de la resolución de cuatro ejercicios muy elementales.

JOSÉ MARIANO VALLEJO llegó a ser catedrático de Matemáticas del Real Seminario de Nobles de Madrid y de la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando. Entre sus importantes publicaciones editó en 1819 un "Compendio de Matemáticas" (13), en cuyo Tomo Segundo incluyó un capítulo sobre el "arte conjetural o teoría de las probabilidades" adoptando la denominación que JACQUES BERNOULLI dio a su manual de Cálculo de Probabilidades "Ars Conjectandi" publicado en 1713, como contraposición al "Ars Cogitandi" o "Lógica" de los antes citados jansenistas de Port-Royal, Antoine Arnauld y Pierre Nicole.

Vallejo a lo largo de las 12 páginas que dedica al tema, establece los conceptos y definiciones básicos de la probabilidad siendo lo más destacable de este texto su anticipación, en cien años, del método de estimación de máxima verosimilitud. Aunque en Condorcet en su libro póstumo "Éléments du Calcul des Probabilités" (14) estudia para una muestra los diferentes valores de la verosimilitud, es Vallejo el que se atreve, adelantándose un siglo a R.A. Fisher, a proponer el siguiente procedimiento inferencial:

«Si se sabe que en una urna hay cuatro bolas entre blancas y negras, y se han sacado sucesivamente tres bolas blancas y una negra, teniendo cuidado de volver a poner cada vez la bola sacada, podríamos conjeturar que se verificaba alguna de las tres hipótesis siguientes: o que había 3 bolas blancas y 1 negra, o 2 blancas y 2 negras o una blanca y 3 negras.

La última hipótesis es mucho menos probable que las otras dos, porque si la urna contuviese sólo una bola blanca, sería necesario que esta bola hubiese salido tres veces de seguida; y se concibe con facilidad que habría menos dificultad si hubiese dos bolas blancas, y aún menos si hubiese tres».

Queda nítidamente expuesto la base conceptual y operativa del método de estimación máximo-verosimil.

Relacionemos, a continuación otras obras donde se trata de la probabilidad y sus aplicaciones, pero ya no de la importancia, según mi parecer, de lo antes reseñado.

Por una parte, el pensador y economista español JUAN LÓPEZ DE PEÑALVER en su traducción al castellano de 1799 de la obra de Euler, "Cartas a una princesa de Alemania sobre varias materias de Física y Filosofía" (15) incorpora en una amplia adenda de varias páginas "Sobre los fundamentos del cálculo de las probabilidades" que se configura como un pequeño tratado de la probabilidad.

El médico murciano Benito Risueño de Amador terció en la polémica sobre la utilización de las probabilidades en los diagnósticos de las enfermedades y en este sentido publicó en 1837 la "Mémoire sur le Calcul de Probabilités appliqué a la Médecine" (16) en apoyo de los detractores del uso de las técnicas estadísticas.

En 1855, ANTONIO AGUILAR Y VELA catedrático de matemáticas y astronomía y Secretario Perpetuo de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales leyó su discurso reglamentario con motivo de la recepción de su grado de Doctor en la Facultad de Filosofía (sección de ciencias físico-matemáticas) de la Universidad Central. Dicho discurso se titulaba "De la importancia del estudio del Cálculo de Probabilidades" (17) donde, a propósito de la reforma de las enseñanzas universitarias que se avecinaba, reclama mayor dedicación a esta materia:

Decía:

«Muchas son las ventajas que reportaría al país de la agregación de esta ciencia a alguna de las asignaturas de la sección de ciencias físico-matemáticas, y ya que de algunos años a esta parte se da tan justa importancia al estudio de las últimas, hágase lo mismo con sus principales aplicaciones, y entonces podrá mejor comprenderse la utilidad que en sí encierra el estudio de las ciencias exactas».

No tuvo mucho éxito Antonio Aguilar, ya que la“Ley Moyano” de 1857, donde se crean las Facultades de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, no contempló ninguna materia estadística en sus planes de estudio.

En 1867 se publica un manual específicamente dedicado al álgebra probabilística. Es el “Elementos del Cálculo de las Probabilidades” (18) del profesor Agustín Martínez Alcibar que muestra un excelente conocimiento de los trabajos sobre probabilidad y estadística de, prácticamente, todos los autores europeos. Después de exponer los conceptos fundamentales de la probabilidad, se dedica al análisis de juegos de azar, estudiando con detenimiento el juego del Monte y el del Bacará.

FELIPE PICATOSTE Y RODRÍGUEZ, profesor de matemáticas, publicista y periodista, escribió manuales de las más variadas disciplinas. En 1882 edita su “Vocabulario matemático-etimológico” (19) donde explica las voces de «Cálculo de Probabilidades» y «probabilidad», confundiendo ésta última con la noción actual de ventaja u odd, al establecer que «la probabilidad es el cociente del número de causas favorables por el de las contrarias». Esta obra tiene un “Breve índice de matemáticos célebres y de sus obras más notables” donde relaciona a los Bernoulli, a Caramuel, a Condorcet, Fermat, Lagrange, Laplace, De Moivre y a Thomas Simpson con sus respectivas aportaciones en el campo de la probabilidad.

Antes de acabar el siglo XIX, en 1879, el entonces Comandante de Artillería DIEGO OLLERO CARMONA publica su “Tratado de Cálculo de Probabilidades” (20) que constituye el primer manual moderno en castellano sobre probabilidades donde se hace uso del cálculo diferencial.

Este manual se desarrolla en cinco capítulos. En el primero aparece «casi un formulario de las matemáticas necesarias para entender su Tratado», en el segundo se establecen los principios fundamentales de la probabilidad. El tercero se dedica al teorema de Bernoulli. En el cuarto se estudia la teoría estadística del análisis de errores y en el quinto, y último, se expone el método de los mínimos cuadrados.

LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS COMO VEHÍCULO DE DIFUSIÓN

La convicción de que los científicos se deberían reunir para comunicarse los descubrimientos que bien en el país o bien en el extranjero se fueran realizando, para discutirlos y esclarecer las dudas que se manifestaran entre la comunidad científica, fue el motivo que impulsó la creación de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales en 1847. A lo largo de su existencia, como es lógico, algunos académicos centraron la atención de la asamblea en temas relacionados con la teoría de la probabilidad y sus aplicaciones. Relacionamos, a continuación, todas las intervenciones que se produjeron al respecto en el pasado siglo.

En 1868 MIGUEL MERINO Y MELCHOR, astrónomo, que dos años antes había publicado un trabajo titulado "Reflexiones y conjeturas sobre la ley de mortalidad en España", en el "Discurso" (21) de su recepción pública como miembro de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales analiza con detalle la evolución histórica del Cálculo de Probabilidades estudiando las principales aportaciones de los científicos europeos con dos siglos de perspectiva, y recalca la utilidad de esta ciencia para la mejor conducción de las compañías de seguros.

También empieza a contemplar los primeros conatos de fusión de lo que al principio habíamos denominado ciencia para la elaboración de las estadísticas con el Cálculo de Probabilidades, basándose en los trabajos de Adolphe Quetelet, y recoge la utilidad del método de los mínimos cuadrados de Gauss para el análisis de los errores de medición que se detectaban en los trabajos de los astrónomos y geodésicos.

Unos años más tarde, en 1890, en ocasión similar a la anterior, ALBERTO BOSCH FUSTEGUERAS disertó sobre las "Aplicaciones de las matemáticas a las ciencias morales y políticas" (22), donde, sin excesivo entusiasmo, se refiere al uso de la teoría de la probabilidad en sus aplicaciones al campo actuarial y financiero. Le contestó, con una opinión similar por la falta de solidez de estas teorías, José Echegaray y Eizaguirre, que no tuvo reparo en decir: "y no logran fascinarme ni las cándidas paradojas del caballero de Méré, ni la paradoja llamada de San Petersburgo, que por ser de tierra del Nihilismo y del Pesimismo, debe ser espejo de paradojas, siquiera sea espejo ahumado, ni los errores de Condorcet, ni los hermosos teoremas de Bernoulli, ni los sublimes trabajos de Laplace, ni los de Gauss, ni todas las lucubraciones posteriores, que son todas ellas como esfinges matemáticas, que defienden el templo nebuloso de la diosa Casualidad, la de más veleidades y más coqueterías entre todas las diosas".

El discurso de recepción en esta Real Academia de Diego Ollero en 1898, aún tratando el tema de la probabilidad, no ofrece cosas muy notables que destacar.

LA PROBABILIDAD EN LOS TEXTOS DE ESTADÍSTICA

En la segunda mitad del siglo XIX la Estadística se había abierto camino en el mundo de la Universidad y sus enseñanzas se simultaneaban con la Economía Política y/o con la Geografía. Comienzan a aparecer cátedras de Economía Política y Estadística en las Facultades de Derecho, y de Geografía y Estadística en las Escuelas de Comercio.

Fruto de la institucionalización de estas enseñanzas es la publicación de textos sobre Estadística , que de manera concisa citaremos dado que, en lo referente a la probabilidad, sólo recuerdan muy vagos y simples detalles.

En efecto, en 1873, MARIANO CARRERAS Y GONZÁLEZ y JOSÉ MANUEL PIERNAS HURTADO editan su “Tratado elemental de Estadística” (23) donde, sin tener muy claro aun que nexo era el que ligaba la probabilidad con la Estadística, dedican unas páginas a reseñar ideas sobre “probabilidad matemática” y su diferencia con la “probabilidad filosófica” fijando reglas sencillas de la determinación de la primera en algunos ejemplos elementales.

En 1881, MELCHOR SALVÁ HORMAECHEA, en su “Tratado elemental” (24) también intuye la importancia del Cálculo de Probabilidades citando, incluso, algún pasaje del “Ensayo filosófico sobre las probabilidades” de Laplace.

ANTONIO JOSÉ POU Y ORDINAS publica, en 1889, un “Curso de Estadística” (25) donde ya se ofrece una visión más avanzada de la utilidad del Cálculo de Probabilidades en el análisis de datos estadísticos, lo que se nota en bastantes lugares de este manual.

Por fin, y dentro de esta relación de textos básicamente de Estadística, encontramos el que editara en 1897 el citado Piernas Hurtado bajo el título de “Tratado Elemental de Estadística” (26) donde, en las páginas 93-95, reproduce literalmente la breve referencia que se hacía de la probabilidad en el manual que publicó conjuntamente con el profesor Carreras y González.

Como resumen de lo dicho, no debemos olvidar, pues los esfuerzos, aunque esterilizados por la soledad y la incomprensión de los momentos históricos en que les tocó vivir, de todos estos científicos españoles que se anticiparon a la necesidad de fomentar el estudio y la investigación en el campo de la Estadística Matemática y que he querido recordar de manera colectiva, destacando lo que me parece más reseñable en todos estos trabajos que se han ido comentando. En cualquier caso, queda demostrado que también algunos españoles participaron en el proceso de configuración de lo que hoy entendemos, de manera amplia, por Estadística.

BIBLIOGRAFÍA

MARTÍN PLIEGO, F.J.; SANTOS DEL CERRO, J.: *Luca Pacioli: En el origen del Cálculo de Probabilidades*. Revista de Historia Económica. Año XVIII, nº 2. Madrid, 2000.

Una versión en español puede encontrarse en DE MORA CHARLES, M.: *Los Inicios de la teoría de la probabilidad. Siglos XVI y XVII*. Universidad del País Vasco. Bilbao, 1989.

CARAMUEL, J.: *Mathesis bipces* (*vetus et nova*). Campania, 1670.

PASCAL, B.: Obras: Pensamientos. Provinciales. Escritos científicos. Opúsculos y cartas. Alfaguara. Madrid, 1983.

ARNAULD, A.; NICOLE, P.: *Arte de pensar o Lógica Admirable*. Imp. Antonio Muñoz del Valls. Madrid, 1759.

CARAMUEL, J.: *Apologema pro antiquissima et universalisima doctrina de probabilitate*. Laurentii Anisson. Lugduni, 1653.

BUFFON: *Historia Natural. General y Particular. Tomo VI. Viuda de Ibarra. Hijos y compañía*. Madrid, 1788.

FORONDA, V.: *La Lógica de Condillac*. Imp. de Villalpando. Madrid, 1820.

MARTÍN PLIEGO, F.J.: *Historia de la Probabilidad en España*. Revista de Historia Económica. Año XV, nº 1. Madrid, 1997.

GARCÍA, J.J.: *Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría*. Joaquín Ibarra. Madrid, 1782.

LOPE Y AGUILAR, T.: *Curso de Matemáticas para la enseñanza de los Caballeros Seminaristas del Real Seminario de Nobles de Madrid*. Tomos I-IV. Imprenta Real. Madrid, 1795-1798.

BAILS, B.: *Principios de Matemática de la Real Academia de San Fernando*. Tomo I. 4ª ed. Hija de D. Joaquín Ibarra. Madrid, 1805.

VALLEJO, J.M.: *Compendio de Matemáticas puras y mistas*. Tomo II. 2ª ed. Imprenta García. Madrid, 1827.

RISUEÑO D'AMADOR, B.: *Mémoire sur le Calcul des Probabilités appliqué a la medicine*. Chez J.B. Bailliere. Paris, 1837.

CONDORCET, M. DE: *Éléments du Calcul des Probabilités*. Royez. Paris, 1805.

LÓPEZ DE PEÑALVER, J.: *Sobre los Fundamentos del cálculo de probabilidades*. En EULER, L.: *Cartas a una princesa de Alemania sobre varias materias de física y de filosofía*. Madrid, 1798.

AGUILAR Y VELA, A.: *De la Importancia del estudio del Cálculo de Probabilidades*. Imprenta de Ancos. Madrid, 1855.

MARTÍNEZ ALCIBAR, A.: *Elementos del Cálculo de Probabilidades como complemento de la aritmética*. Imp. J. Fernández y Compañía. Madrid, 1867.

PICATOSTE Y RODRÍGUEZ, F.: *Vocabulario Matemático-etimológico*. Imprenta D.E. Aguado. Madrid, 1862.

OLLERO, D.: *Tratado de Cálculo de Probabilidad*. 4ª ed. Imprenta Eduardo Arias. Madrid, 1913.

MERINO, M.; AGUILAR, A.: *Discursos leídos ante la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales en la recepción pública del Señor Don Miguel Merino*. Imprenta Aguado. Madrid, 1868.

BOSCH FUSTEGUERAS, A.: *Aplicaciones de las matemáticas a las ciencias morales y políticas*. Madrid, 1890.

CARRERAS Y GONZÁLEZ, M.; PIERNAS HURTADO, J.M.: *Tratado Elemental de Estadística*. Imprenta Miguel Guijarro. Madrid, 1873.

SALVÁ, M.: *Tratado Elemental de Estadística*. Agustín Jubera. Madrid, 1881.

POU Y ORDINAS, A.J.: *Curso de Estadística*. Imprenta Viuda e H. de J. Subirana. Barcelona, 1889.

PIERNAS HURTADO, J.M.: *Tratado Elemental de Estadística*. V. Suárez. Madrid, 1897.

PROBABILISMO Y TOMA DE DECISIONES EN LA ESCOLÁSTICA ESPAÑOLA

F. Gómez Camacho S.J.
Universidad Pontificia de Comillas
Universidad de Salamanca

INTRODUCCIÓN

En su *Tratado sobre la probabilidad*, cap. 26, J.M. Keynes escribió que

> "El primer contacto de las teorías sobre la probabilidad con la ética moderna aparece en la doctrina jesuítica del probabilismo. Según esta doctrina, está justificado el seguir una conducta sobre la que existe alguna probabilidad, aunque sea pequeña, de que sus resultados sean los mejores posibles". (Keynes, 1973, VIII: 340)

Ciertamente, Keynes se equivocó al afirmar que los jesuitas fueron los primeros en explicar la conducta humana en términos de probabilidad y no de necesidad[1], pero su observación me parece importante por dos razones: 1) porque nos indica la corriente filosófica de la que el mismo Keynes se consideraba en cierto modo continuador y, 2) porque marca su diferencia con los planteamientos de los economistas clásicos y, posteriormente, de los neoclásicos matemáticos. Por eso creo acertada la tesis de A. Fitzgibbons cuando afirma que

---

[1] El primero de los escolásticos fue Bartolomé Medina, dominico y profesor de teología en Salamanca en la segunda mitad del siglo XVI.

> "la filosofía política y económica de Keynes se puede entender solamente como una vuelta a la pre-modernidad; que Keynes analizó la economía moderna utilizando una filosofía pre-moderna". (Fitzgibbons, 1988: 9)

Dentro de los esquema propios de la filosofía pre-moderna surgió el probabilismo escolástico español, pero la filosofía probabilista ya se había defendido y practicado en la Grecia antigua, y Cicerón también la había aplicado en el mundo romano. Había sido, igualmente, una práctica habitual entre los rabinos hebreos, como Maimónides, y los alfaquíes mahometanos medievales. Los escolásticos españoles no fueron, pues, los primeros en aplicar las ideas probabilistas a la explicación de la conducta humana, pero sí fueron continuadores de una corriente filosófica que procedía de la antigüedad clásica y que J.M. Keynes consideró más adecuada para interpretar la realidad económica que lo es la filosofía matemática.

ORÍGENES E HISTORIA DEL PROBABILISMO: DEL HADO Y LA LIBERTAD HUMANA

Los orígenes del probabilismo se suelen situar en el siglo II antes de Cristo, y se vinculan a Carnéades de Cyrene, director de la Academia platónica. Carnéades combatió la existencia del *Hado* y defendió un cierto *libre albedrío* y voluntariedad en la explicación de la conducta humana (Brehier, 1948: 391-92). Esta defensa de la libertad humana chocaba con el determinismo fatalista de los estoicos, defensores del *Destino y la Necesidad*[2]. La preocupación que en la antigüedad llevó a plantear el conflicto entre una razón divina y necesaria y la libertad humana adquirió especial relevancia en los siglos XVI y XVII, y se desarrolló en la controversia que se conoce con el nombre *De auxiliis*. Por eso J. Caro Baroja pudo escribir a propósito de esta controversia escolástica que,

> "un tema, con dos partes esenciales, que divide a la cristiandad en los siglos XVI y XVII, fue ya tema candente en el siglo II a. de J.C., y al que en la Nueva Academia se le da un giro que ya hay que tener presente para comprender muchos aspectos del Derecho posterior". (Caro Baroja, J., 1978, 539)

A nosotros nos puede parecer que la controversia *De auxiliis* y el probabilismo escolástico es una de esas cuestiones históricas que carecen de interés

[2] Carneades tuvo un discípulo llamado Clitómaco, y la obra de este discípulo influyó notablemente en Cicerón (*Cuestiones académicas*, II, 99).

actual, y a las que solemos descalificar con el adjetivo de "escolásticas", y lo mismo podemos pensar de la casuística a la que el probabilismo escolástico dio lugar. Pero, sin necesidad de entrar ahora a valorar lo acertado o no de esta opinión, sí creo conveniente hacer tres observaciones a este respecto. La primera la tomo del historiador de la ciencia A. Koyré, cuando se pregunta a propósito de los que llamamos a veces

> "problemas ridículos y ociosos sobre los que discutían interminablemente los profesores y alumnos de las Universidades de París, Oxford y El Cairo [no menciona a Salamanca], ¿eran realmente más ridículos y ociosos que los que hoy se discuten? Quizá los consideramos así [responde] porque no los comprendemos bien, es decir, porque ya no hablamos el mismo lenguaje y no vemos el alcance y las implicaciones de los problemas discutidos, en el sentido voluntariamente paradójico, a menudo, de la forma bajo la cual se presentan". (Koyré, 1977: 17)

La segunda de mis observaciones pertenece al terreno de la teoría económica actual, y nos remite a ciertos economistas que, como J. Hicks, Joan Robinson y O. Morgenstern, reconocen explícitamente que un planteamiento riguroso de ciertas cuestiones económicas actuales obligaría a dar una respuesta al problema que, en términos teológicos, se conoció como problema de la predestinación en la controversia *De auxiliis*. Lo que más bien sorprende en la actualidad es la facilidad con que, después de haber reconocido esta vinculación entre ambos tipos de problemas, se prescinde de un análisis detenido de ambos y sus posibles luces para hallar una solución correcta. Finalmente, y desde el terreno más general de la ética y la epistemología, simplemente recordar que los profesores Albert R. Jonsen y Stephen Toulmin (1988) han reivindicado recientemente, en una breve historia del razonamiento moral; la importancia de la casuística probabilista de los escolásticos como forma adecuada de abordar muchos de los problemas que hoy tiene planteados la ética o la moral social.

Pero no se trata ahora de señalar la importancia y posibles méritos del probabilismo escolástico, sólo pretendía llamar la atención sobre la ligereza con que a veces se puede utilizar el término "escolástico" para descalificar un problema o su planteamiento cuando, en realidad, ni hemos entendido el problema ni hemos ofrecido una alternativa mejor.

BASES FILOSÓFICAS DEL PROBABILISMO ESCOLÁSTICO

Las bases filosóficas del probabilismo escolástico se encuentran en la antropología y epistemología que los doctores defendieron y, más concretamente, en el problema de la certeza que se puede atribuir a nuestro conocimiento, junto con el papel que se reconoce al sujeto de la apreciación de esa *certeza*. ¿Es la autoridad la base de la certeza que atribuimos al conocimiento o, por el contrario, es la certeza del conocimiento el origen y base de la autoridad que concedemos al sujeto? Este problema había preocupado siempre a la humanidad, y había recibido respuestas y soluciones diferentes a lo largo del tiempo. Durante siglos, la certeza de nuestro conocimiento se hizo depender de la persona de que procedía, es decir, de la *autoridad*. Una persona con autoridad no podía equivocarse y, en consecuencia, su conocimiento tenía que ser verdadero; se le podía considerar cierto. En el siglo XVII, y debido, entre otras cosas, a la reforma protestante del siglo XVI y a la revolución científica, el problema de la certeza del conocimiento recibió una solución diferente. La certeza dejó de estar fundada en la autoridad y paso a fundarse en criterios que se consideraban objetivos, esto es, que tenían que ver con la experiencia científica de la realidad. La *objetividad* científica vino a sustituir así a la *autoridad*, y donde antes era el sujeto el que legitimaba la objetividad de nuestro conocimiento, ahora será el objeto de ese conocimiento el que legitime la autoridad del sujeto. En ese proceso de legitimación pasó a desempeñar un papel decisivo el método científico como fuente de objetividad y certeza, pues en adelante sólo se considerará conocimiento objetivamente cierto, es decir, fundado y no subjetivo, el que logre superar la prueba del método científico; un método que se consideraba abierto en principio a toda persona y, en este sentido, democrático. Sólo el método científico se le reconocerá en adelante la virtud de ponernos en contacto con la realidad y, por tanto, de conocerla con certeza. Ahora bien, ¿qué se entendía en el siglo XVII por método y conocimiento científico?

Han pasado más de tres siglos desde que Newton publicó sus *Principia matematica*, y los científicos y filósofos de la ciencia aún no se han puesto de acuerdo sobre lo que constituye la esencia o ser del método científico. No se duda, sin embargo, de que la certeza que atribuimos a la ciencia y que negamos a otras clases de conocimiento se debe a que *de algún modo* sabe escuchar la voz de la realidad natural o, como se decía en el siglo XVII, sabe escuchar la voz de la naturaleza. Se trata, además, de una voz que, según se venía diciendo ya desde el siglo XIV, se expresa en términos matemáticos, por lo que el sujeto que la escucha, si la quiere entender o interpretar correctamente, ha de conocer el lenguaje matemático. Se puede afirmar por ello que, a partir de la revolución científica, se piensa que es la naturaleza la que nos habla a través del método científico, no nos habla la voz de un sujeto porque esté investido de autoridad y, obviamente, la naturaleza no nos puede engañar, pues carece de libertad. Por eso podemnos decir que con la revolución científica del siglo XVII pasó a ser más importante el objeto que habla y el lenguaje en que lo hace que lo es el sujeto que escucha (Butt, 1999). Este cambio habría de marcar una gran diferencia entre el probabilismo escolástico que primaba la responsabilidad del sujeto y el probabilismo matemático que, si no lo entiendo mal, pretende la máxima objetividad dentro de su incertidumbre. Esta diferencia habría de reflejarse en el concepto mismo de ley natural. La ley natural escolástica se conocía en un contexto de incertidumbre y probabilidad subjetiva, por eso su instrumento de análisis fue la *recta razón*. La ley natural ilustrada se conocía en un contexto de certidumbre, por eso su instrumento de análisis fue la *razón científica* y, como aspiración, matemática.

Los doctores españoles del siglo XVI fueron conscientes de los numerosos problemas epistemológicos que planteaba el acceso a la realidad natural, y por eso desarrollaron su explicación de la conducta humana en un contexto de incertidumbre y probabilidad, no de certeza y necesidad. En consecuencia, y por esta misma razón, distinguieron distintas clases de conocimiento según la mayor o menor seguridad que en ese conocimiento se pudiera depositar. De estos dos aspectos del pensamiento escolástico me ocupo a continuación, del contexto de incertidumbre y de las distintos grados de certeza.

LA VOZ DE LA NATURALEZA UN CONTEXTO DE INCERTIDUMBRE

Las personas que han de tomar una decisión y quieren actuar correctamente no disponen de un conocimiento perfecto sobre lo que ordena la naturaleza, todo lo contrario, su conocimiento es limitado, es imperfecto, por eso la conducta que han de seguir la han de decidir en un contexto de incertidumbre. La razón de esta imperfección en el conocimiento de la ley natural escolástica la expuso claramente Luis de Molina cuando advirtió que

> “la naturaleza no nos enseña las cosas que son de derecho natural de forma tan clara y distinta que no se pueda introducir el error fácilmente en la deducción de algunas consecuencias a partir de los principios, especialmente cuando las conclusiones se siguen de los principios de forma remota y oscura; lo cual hace que respecto de las cosas que son de derecho natural pueda a veces presentarse el error”. (Molina, Luis de, 1593, t. I. col. 15, C)

Domingo de Soto fue de la misma opinión, y también defendió que, en relación con la ley natural,

> “Algunas conclusiones vemos que son necesarias, como en las matemáticas, pero otras se conocen como opiniones porque no son consecuencias perfectamente obvias, dependiendo de la clase de ciencia… Pero debido a que nuestras acciones se asocian a circunstancias particulares, tenemos que *descender de los principios a lo particular*, tomando en consideración las diferentes circunstancias de lugar y tiempo. Por eso sus leyes no se deducen

de los principios naturales mediante un proceso necesario únicamente, sino que se formulan con la ayuda de otros razonamientos, por lo que se llaman leyes humanas". (Soto, Domingo de, 1556, lib. VI, q. V, a. 1; Vitoria, Frco. de, 1932-35, q. lvii, § 4, 3ª prop.)

Fue el reconocimiento de esta incertidumbre respecto de lo que es o no *conforme con la naturaleza* (no con la voz del sujeto en autoridad) lo que condujo a los doctores españoles a formular la doctrina del probabilismo como base de legitimación de una elección que no podía fundarse en un conocimiento cierto y que tampoco podía ser arbitraria. Se trataba, por tanto, de dar respuesta al difícil problema de la relación entre los *principios generales* de la conducta moral y la decisión concreta en un *caso singular*. Los principios generales los podemos conocer con certeza, pero no podemos tener esa misma certeza sobre si una determinada conducta se ajusta o no correctamente a dichos principios en un caso particular. Melchor de Soria lo expuso con toda claridad cuando, a propósito de si se debía o no tasar el precio del trigo, escribió lo siguiente:

> "Hasta aquí hemos dicho algunos principios generales de Theología moral y diremos adelante otros, y de solo ellos no se puede sacar acertada resolución, si es bien que aya tassa, y si es justo o no el precio de ella, si no se desciende con particular atención… y consideran mucha circunstancias muy menudas, necesarias para materia tan casera y vulgar". (Soria, Melchor de, 1627, 123)

Éste es un aspecto del pensamiento de los doctores españoles que debe ser subrayado, pues con frecuencia se les suele interpretar como defensores de una metodología simplistamente deductiva, que se conforma con formular unos principios generales de carácter universal para deducir de ellos de forma silogística, necesaria, unas conclusiones particulares que la persona habría de seguir necesariamente en su conducta individual. De haber sido ese el modo de proceder de los doctores españoles nunca hubieran recurrido al probabilismo, ni hubieran analizado la conducta humana en régimen de incertidumbre. La *recta razón* de los doctores españoles no fue la razón deductiva, y mucho menos fue la razón matemática, aunque en su modo de razonar con frecuencia hicieran uso de la matemática o, quizá mejor, de la filosofía matemática. En este punto pienso que existe una clara conexión entre el probabilismo defendido por Keynes en su *Treatise on Probability* y el probabilismo escolástico, la que nace del rechazo que en ambos probabilismos se hace del conocido como *principio de uniformidad de la naturaleza* y la aceptación por ambos de una realidad social heterogémea; precisamente el principio de uniformidad es el que sirve de base de sustentación al uso de las matemáticas. Y si lo he entendido correctamente, pienso también que es el rechazo del principio de uniformidad de la naturaleza lo que sirve de base al análisis metafórico de las funciones de utilidad de Bernuilli que David Teira propone en su artículo *Theological and economic models of rationality*.

Una vez se reconoce que la voz de la naturaleza no se percibe con claridad, que no se expresa de acuerdo con el ideal cartesiano de la "idea clara y distinta" y se ha de interpretar en un contexto de incertidumbre, los doctores escolásticos se plantearon el segundo aspecto del problema que mencioné más arriba: la clase de conocimiento a que podía conducir esa incertidumbre.

CIENCIA, FE Y OPINIÓN EN LOS DOCTORES ESPAÑOLES DEL SIGLO XVI

El doctor que mejor expuso estas diferencias entre los distintos tipos de conocimiento fue, por lo que conozco, el Dr. Navarro, Martín de Azpilcueta. Al explicar en su *Manual de confesores* lo que se entendía entre los escolásticos españoles del siglo XVI por "Ciencia, fe, opinión, duda, escrúpulo y conciencia" se expresa en los términos siguientes (Martín Azpilcueta, 1556, cap. 27, nº 273f).

> *Ciencia* es el "conocimiento con que se juzga lo que se ve", y se entiende por ver "también el tocar, oyr, gustar, y oler, que son los quatro sentidos exteriores. Y aun el ver del alma, hora sea por silogismo o razón scientífica, que haze saber, hora sea por noticia intuitiva mental, cogida de la sensitiva, hora sin ella".

Incluía, pues, en el conocimiento científico el conocimiento empírico de los sentidos, el intuitivo y el deductivo. Por *fe* entendía Navarro un "conocimiento con que firmemente juzgamos ser assí lo que no vemos". *Opinión* era el "conocimiento con que juzgamos de alguna cosa que no vemos ser ansí, pero no firmemente"; juzgamos, pues, "con temor que lo contrario sea verdad". La *duda* es "conocimiento de dos cosas contrarias, sin juzgar de alguna dellas ser verdadera". Finalmente, el *escrúpulo* es un "conocimiento de algo que representa alguna apariencia contra lo que se sabe, cree, opina o duda, sin hazer juzgar lo contrario".

Lo que ahora me interesa subrayar es que en *todas* estas formas de conocimiento se subraya que descansan en un juicio personal, un juicio que podrá ser más o menos seguro, más o menos *firme*, según el tipo de conocimiento al que se refiera. Esta mayor o menor firmeza permitía al Dr. Navarro establecer las siguientes diferencias entre los distintos tipos de conocimiento:

1. La ciencia es para él "firme y claro conocimiento".
2. La fe es conocimiento "firme, mas no claro sino escuro".
3. La opinión no es "ni claro, ni firme, aunque sí judicativo".
4. La duda es conocimiento "ni claro, ni firme, ni judicativo".
5. El escrúpulo es un "argumento contra alguna de las dichas quatro cosas".

El probabilismo de los doctores españoles descansaba en un conocimiento "ni claro, ni firme, aunque ***sí judicativo***", lo que explica que sólo proporcione *opiniones* más o menos probables, nunca ciertas. Se apostaba por una opinión, no por una conclusión necesaria deducida de unos principios generales. La apuesta no era arbitraria, no nacía sólo de la libre voluntad de las personas, pero tampoco era impuesta por la fuerza deductiva de la razón lógica y científica, nacía de un juicio razonable sustentado por la ***recta razón***. Por eso la opinión más o menos probable no se podía imponer necesariamente, pues no era conocimiento "claro" ni "firme", aunque *sí estaba fundada* en un juicio razonable y prudente. En la formulación de ese juicio intervenían, pues, las dos facultades propias y específicas del sujeto humano: la *razón* y la *voluntad*, y a la formulación y aplicación de esos juicios fue a lo que llamaron ley natural, es decir, ley basada en la naturaleza de las cosas. Esta ley, como acabo de indicar, no era una ley que se pudiera aplicar de forma firme y clara, pues nacía de un conocimiento incierto cuya fuerza no se imponía con firmeza y claridad.

En resumen, la toma de decisiones del sujeto escolástico no se podía realizar en un contexto de certeza porque, según los doctores escolásticos, la naturaleza no se expresa de forma clara y distinta, se había de realizar en contexto de incertidumbre. En consecuencia, el conocimiento de la ley natural no podía calificarse de científico, pues no era "ni firme ni claro", como es el conocimiento científico. El conocimiento de la ley natural se había de calificarse de *opinativo*, pues aunque ni era claro ni era firme, "sí [era] judicativo". Para referirse a este conocimiento que escuchaba la voz de la naturaleza en un contexto de incertidumbre pero en el que el juicio no era arbitrario sino razonado, los escolásticos utilizaron el concepto de *Recta Razón*, una razón que no podía ser la que a partir del siglo XVII se impondría como *Razón Científica*. Para explicar por qué la *Recta razón* probable de los escolásticos no podía ser la *Razón científica* de la Ilustración posterior considero necesario referirme al cambio que en los siglos XVI y XVII se produjo en el modo de ver la realidad natural, es decir, la naturaleza.

DE LA NATURALEZA CUALITATIVA Y HETEROGÉNEA AL *PRINCIPIO DE UNIFORMIDAD*

La revolución científica que se produjo en el siglo XVII supuso, entre otras cosas, la culminación de un proceso de cambio en el modo de ver la naturaleza que ya se venía desarrollando en la sociedad europea desde el siglo XIV, cuando los escolásticos nominalista se preguntaron por la posibilidad de *cuantificar* los fenómenos naturales, es decir, por la posibilidad de aplicar el lenguaje matemático a una naturaleza que Aristóteles había descrito como realidad esencialmente *cualitativa* y *heterogénea*. El proceso que se inició en el siglo XIV culminó en el siglo XVII, cuando siguió utilizándose el término Naturaleza pero con un significado que ahora era muy distinto del que había tenido en los siglos anteriores, herederos de la tradición aristotélico-tomista.

Según esta tradición, el mundo natural estaba formado por seres individuales a los que técnicamente se llamaba "sustancias". Las personas, los animales, las plantas eran sustancias, pero nuestros sentidos no tenían acceso a esas sustancias sino a través de los "accidentes" que les eran propios: el color, el sabor, la extensión, etc. Todos los seres se componen por eso de sustancia y accidentes, y nosotros conocemos las sustancias sólo indirectamente, esto es, por sus accidentes. Si llamamos estática a esta visión de la naturaleza, la visión dinámica se caracterizaba por distinguir entre fuerzas y movimientos *violentos* y *naturales*.

En la visión dinámica de la naturaleza cada sustancia *tiende* a comportarse de una forma determinada, de una forma que le es propia y natural, por ejemplo, el peral tiende a dar peras y no manzanas, el gato tiende a cazar ratones y el fuego tiende a quemar, etc. Este modo propio de actuar o comportarse cada sustancia se debe a que las cosas han sido creadas con un fin en sí mismas, con una *finalidad*. El fuego ha sido creado para que queme como el peral lo ha sido para que produzca peras y no higos. Apartarlas de esa tendencia natural era hacerles *violencia*, suponía introducir fuerzas *violentas* en la naturaleza. Por eso la tradición aritotélico-tomista reconocía la existencia de causas *finales*, además de las otras tres causas clásicas: *eficiente*, *material* y *formal*.

Ahora bien, cuando se dice que todas las cosas tienen una finalidad o causa final no se quiere decir que las sustancias sean conscientes de su finalidad y tiendan a su fin conscientemente, pues el peral no sabe que produce peras, y mucho menos sabe que ha de producirlas. Sólo se quiere decir que cada sustancia tiene un modo de ser característico que es el que le hace comportarse del modo en que lo hace. Ese modo de ser radica en la "naturaleza" de las cosas, en la naturaleza de los seres creados.

La "naturaleza" de las cosas era así el *principio interior* que garantizaba el modo de actuar de las cosas, por lo que la pregunta por qué se comporta cada sustancia del modo que lo hace se respondía remitiendo a su "naturaleza". Hay algo *dentro* de las cosas que les obliga a actuar como lo hacen y no de otro modo; por eso se dice que si actuaran de otro modo "iría contra su naturaleza", esto es, se harían violencia y terminarían destruyéndose. Si un peral dejara de dar peras y diera manzanas dejaría de ser un peral y se habría hecho violencia a su "esencia" o modo de ser natural. Dentro de esta visión del comportamiento de los seres, la acción humana tenía también su propia esencia o razón de ser, tenía su propia finalidad, y esa esencia y finalidad hacía de la acción humana una acción distinta de la mera acción mecánica, fruto sólo de causas eficientes. La finalidad de la actuación humana no era otra que la felicidad eterna, de la que no se podía excluir necesariamente la felicidad terrena, la felicidad ya en este mundo.

Pues bien, lo que sucedió en el siglo XVII con la revolución científica fue, entre otras cosas, la destrucción de la visión aristotélico-tomista de la naturaleza y su sustitución por otra visión que pasó a identificarse como visión científica. A. Koyré lo expresó con estas palabras:

> "Es posible describir aproximadamente esta revolución científica y filosófica… diciendo que conlleva la destrucción del Cosmos; es decir, la desaparición, en el campo de los conceptos filosófica y científicamente válidos, de la concepción del mundo como un todo finito, cerrado y jerárquicamente ordenado (un todo en el que la jerarquía axiológica determinaba la jerarquía del ser, elevándose desde la tierra oscura, pesada e imperfecta hasta la mayor y mayor perfección de los astros y esferas celestes. Además, ese Cosmos se ve sustituido por un universo indefinido y aun infinito que se mantiene unido por la identidad de sus leyes y componentes fundamentales y en el cual todos esos componentes están situados en un mismo nivel del ser. Todo esto, a su vez, entraña que el pensamiento científico desestime toda consideración basada sobre conceptos axiológicos, como son los de perfección, armonía, sentido y finalidad, así como, para terminar, el divorcio del mundo del valor y del mundo de los hechos". (Koyré, A., 1989, 6)

En el siglo XVII se rechazan cada vez con más fuerza las formas sustanciales aristotélicas, y se sustituyen por la visión atomista y matemática que pasará a llamarse *mecanicista* por contraste con la *organicista* anterior. Los nuevos filósofos de la naturaleza vuelven a plantea así un problema cosmológico y de epistemología que los escolásticos nominalistas del siglo XIV ya se había planteado, el de la uniformidad o heterogeneidad de la naturaleza; y si los filósofos de la naturaleza del siglo XVII rechazaron términos aristotélicos como el de "forma sustancial", "naturaleza", "esencia", "causa final" fue porque los consideraron sin sentido o significado dentro de su nueva visión de la realidad natural, una visión que por estar basada en el atomismo y para emplear el lenguaje matemático tenía que ver la naturaleza como realidad uniforme, cuantificable. En la nueva visión de la naturaleza las palabras sólo podían referirse a la experiencia que podamos tener de ella, y esa experiencia no nos da a conocer "esencias" ni "formas sustanciales" (Locke, J., 1823, i, 82-83; Hobbes, Th., 1935, I, i at I; I, iv at 18-20). Pero tampoco se experimentan ya los "accidentes" de las sustancias al modo que se experimentaban en la Edad Media, sólo se experimenta *la acción de fuerzas* que actúan sobre los cuerpos compuestos de átomos iguales, homogéneos. Por eso las trayectorias y comportamiento de estos cuerpos no son ya fruto de un principio interior que impulsa *desde dentro* de los mismos cuerpos, sino de fuerzas que actúan *desde fuera*. En adelante podrán existir causas eficientes, pero no causas finales. Más importante aún, la actuación de esas fuerzas eficientes y externas, así como las trayectorias que obligan a seguir a los cuerpos, se podrán conocer sistemáticamente si se aplica el método científico. Por eso la experiencia de la que los filósofos de la naturaleza hablaban en el siglo XVII no era ya la experiencia aristotélica, pues ni la naturaleza que se experimentaba era la descrita por Aristóteles ni el método de experimentación era el aristotélico. La aristotélica era una experiencia propia del "sentido común" en contacto con una naturaleza cualitativamente heterogénea, la nueva era una experiencia científica que necesitaba para su justificar su expresión matemática un principio que homogeneizase la naturaleza, el *Principio de Uniformidad de la Naturaleza*. Sólo si se admitía dicho principio, si se admitía que la naturaleza era uniforme en su comportamiento, podría aplicarse el *Principio de causalidad* y escuchar la voz de la naturaleza a través del método científico. Si no se admitía el *Principio de Uniformidad*, esto es, si la naturaleza seguía viéndose como realidad compuesta de seres cualitativamente diferentes, ni el *Principio de causalidad* ni las matemáticas se podría utilizar en la investigación de la naturaleza, por lo que su voz tampoco se podría escuchar. Existía por ello una vinculación necesaria entre el método de investigación que se aplicaba y el concepto de naturaleza al que se aplicaba, y al cambiar el método de investigación cambió también el concepto de naturaleza, lo que tuvo como una de sus consecuencia la sustitución de la *Recta razón* probable de los escolásticos por la *Razón matemática*, necesaria, la razón de la ciencia.

En resumen, lo que sucedió en el siglo XVII con el concepto de naturaleza y el método que para su estudio se aplicó fue algo semejante a lo que sucede con los ordenadores en la actualidad, que sólo pueden leer aquellos documentos que están escritos en su propio sistema operativo. La naturaleza, como el sistema operativo del ordenador, tenía que ser de un determinado modo para que pudiera ser leída por el método científico matemático, y una de las característica necesarias para que esa lectura fuera posible era la de *uniformidad*. Si la naturaleza era uniforme, homogénea en todos sus componentes, podría aplicársele el método científico-matemático, pero si era heterogénea en sus componentes, cualitativamente diferentes, tendría que leerse con el sistema aristotélico. La revolución científica del siglo XVII necesitó elaborar un nuevo *hardware* al tiempo que construía un nuevo *software*, un nuevo concepto de naturaleza para poder aplicarle el nuevo lenguaje matemático. Igualmente, hubo de adaptar el lenguaje matemático y sustituir la matemática griega por la moderna newtoniana (McGuire, 1985). Ambas transformaciones fueron decisivas para la suerte que había de correr la visión de la probabilidad, dividiéndose en probabilidad matemática y en probabilidad subjetiva o moral, según aceptara o no el *Principio de uniformidad de la naturaleza*. Esta bifurcación de caminos que produce la aceptación o rechazo del *Principio de uniformidad de la naturaleza* me parece que está en el origen de la distinción entre probabilidad subjetiva o moral y probabilidad matemática, y el economista que mejor supo ver esta diferencia entre ambas probabilidades, y las consecuencias que se derivaban para la aplicación del método científico a la economía, fue J.M. Keynes, quien, como indiqué al comienzo, prefirió seguir interpretando la voz de la naturaleza económica en un lenguaje pre-moderno antes que matemático.

LA UNIFORMIDAD DE LA NATURALEZA Y LA PROBABILIDAD EN J.M. KEYNES

La necesidad de concebir la naturaleza como realidad heterogénea y orgánica para comprender la probabilidad keynesiana la señala el mismo Keynes cuando en su *Treatise on probability* escribe lo siguiente:

> "En la mayoría de las ramas de la lógica académica, tales como la teoría del silogismo o la geometría del espacio ideal, todos los argumentos aspiran a una certeza demostrativa. Pretenden ser concluyentes. Pero hay otros muchos argumentos que son racionales y pretenden tener cierto peso sin que por ello tengan que ser ciertos. En metafísica, en la ciencia, y en la conducta, la mayoría de los argumentos en los que habitualmente basamos nuestras creencias racionales se admite que no son concluyentes en mayor o menor grado. Por eso para el estudio filosófico de estas ramas del conocimiento se requiere el estudio de la probabilidad". (Keynes, 1973, VIII: 3)

Si el conocimiento probable y no concluyente es valido es porque se concede cierta fuerza a las bases no demostrables sobre las que se edifica, y es la concesión de esa fuerza la que explica que podamos hablar de un conocimiento probable, que "ni es firme ni claro" como decía el Dr. Navarro, sino un conocimiento *opinativo* con cierta base de intuición y valoración racional. Naturalmente, la apreciación de esa mayor o menor fuerza de la opinión probable habrá de remitir a los *motivos* de la acción más que a las *consecuencias*, que son desconocidas o, por lo menos, inciertas. Esta fue, en mi opinión, una de las razones por las que Keynes prefirió hablar de los *motivos* para demandar dinero y no de las *funciones* del dinero. La probabilidad subjetiva de Keynes, como la de los doctores escolásticos, justificaba la toma de decisiones en función de los *motivos* que la inspiraban, no de las *consecuencias* que se suponía que se derivaban necesariamente de la acción. Y es que lo mismo Keynes que los doctores escolásticos *no* creían que la naturaleza social del ser humano fuera uniforme. Oigamos cómo definió Keynes el *Principio de uniformidad* en su *Treatise on Probability*:

> "La ley de la uniformidad de la naturaleza me parece que consiste en la afirmación siguiente: que una analogía que es perfecta excepto en que las diferentes posiciones en el tiempo y el espacio se consideran irrelevantes, ofrece una base válida para la generalización, pudiendo considerar que dos causas son la misma causa si sólo se diferencian en sus posiciones en el espacio y el tiempo". (Keynes, 1973, VIII: 252)

Los doctores escolásticos venían preguntándose, ya desde los siglos XIII y XIV, si las posiciones en el tiempo y en el espacio eran o no irrelevantes para entender el comportamiento natural de las cosas, y John Duns Scoto (ca. 1266-1308) ya había defendido que

> "la certeza de las leyes causales descubiertas en la investigación del mundo físico estaba garantizada por el principio de uniformidad de la naturaleza, que él consideraba como hipótesis autoevidente de la ciencia inductiva"; y Guillermo de Ockham (ca. 1284-1349) "fue excéptico respecto de la posibilidad de conocer alguna vez las conexiones causales particulares o de ser capaz de definir las sustancias particulares… De hecho creía que las conexiones establecidas empíricamente poseían una validez universal en razón de la uniformidad de la naturaleza". (Crombie, 1974, II, 35)

En el siglo XVII, y unos años antes que Newton empezara a escribir en Cambridge sobre la composición del continuo espacial y el temporal (McGuire, 1985), el jesuita Juan de Lugo escribió en Roma su tratado *Sobre la composición del continuo permanente y sucesivo* [espacial y temporal] y en él se volvió a plantear el problema de la uniformidad de la naturaleza y la irrelevancia de las posiciones en el tiempo y el espacio. Será esa irrelevancia del espacio y el tiempo la que negará Keynes en el siglo XX cuando rechace el "principio de indiferencia" que atribuye un 50% de probabilidad a la posibilidad de que salga cara y un 50% a la posibilidad de que salga cruz, porque presupone la uniformidad de la naturaleza y la indiferencia de todas las alternativas posibles, lo que no le parecía real fuera de los casos limitados de azar. Keynes volverá a referirse a esta imposibilidad cuando en su *Teoría general* escriba que

> "Tampoco podemos racionalizar nuestra conducta argumentando que para un hombre ignorante los errores en cualquier sentido son igualmente posibles, de tal manera que subsiste una previsión actuarial media basada en la igualdad de probabilidades, porque puede demostrarse fácilmente que el supuesto de probabilidades aritméticamente iguales en un contexto de ignorancia conduce a absurdos". (GT: 152)

El rechazo por Keynes de la probabilidad matemática y la uniformidad de la naturaleza en la explicación de la conducta económica hacía de él un economista pre-moderno. El comportamiento económico no podía estar escrito para él en lenguaje matemático, por lo que los intentos realizados en este sentido por los economistas neoclásicos los calificó de

> "simple mixtura, tan imprecisa como los supuestos originales que la sustenta, que permite al autor perder de vista las complejidades e interdependencias del mundo real en un laberinto de símbolos pretenciosos e inútiles". (TG: 297)

Cuando Galileo dijo que la naturaleza estaba escrita en lenguaje matemático no se estaba refiriendo a la naturaleza de la conducta humana, pero la interpretación que después se hizo de la realidad económica y social generalizó la idea de Galileo hasta hacer de ella la única fuente de comunicación con cualquier realidad. Surgió así un concepto y visión de razón científica como razón capaz de proporcionar conocimiento cierto, basado en la matemática, que nada tenía que ver con la recta razón escolástica ni, ya en el siglo XX, con la razón económica keynesiana. Y es que no podía ser de otro modo ya que tampoco la visión de la naturaleza a la que aplicaban la razón los doctores escolásticos y Keynes era la misma a la que se aplicaba la razón científica. El pensamiento económico de los doctores españoles fue el fruto maduro de la recta razón probable, no de la razón científica necesaria. Sí lo será el que formularán más tarde los economistas de la escuela clásica y neoclásica. El que en el siglo XX formuló J.M. Keynes estuvo, sin embargo, más cerca de la recta razón escolástica que de la razón científica y matemática de los neoclásicos marginalistas.

Nos encontramos así, a comienzos del siglo XXI, con el mismo problema que ya se planteó en los siglos XVI y XVII, el que se plantea cuando queremos saber cual es el uso adecuado que debemos hacer de nuestro entendimiento en el análisis de la realidad natural y, más concretamente, el método y lenguaje que debemos emplear, si ha de ser el lenguaje y método matemático o, por el contrario, ha de ser el lenguaje del "sentido común" o, como dirían otros, el de la "metáfora". Si, como ha escrito A. Koyré,

> "lo que constituye el verdadero tema del *Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo* es el derecho de la ciencia matemática, de la explica-

ción matemática de la naturaleza, por oposición a la no matemática del sentido común y de la física aristotélica, mucho más que la oposición entre dos sistemas astronómicos" (Koyré, 1977: 170),

se podría pensar que la situación de crisis que actualmente vive la ciencia económica tiene uno de sus orígenes en la misma problemática que Galileo expuso en sus *Diálogos*. Muchos defensores del libre mercado capitalista no dudan del derecho de la matemática a explicar la realidad económica, mientras los enemigos de ese mismo mercado libre rechazan esa explicación y confían más en la explicación no matemática propia del sentido común.

PROBABILIDAD SUBJETIVA Y CONTROVERSIA

Cuando se reconoce que no podemos tener conocimiento cierto de la realidad natural, como lo reconocían en la España del siglo XVI Luis de Molina y Domingo de Soto, entre otros, la doctrina de la probabilidad no se podrá entender como doctrina sobre la relación entre el *objeto natural* de nuestro conocimiento y la idea o *representación de ese objeto*, por el contrario, se habrá de entender como relación entre *la representación* o idea de la realidad y el sujeto que defendía esa representación. Es esa una relación por la que el *sujeto* juzga la fuerza mayor o menor de la representación, que en sí misma es poco firme y un tanto oscura. De la relación entre la representación o idea del objeto y el mismo objeto poco o nada se podrá decir, pues se carece de acceso directo e inmediato al objeto. Con relación al sujeto, por el contrario, sí se podrá decir algo, más aún, se deberá decir, pues se trata de emitir un juicio u *opinión*, no de constatar una realidad objetiva. Hay representaciones o ideas que *parecen verdaderas* al sujeto y las hay también que le *parecen falsas*; y a las primeras le concede una confianza que no concede a las segundas, por lo que se hace necesario explicar de dónde nace esa diferencia de confianza. Es en este momento cuando adquiere su verdadero significado y sentido la distinción que vimos antes que el Dr. Navarro establecía entre fe, ciencia y opinión, es decir, entre conocimiento científico, claro y firme, y conocimiento "ni firme ni claro pero sí judicativo", es decir, más o menos probable.

El sujeto que emite una opinión más o menos probable no afirma lo que *es* ni lo que *debe ser*, afirma, mucho más modestamente, algo que *puede ser*. Por eso la Recta razón de los doctores escolásticos no puede confundirse ni con la razón científica que afirma verdades necesarias sobre el *ser* de las cosas, ni con la razón normativa que expresa el *deber ser* de la conducta humana, se limita a exponer lo que el sujeto opina que *puede ser* la conducta humana como puente entre el ser circunstancial y concreto y el deber ser universal y genérico. Fue ese terreno de nadie que existe entre el *ser* y el *deber ser* lo que constituyó terreno propio de la *recta razón* escolástica en su visión de la probabilidad, y fue la interpretación que en los siglos XVIII y XIX se hizo de la revolución científica lo que llevó a que ese terreno quedara abandonado en la ciencia económica por considerarlo como arenas movedizas o aguas pantanosas y malolientes. Fue necesario que en el siglo XX reivindicara Keynes ese terreno para que algunos economistas volvieran a plantearse de nuevo lo correcto del proceder que la ciencia económica había seguido durante casi dos siglos. Algunas de las causas que llevaron a abandonar el terreno de la probabilidad escolástica las ha descrito Stephen Toulmin (1989: 275) en los términos siguientes:

> "Durante el siglo XVI, el trabajo de los humanistas, de Erasmo a Michel Montaigne y Francis Bacon, y de los filósofos naturales, de Copérnico a Tycho Brahe y John Kepler, generaron un creciente escepticismo respecto de la cosmología y filosofía medievales. Además, con la publicación en 1630 de la obra de Galileo, *Diálogos sobre los dos grandes sistemas del mundo*, seguido por el *Discurso del método*, de Descartes, el mundo intelectual europeo estaba penetrado de las ideas de "sistema" y "método".

Este movimiento, conocido entonces como "la nueva filosofía natural experimental y matemática", culminó en la publicación de los *Principa mathematica* de Isaac Newton en 1687. Para los dos siglos siguientes, este trabajo permaneció como emblemático, y los estudiosos de todos los problemas, naturales y sociales, lo tomaron como modelo del logro intelectual, incluso hasta el punto de idolatrarlo. En adelante, cualquier disciplina que quisiera ser aceptada como trabajo de estudio serio, independientemente de su objeto, debía desarrollar al estilo científico su propio cuerpo de conceptos y principios teóricos abstractos y presentarlos, si era posible, en forma de sistema axiomático y matemático.

En el campo del Derecho y la Moralidad, escribe, Toulmin, el primer gran sistematizador fue Hugo Grotius (1583-1645), quien en su tratado de *De Jure Belli ac Pacis* (1625) maneja muchos de los tópicos jurídicos y morales como lo hicieron antes autores como Altusio, Vitoria y Suárez, pero Grotius hizo un esfuerzo deliberado por expresar los "principios" del derecho como

> "manifiestos y claros en sí mismos, acaso tan evidentes como aquellas cosas que percibimos por los sentidos externos"[3].

Grotius hace frecuentes referencias a las virtudes propias del lenguaje matemático, y aunque reconoce que

---

[3] *De Jure Belli ac Pacis, Prolegomena* 39.

> “lo que Aristóteles dijo es perfectamente verdadero: la certeza no se puede encontrar en los asuntos morales en el mismo grado que en la ciencia matemática”[4],

opina que una vez son captados los primeros principios del Derecho como “axiomas” pueden proporcionarnos las bases de un sistema de Derecho enteramente deductivo. Quizá por eso, un comentarista moderno de Grotius ha escrito a este propósito lo siguiente:

> “Como un matemático, propone retirar su mente de todo hecho particular… Pretende hacer con el derecho lo que, tal como él entendía, se había hecho con éxito en matemáticas”[5].

Esta pretensión de razonar al modo geométrico o matemático estaba ya muy lejos del método probabilista de los escolásticos, que conducía a todo lo contrario, a la casuística. Y es que el ideal sistematizador de la ciencia física invadió lentamente incluso territorios que antes habían estado reservados a la casuística, y a comienzos del siglo XVIII, el dominio del análisis de casos como medio aceptado en la resolución de los problemas morales, lo que conocemos como *casuística*, se había desdibujado y había sido desplazada por la visión ilustrada de un “sistema racional” expresado en términos matemáticos (Josen, Toulmin, 1989: 278). En esa decadencia tuvieron una buena parte de responsabilidad los escritos de Pascal.

Una de las críticas literariamente más brillantes y, en mi opinión, filosóficamente peor fundadas, contra la casuística y el probabilismo moral de los jesuitas fue la que desplegó Pascal en sus famosas *Cartas provinciales*, publicadas anónimamente a partir de 1656. El origen de la polémica estuvo en la publicación póstuma del *Augustinus* de Jansenio en 1640, un libro en el que se exponían ideas teológicas sobre la gracia que en puntos importantes se oponían a la doctrina que entonces ya se conocía como molinismo por haber sido el jesuita Luis de Molina su fundador. Pascal tomó partido por los jansenistas de Port Royal, y en su defensa escribió las *Cartas provinciales* contra los jesuitas. ¿Qué había de criticable en la casuística y probabilismo de los jesuitas?

He dicho antes que la doctrina probabilista de los escolásticos españoles no tenía como objeto la relación entre el objeto y su idea o representación sino la relación entre la representación o idea del objeto y el sujeto que la formulaba,

---

[4] *De Jure Belli et Pacis*, II, 23, 1.

[5] G.H. SABBINE, *A History of Political Theory*, New York, 1961, p. 425. *De Jure Belli et Pacis*, II, 23, 1.

por lo que era sobre esa relación sobre la opinaba. Pues bien, esto explica que no todos los sujetos tuvieran la misma representación del objeto y formularan representaciones diferentes, esto es, construyeran diferentes *casos* y opinaran de forma diferente sobre los mismos. Esto explica, igualmente, que lo habitual entre los doctores escolásticos fuera la controversia y discusión de los casos y opiniones. Porque no existía certeza y sólo se defendía una opinión probable, la controversia se tenía que desarrollar necesariamente entre los doctores como forma de crear una opinión común, y uno de los mejores ejemplos de este modo de razonar quizá sea el que encontramos en Melchor de Soria, en el primer tercio del siglo XVII. Melchor de Soria, obispo auxiliar de Toledo, escribió a propósito de sus diferencia con Luis de Molina respecto a la tasa del precio del trigo que,

> "La verdad de esto se verá clara advirtiendo que nuestro corto saber no nos permite conocer a el cierto la verdad de todas las cosas… Por lo qual, de ordinario son tantos los pareceres y opiniones de los hombres quantas son las cabeças". (Soria, M. de, 1627, edc. BEX, p. 95)

La casuística y el probabilismo se han visto frecuentemente como el talón de Aquiles del pensamiento escolástico. Se han interpretado como "una expresión de la enmarañada relación entre la ética o el mandato religioso y la necesidad práctica" (Kirshner, J., 1974, 27), y de esa interpretación participó Pascal. En mi opinión, existe esa difícil y compleja relación, pero su existencia no es gratuita ni se puede simplificar alegremente, pues tiene que ver con problemas epistemológicos nada fáciles de resolver. El más importante, sin duda, me parece que es el de la relación que existe entre los *conceptos* y *leyes universales* y la realidad concreta *singular*. Los doctores españoles trataron de dar a este problema una respuesta adecuada y sincera con la aplicación del probabilismo y la práctica de la casuística, pues se trataba de establecer la relación correcta entre los principios generales de la conducta moral y los casos singulares propios de una sociedad que, como sucedía en el siglo XVI, los descubrimientos geográficos mostraban ser *plural* en el espacio y *cambiante* en el tiempo. Por eso advertían en sus razonamientos, como escribió Luis de Molina, que

> "el cambio de una o varias de las cicunstancias suele ser causa con frecuencia de que el caso cambie, y lo que de suyo es de una forma sea de otra por razón de las circunstancias". (Molina, L. de, vol. II, col. 649, C; col. 650, A)

De ahí que, como observó Caro Baroja, los casuistas españoles "buscaran «causas a casos» de conciencia, sin recurrir ni al mero azar ni a una aplicación rígida de ciertos principios", ahí radicaba la esencia e importancia del probabilismo y la casuística de los doctores españoles. El mero azar no podía explicar nada, dejaba toda conducta humana en la pura arbitrariedad y la desconectaba de toda exigencia racional; pero la aplicación rígida o puramente deductiva de los principios generales de la ley natural (o los axiomas matemáticos) tampoco se ajustaba a la visión que los doctores tenían de la acción humana y la realidad social. Una aplicación puramente deductiva dejaba sin función y sentido moral la individualidad que se manifiesta en el ejercicio de ese apetito racional que para ellos era la voluntad de las personas. Si se excluye el puro azar por un lado, y por otro se excluye la férrea necesidad causal, sólo queda el *impreciso* pero *razonable* campo de la probabilidad. Este fue el campo que los doctores españoles asignaron a la *recta razón* moral, el campo de la probabilidad. Ni azar, ni necesidad, probabilidad. Caro Baroja, como acabo de recordar, lo resumió con las siguientes palabras:

> "El que los casuistas buscaran «causas a casos» de conciencia, sin recurrir ni al mero azar ni a una aplicación rígida de ciertos principios..., puede considerarse hoy de varias maneras. Algunos siguen creyendo que en tal búsqueda se lanzaron a un simple juego dialéctico, casi retórico. Otros han buscado explicaciones más profundas a su investigación, sobre las raíces de la diversidad moral, aunque a veces, en efecto, las conclusiones a que llegaban no encajaban demasiado con las concepciones cristianas primitivas o las tradicionales, más sencillas dentro de la vida moral... Se trataba de sondear en el mundo de las probabilidades dudosas o poco comprensibles, y buscar causas no fáciles de detectar a los hechos de la vida moral". (Caro Baroja, J., 1978, 523).

RASGOS QUE DEFINEN LA *RECTA RAZÓN* ESCOLÁSTICA

Terminaré mi exposición con una breve enumeración que, a modo de resumen, presenta los rasgos que considero fueron esenciales en la elaboración y uso que los doctores españoles hicieron de *la recta razón* en su doctrina probabilista. Son rasgos que se deducen fácilmente de la exposición que acabo de hacer.

1. La recta razón era una razón *falible*, pues podía equivocarse.
2. La recta razón era una razón *práctica*, pues tenía como objetivo final la acción humana y, más concretamente, la toma de decisiones.
3. La recta razón era una razón *en situación*, no razonaba ni emitía su juicio fuera de las circunstancias espacio-temporales que definían el caso concreto.
4. Finalmente, la recta razón era una razón *controvertida*. Esta fue una característica complementaria de la primera. Una razón falible necesariamente tenía que estar sometida a crítica, tenía que suscitar controversia.

5. La recta razón interpretaba la situación a juzgar *desde una perspectiva* ontológica y epistemológica determinada, la que ofrecían los principios generales de la ley natural y su doctrina del probabilismo. Por eso se puede considerar como razón "paradigmática" en el sentido que Th. Kuhn utiliza el término "paradigma" en el libro de todos ustedes conocido. Con la revolución científica y la interpretación que de ella se hizo en los siglos XVIII y XIX se produjo el cambio de "paradigma" que supuso el abandono de la *recta razón* probable de la escolástica por la *razón científica* necesaria. En el cambio de un paradigma por otro desempeñó un papel decisivo la fe puesta en el uso del lenguaje matemático, lo que me lleva a una consideración final sobre el uso de la matemática en la ciencia y la fe en que descansa.

Miguel de Guzmán, en un discurso pronunciado en la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales el curso 1993-94, reconocía que "la aplicabilidad de las matemáticas a la realidad es un enigma nada fácil de resolver", y citaba las siguientes palabras de E.P. Wigner en un artículo titulado *La efectividad irrazonable de las matemáticas en las ciencias naturales*.

> "El milagro de la adecuación del lenguaje de las matemáticas para la formulación de las leyes físicas es un don maravilloso que ni entendemos ni merecemos. Deberíamos mostrarnos agradecidos por él y esperar que permanezca siendo válido en la investigación futura y que se extienda, para bien o para mal, para placer nuestro, aunque también tal vez para nuestra perplejidad, a ramas más amplias del saber".

No estoy seguro de que todos los aquí presentes aprueben el deseo de Wigner, pero de lo que no me cabe la menor duda es de que tanto el deseo de éste como cualquiera que sea el nuestro respecto del uso que podamos hacer de la matemática descasará, finalmente, en una apuesta, en un acto de fe que estará más el fruto de una decisión basada en una razón más o menos recta que de la razón científica.

BIBLIOGRAFÍA

BREHIER: *Histoire de la Philosophie*, I. 2, Paris, 1948.

BURTT, E.A.: *The Metaphysical Foundations of Modern Physical Science*, Humanity Books, New York, 1999 (1ª ed. 1931).

CICERÓN: *De Fato*.

____: *Cuestiones académicas*, II.

CARO BAROJA, J.: *Las formas complejas. de la vida religiosa* (*Religión, sociedad y carácter en la España de los Siglos XVI y XVII*), Ed. Sarpe, Madrid, 1985 (1ª ed. 1978).

CONCINA, D.: *Historia del Probabilismo y Rigorismo* (trad. española de M.J. Imaz), Madrid, 1772.

CROMBIE, A.C.: *Historia de la Ciencia: De S. Agustín a Galileo*, t. II, Madrid, 1974.

FITZGIBBONS, KEYNES'S VISION: *A New Political Economy*, Clarendon Press, Oxford, 1988.

GROTIUS: *De Jure Belli ac Pacis*, Prolegomena 39.

GUZMÁN, MIGUEL DE: *El pensamiento matemático, eje de nuestra cultura*. Discurso inaugural del Año Académico 1993-94. Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Madrid, 1993.

HOBBES, TH.: *Leviathan*, Cambridge, 1935.

KEYNES, J.M.: *Collected Writings*, Macmillan and Cambridge Univ, Press, Cambridge, 1973, vol. VIII.

KOYRÉ, A.: *Del mundo cerrado al universo infinito*, Siglo XXI, Madrid, 1989.

____: *Estudios de Historia del Pensamiento Científico*, Siglo XXI, Madrid, 1977.

LOCKE, J.: *Essay on Human Understanding, II*, en The Works of John Locke, London, 1823.

MACGUIRE, J.E. & TAMNY M.: *Certain Philosophical Questions*. Newton's Trinity Notebook, Cambridge University Press, Cambridge, London, New York, Melbourne, 1985.

MARTÍN AZPILCUETA (Dr. Navarro): *Manual de confesores*, Salamanca, 1556.

MERCADO, T. DE: *Suma de Tratos y Contratos* (Ed. Inst. Estudios Fiscales, 1977, vol. I).

MOLINA, LUIS DE: *De iustitia et iure*, Cuenca, 1597.

NELSON, N.: "Casuistry", en *Encyclopaedia Britanica*, V (1970).

SORIA, M. DE: *Tratado de la justificación y conveniencia de la tassa de el pan…*,Toledo, 1633 (Toledo 1ª ed. 1627) (ed. BEX, Madrid, 1992).

SOTO, DOMINGO DE (1556): *De iustitia et iure*, Salamanca (Ed. castellana, Inst. Estudios Políticos, 1968).

TEIRA SERRANO, D.: *Theological and economic models of rationality* (*A metaphorical analysis of Bernouillian utility functions*), Vitoria (1932-35), De iustitia, Ed. Salamanca.

PROBABILISMO MORAL Y PROBABILIDAD

Jesús Santos del Cerro
Universidad de Castilla-La Mancha

Es una idea comúnmente admitida que el Cálculo de Probabilidades fue creado definitivamente por Pascal y Fermat en su conocida correspondencia epistolar relativa a la resolución de ciertos problemas sobre juegos de azar planteados por el caballero de Meré a Pascal. Trataremos de demostrar que muchos conceptos y elementos analíticos de la nueva teoría de la probabilidad matemática son absorbidos del campo de la teología moral, y en concreto de la doctrina del probabilismo moral, fundado y desarrollado principalmente por doctores españoles de los siglos XVI y XVII.

La ciencia actual utiliza el concepto de probabilidad en áreas de conocimiento tan dispares como la economía, la física, la matemática, la teología, la filosofía, etc. Se habla, además, de conceptos diferentes de probabilidad tales como probabilidad lógica, probabilidad subjetiva, probabilidad *a priori* y probabilidad *a posteriori*, etc. Sin embargo, desde el punto de vista de la conceptualización de la noción de probabilidad propiamente dicha se distinguen tradicionalmente dos tipos: probabilidad aleatoria y probabilidad epistemológica. La primera se aplica a los juegos de azar y situaciones que comparten ciertas características de dichos juegos tales como el que se produzcan accidentes aéreos, la coincidencia casual de dos amigos en un determinado lugar a una cierta hora, etc. Mientras que la segunda se refiere al grado de verdad o falsedad que concibe el entendimiento ante un juicio o proposición, tales como algunas cuestiones que surgen a la Teología Moral sobre la licitud o ilicitud de la aplicación de ciertas leyes a determinadas situaciones o casos particulares. Por ejemplo, ¿es lícito cumplir la orden de un superior cuando se dan ciertas circunstancias tales que el perjuicio que pueda causar su cumplimiento es notablemente superior que los beneficios que se derivarían de su seguimiento?

Tanto en un tipo de cuestiones como en el otro existe un elemento común que es la incertidumbre o contingencia que las caracteriza. Consideramos que tanto la concepción aleatoria como la epistemológica se pueden concebir bajo una misma noción amplia de probabilidad, entendida como grado de aproximación a la verdad o grado de certeza que el entendimiento humano aprehende acerca de las cuestiones en las que no alcanza certeza absoluta en cuanto a la verdad o falsedad de las mismas. Unos casos se distinguirán de otros por los fundamentos en que se apoye el entendimiento humano respecto del grado de aproximación a la verdad. En los problemas relativos a los juegos de azar, el entendimiento ante ciertas cualidades de uniformidad y simetría (o cierto grado de irregularidad y asimetría) establece una hipótesis de igual inclinación de ocurrencia de los posibles resultados elementales y a partir de aquí define la probabilidad de un resultado del juego como el cociente del número de posibilidades elementales que conducen al mismo y el número de posibilidades totales del juego. Por ejemplo, si extraemos una carta al azar de una baraja española la probabilidad de obtener un as es igual a $\frac{4}{40} = 0{,}1$. Para el caso de los juegos de azar ocurre, sin embargo, que la verdad o falsedad de un cierto resultado es una cualidad potencial que se manifiesta de un modo real y efectivo en la propia realización del juego. En estos casos, la probabilidad que elabora el entendimiento se refiere al grado de certeza sobre una verdad o falsedad potencial, pero no real. Respecto del segundo tipo de materias como la planteada arriba sobre la licitud o ilicitud de la aplicación de alguna ley o principio a una situación concreta, en general no es posible establecer una enumeración de posibilidades y menos aún de afirmar la igualdad entre sus probabilidades. Para resolver este problema algunos doctores españoles elaboraron una casuística o análisis de casos particulares que utilizaba la doctrina del probabilismo moral para determinar la probabilidad de dichos casos.

El hecho de que en este último tipo de cuestiones el concepto de probabilidad se entienda en un sentido de aprobabilidad no debe interpretarse como una noción diferente de la probabilidad aplicada a un juego de azar. En las cuestiones morales la probabilidad se entiende como el grado de certeza que posee el entendimiento en cuanto a la verdad o falsedad de la licitud o ilicitud de la aplicación de ciertas leyes o principios morales a ciertas cuestiones prácticas. Por tanto, si una acción moral es probable significa que existen unos fundamentos sólidos que sostienen la licitud o ilicitud de la aplicación de algunas leyes o principios. De aquí que en las cuestiones morales el establecimiento de la probabilidad de una acción conduzca a su aprobabilidad, debido a que la probabilidad en estos casos se dirige precisamente sobre el carácter de licitud o ilicitud de la aplicación de ciertas leyes o principios morales a dicha acción.

El concepto de probabilidad vigente hasta mediados del siglo XVII, fecha de la creación definitiva del Cálculo de Probabilidades, tenía un carácter filosófico y teológico. La elaboración de este concepto tiene su origen en el pensamiento griego. Los autores más importantes en el proceso de constitución de este concepto son Aristóteles y Carnéades de Cyrene. El estagirita analiza en distintas partes de su obra nociones que constituyen las primeras aproximaciones a la conceptualización moderna de la probabilidad. Aquí destacamos la definición que ofrece en los *Tópicos* de las cosas plausibles como *las que parecen bien a todos, o a la mayoría, o a los más conocidos y reputados*. El concepto de probabilidad en Aristóteles, como se observa por la cita precedente, tiene un carácter de aprobabilidad ya que considera que una cosa es plausible cuando es, en definitiva, aprobada por todos los hombres, por la mayoría o por una minoría cualificada.

Poco más de un siglo después, Carnéades de Cyrene, director de la Tercera Academia, crea el denominado probabilismo pagano que constituye una teoría del conocimiento que afirma que la realidad no puede percibirse ciertamente sino a lo sumo probablemente, o lo que es lo mismo, para el hombre no existe nada que no sea meramente probable. Autores posteriores tales como Cicerón, Sexto Empírico, San Agustín y Santo Tomás tuvieron el mérito de ser notables difusores y comentadores del pensamiento precedente en materia de probabilidad.

Antes de pasar al análisis del probabilismo moral y al análisis de las circunstancias que dieron lugar a su relación con el nuevo Cálculo de Probabilidades, resulta conveniente realizar algunas observaciones. Debemos distinguir en la moderna Teoría de la Probabilidad entre la conceptualización de la probabilidad propiamente dicha y el cálculo o la matematización de la probabilidad. Respecto de la noción de probabilidad contenida en esta moderna teoría, mostraremos que ésta representa una asimilación tanto conceptual como analítica de la tradición filosófica aristotélica y, principalmente, de las elaboraciones teóricas de la doctrina del probabilismo moral. En cuanto al cálculo propiamente dicho, representa la verdadera novedad de la creación del Cálculo de Probabilidades. Pascal y Fermat no elaboraron un concepto nuevo y distinto de probabilidad, sino que resolvieron definitivamente un conjunto de problemas relativos a juegos de azar tales como el de la “*división de las apuestas*” mediante la creación de reglas sistemáticas de carácter matemático que representan los primeros fundamentos del nuevo cálculo. En definitiva, el moderno Cálculo de Probabilidades no surgió de un proceso de matematización de la probabilidad filosófica y teológica sino que se crea a partir de cuestiones aleatorias. En el presente trabajo desarrollaremos principalmente el proceso de asimilación del concepto filosófico y teológico de probabilidad por el moderno Cálculo de Probabilidades, dejando más de lado los aspectos matemáticos o de cálculo propiamente dicho.

En los primeros siglos de nuestra era la Iglesia se ocupó de refutar las ideas heréticas. En este sentido, los Concilios se reunían para condenar las herejías y establecer con claridad los dogmas católicos. Solamente se trataban cuestiones morales en pequeños escritos, sin un carácter sistemático. En la Edad Media, los Concilios trataron cuestiones morales relativas, principalmente, a ciertos abusos y vicios conocidos, pero no se decidieron a desarrollar teorías morales. Por su parte, la teología católica cuando se constituye como cuerpo de doctrina, dio preferencia a cuestiones dogmáticas frente a la discusión de principios morales. Fueron fundamentalmente los moralistas o casuístas los teólogos que se dedicaron al estudio de cuestiones prácticas relativas a la aplicación de la probabilidad a casos particulares. El probabilismo moral constituye el fundamento razonable para el análisis y solución de un conjunto de problemas relativos a la moral. Ante la limitación del conocimiento humano de aprehender la realidad con absoluta certeza, algunos doctores españoles de los siglos XVI y XVII crearán y desarrollarán el probabilismo moral como instrumento básico que permite a teólogos, confesores y penitentes discernir la licitud o ilicitud de la aplicación de ciertas leyes o principios morales a una situación o caso particular. Según Francisco Gómez Camacho, el probabilismo representa el fundamento de la solución de un conjunto de problemas morales, alejado de los extremos que significan una aplicación arbitraria y una aplicación mecanicista de los principios generales, que no satisfacen a los doctores españoles.

> "*En ningún momento se muestra Molina partidario de una aplicación mecánica de los principios generales a las circunstancias particulares del caso, pero tampoco defiende una aplicación arbitraria, fruto exclusivo del juego de las circunstancias. El rechazo de una rígida aplicación mecanicista y la arbitrariedad le obligan a reconocer que el juicio práctico de la recta razón será un juicio de probabilidad; podrá estar más o menos cerca de la verdad, pero se moverá generalmente en la zona de la probabilidad. Ésta es la raíz filosófica del probabilismo que Molina y los demás doctores españoles defendieron como método adecuado para la moral; no fue una actitud impulsada por la fuerza de las nuevas circunstancias históricas, sino*

del reconocimiento expreso de una limitación radical en el conocimiento humano de la ley natural y su aplicación a la realidad"[1].

La génesis del probabilismo se debe pues a que el conocimiento de la Ley Natural no es para estos doctores un conocimiento científico, ni de fe, sino que es un conocimiento opinático. La naturaleza, expresada en la Ley Natural, no es para los primeros un dogma ni puede conducir a conclusiones ciertas, sino que nos lleva a situaciones de incertidumbre, a proponer opiniones probables. A los doctores españoles se les presentaban una enorme variedad de problemas en donde el aspecto fundamental era el de no poseer certeza absoluta sobre la licitud de la aplicación de un principio general a un determinado caso singular.

> "*Los doctores españoles trataron de dar a este problema [el de la relación que existe entre los conceptos y leyes universales y la realidad compleja singular] una respuesta adecuada y sincera con la aplicación del probabilismo y la práctica de la casuística. Se trataba de establecer la relación correcta entre los principios generales de la conducta moral y los casos singulares*"[2].

En cuanto a la proliferación de la doctrina casuística, en la que se multiplicaron los análisis de casos en los que se planteaban intrincadas cuestiones sobre su licitud o ilicitud, según Julio Caro Baroja, se observó la necesidad de regular o arbitrar la enorme variedad de casos de conciencia que presentaban diariamente los fieles a sus confesores.

> "*El que los casuístas buscaran* «*causas a casos*» *de conciencia, sin recurrir ni al mero azar ni a una aplicación rígida de ciertos principios de la moral evangélica, puede considerarse hoy de varias maneras.* (...)
>
> *Se trataba de sondear en el mundo de las probabilidades dudosas o poco comprensibles y buscar causas no fáciles de detectar a los hechos de la vida moral* (...). *El asunto cardinal es que cuando, como consecuencia última del casuismo, se desarrolló la teoría probabilista, los confesores italianos, españoles, austríacos, franceses, etc., tuvieron que reconocer, una y otra vez, que el mundo de los penitentes era una selva*"[3].

---

[1] GÓMEZ CAMACHO, F.: Introducción a MOLINA, L.: *Tratado sobre los Préstamos y la Usura*. Instituto de Cooperación Iberoamericana, Quinto Centenario e Instituto de Estudios Fiscales. Madrid, 1989, p. XVIII.

[2] GÓMEZ CAMACHO, F.: *Economía y Filosofía Moral: la Formación del Pensamiento Económico europeo en la Escolástica española*. Síntesis. Madrid, 1998, p. 62.

[3] CARO BAROJA, J.: *Las Formas Complejas de la Vida Religiosa. Religión, Sociedad y Carácter en la España de los siglos XVI y XVII*. Akal. Madrid, 1978, pp. 523-524.

El mero azar dejaba toda conducta humana en la pura arbitrariedad y en la más absoluta desvinculación de la racionalidad humana. La aplicación rígida de ciertos principios anulaba la voluntad individual. Ninguno de estos dos extremos satisfacía en su búsqueda de la verdad a estos autores. No obstante, no existe una homogeneidad en la consideración de este problema al aplicar los principios generales de la conducta moral a los casos singulares, antes bien existe una notable heterogeneidad.

Existe un acuerdo casi unánime en señalar a Bartolomé de Medina como el fundador del probabilismo moral y el año 1577 como fecha de su creación. El probabilismo moral, aunque participa del mismo principio de aprehensión probable de la realidad propia del probabilismo pagano, creado por Carnéades de Cyrene, es ante todo una doctrina moral. Las cuestiones a las que va dirigida son aquéllas en las que el entendimiento humano es incapaz de aprehender con certeza absoluta la licitud o ilicitud de la aplicación de alguna ley o principio moral a una situación singular. El probabilismo moral se convertirá en la herramienta básica que permita inclinarnos por el camino de la ley o la libertad. Multitud de casos multiplicados por una infinidad de matices contribuyen a la creación y desarrollo de la casuística, que analizará la licitud o ilicitud de ejercer la libertad individual. La extensión y desarrollo de esta doctrina, motivado por la enorme variedad y cantidad de casos de conciencia será extraordinario, hasta el punto de constituir un tema habitual de conversación en todos los ámbitos de la vida de las sociedades europeas, principalmente durante la segunda mitad del siglo XVII.

El criterio que proclama el probabilismo y que Medina destaca es que no estamos obligados a seguir el mejor medio para alcanzar un fin, siempre que el medio elegido sea bueno. Dicho de otra manera, ante dos opiniones probables no es preciso que sigamos la más probable, sino que es suficiente que la opinión que adoptemos sea probable. La probabilidad en cuestiones o casos morales es sinónimo de aprobabilidad y en consecuencia una opinión probable es por tanto aprobable. Pero ¿qué o quién hace que una opinión sea probable?, o lo que es lo mismo ¿cuáles son los fundamentos en que se debe apoyar la probabilidad de una opinión? Los fundamentos de una opinión probable según Medina se resumen en dos: autoridad de hombres sabios y fuertes argumentos. Recordemos que Aristóteles definía algo plausible como lo que parece bien a todos, o a la mayoría, o a los más conocidos y reputados. Esto hace referencia a lo que se denomina criterio de autoridad. Sin embargo, lo que Bartolomé de Medina llama fuertes argumentos no se encuentra, al menos explícitamente, en el pensamiento aristotélico.

"*algunas* [opiniones] *son probables, pues se apoyan en fuertes argumentos y en la autoridad de los sabios*"[4].

No obstante, Medina advierte en este punto que no debe inferirse de tales palabras que ciertas opiniones probables se apoyan sólo en el criterio de autoridad, pues:

"*si fuera contra la razón, no sería opinión probable, sino un error manisfiesto*"[5].

El que una opinión sea más o menos probable porque sus fundamentos tanto de un tipo como de otro sean más o menos fuertes, respectivamente, no supone que unos sean lícitos y otro ilícitos, sino que de su propio carácter probable se deriva su licitud. Éste es el aspecto básico que distinguirá el probabilismo de otras doctrinas morales que surgirán en oposición al sistema propuesto por Medina. El criterio probabilista se resume en la ya clásica frase:

"*si una opinión es probable, es lícito seguirla aunque la opuesta sea más probable*"[6].

Una importante aportación posterior es la elaborada por Gabriel Vázquez. Este jesuíta interpreta y desarrolla la doctrina formulada por Bartolomé de Medina al introducir dos conceptos, o más bien, definir y delimitar dos características más o menos claramente expuestas en aquélla.

"*Por tanto esta sentencia según hemos explicado en el capítulo precedente se ha de entender en el sentido de que aún manteniendo la propia opinión como más probable y queriéndola cumplir por principios intrínsecos, sin embargo, un docto varón, apoyándose en principios extrínsecos, puede seguir la opinión contraria, defendida por la mayoría, le sirva para formarse un juicio singular por el que considere ser lícito actuar así*"[7].

Esta clasificación entre probabilidad intrínseca y probabilidad extrínseca es original de Gabriel Vázquez. No obstante, no debemos considerar estos dos tipos de probabilidad independientemente sino que existen relaciones razonables

---

[4] MEDINA, B. DE: *Expositio in Primam Secundae Angelici Doctoris D. Thomae Aquinatis*. Mathiae Gastii. Salamanca, 1578, p. 307.

[5] MEDINA, B. DE: *Ibidem*, p. 309.

[6] MEDINA, B. DE: *Ibidem*, p. 309.

[7] VÁZQUEZ, G.: *Commentariourum ac Disputationum in Priman Secundae Sancti Thomae*. *Tomus Primus*. Lyón, 1631, p. 294.

entre ambos tipos de probabilidad, intrínseca y extrínseca, tal y como recoge Morán, que compartimos.

> "*porque estos autores tan graves y tan virtuosos no afirman asertoriamente una cosa sino después de haber examinado atentamente las razones; y, por lo tanto, aunque directamente no hay sino probabilidad extrínseca, pero implícitamente hay probabilidad intrínseca*"[8].

Esta clasificación de los fundamentos de lo probable en intrínsecos y extrínsecos no sólo ha transcendido hasta nuestros días sino que también ejerció una primordial influencia sobre obras como la *Lógica de Port-Royal* de Arnauld y Nicole, que distinguen entre circunstancias internas y externas, el *Ars Conjectandi* de Jacques Bernoulli, que clasifica los argumentos en intrínsecos y extrínsecos, etc.

Otro de los jesuitas más importantes en cuanto a contribuciones a la doctrina probabilista es el insigne Francisco Suárez, al que se debe la elaboración de lo que llamó "*principios prácticos*", que después otro jesuíta, Paul Laymann, ha llamado "*principios reflejo*s". Estos "*principios prácticos*" pretenden ser una extensión de ciertos principios generales de jurisprudencia aplicados al ámbito de la moral. Su formación jurídica contribuyó sin duda a que ante una duda de carácter especulativo en materia moral la resolviese desde un punto de vista práctico con la construcción de lo que él acuñó como "*principios prácticos*", similares a los principios generales del derecho como, por ejemplo, aquél que dice que en caso de duda sobre la propiedad de una cosa se presume a favor del que la posee.

> "*Una persona, reconoce Suárez, puede tener una* «*duda especulativa*» *acerca de distintas opiniones, cada una de las cuales tiene una buena razón y una sólida autoridad detrás de ella. Hasta ahora todos los teólogos enseñaron que, si su acción no fuese pecaminosa, esta misma persona debía formar una cierta conciencia sobre la rectitud de una de aquellas opiniones. Este paso desde una* «*duda especulativa*» *a la* «*certeza práctica*» *podría estar acompañado por el uso de lo que él llamó* «*principios prácticos*» (…)

---

[8] MORÁN, J.M.: *Teología Moral según la Doctrina de los Doctores de la Iglesia Santo Tomás de Aquino y San Alfonso María de Ligorio*. 2ª edición. 4 tomos. Librería Católica de D. Gregorio del Amo. Madrid, 1899. Tomo I, p. 61.

Así en los casos de auténtica duda sobre si es obligación actuar o abstenerse, una persona podría, remitiéndose a aquellos principios prácticos, llegar a un juicio de conciencia cierto sobre si está o no obligado"[9].

En sus primeros pasos el probabilismo tuvo un enfoque puramente especulativo. Sin embargo, no tardó mucho tiempo en ser el principal útil que los casuístas españoles esgrimieron bajo un punto de vista primordialmente práctico. Hemos visto, incluso, que ya Suárez estableció los primeros cimientos del puente de unión entre los planos especulativo y práctico de la doctrina probabilista al crear lo que denominó "*principios prácticos*". Efectivamente, el probabilismo representó el fundamento de los múltiples análisis casuístas en los que se trataba de resolver los crecientes casos de conciencia que a teólogos, confesores, predicadores, curas, etc., surgían continuamente.

Como acabamos de destacar, casuismo y probabilismo van de la mano en su desarrollo. Según Astrain, sólo en el siglo XVII la teología pasó de ocuparse, exclusivamente, de cuestiones dogmáticas y principios morales para tratar también casos concretos, dando lugar al casuismo.

"*Siendo tal la condición de la teología en aquellos siglos* [anteriores al XVII] *no es maravilla que llamase tan poco la atención esta materia de la probabilidad, que es esencialmente práctica*"[10].

Es en el ámbito práctico de la casuística donde se desenvolvió la polémica que enfrentó a jesuítas y jansenistas y que tuvo como protagonista excepcional a Pascal. Muchas de las críticas y sátiras que este autor escribió en sus *Cartas Provinciales* constituyen agudos ataques contra las construcciones casuísticas, sacadas de contexto, en las que el sistema probabilista se esgrime como criterio en la resolución de los casos morales.

Hasta la segunda mitad del siglo XVII la resolución de problemas relativos a juegos de azar y la conceptualización de lo probable por filósofos y teólogos había ido por caminos diferentes. El comienzo de esta conexión que ha dado lugar al Cálculo de Probabilidades se produjo, precisamente, en este momento histórico en el que se desenvolvió la ya citada polémica entre jesuitas y jansenistas. Pascal, incluso, no utilizó en sus escritos reconocidos la palabra probabilidad para denominar el azar, la suerte, etc., en definitiva, el objeto de su

---

[9] JONSEN, A. y TOULMIN, S.: *The Abuse of Casuistry. A Historical of Moral Reasoning*. University of California Press. Berkeley, 1988, pp. 169-170.

[10] ASTRAIN: *Historia de la Compañía de Jesús en la Asistencia a España*. Tomo VI. Razón y Fe. Madrid, 1920, p. 137.

geometría del azar. Éste es el nombre que dio Pascal al cálculo recién fundado a partir de la conocida correspondencia entre él y Fermat. Pensamos que no utilizar dicho término pudo ser debido a la controversia y enfrentamiento del movimiento jansenista, al que se adhirió Pascal, y los jesuítas, defensores del probabilismo en cuestiones morales. Sostenemos que la concepción de la probabilidad de Pascal no se caracteriza por contener dos actitudes opuestas frente a dicho concepto tal como señala Baudin, sino que se reduce a una de ellas:

> "«*es una aproximación de la verdad que en ausencia de la verdad demostrada la razón no debe despreciar*». *A él le parece razonable, es decir, conforme a la razón y exigido por la razón, reconocer lo probable y apreciar su valor, utilizarlo para todos los fines del conocimiento y de la acción*"[11].

Pascal observa que la mayor parte de los fenómenos naturales se presentan a nuestro entendimiento con certeza o evidencia no absoluta, es decir, con mayor o menor grado de incertidumbre sin alcanzar al grado de certeza absoluta. Es por ello por lo que Pascal opta por una postura distinta tanto al pirronismo como al dogmatismo, cual es la que podemos llamar filosofía probabilista. Esta postura la aplicará por doquier. Por otra parte, es conocida su adhesión en muchos aspectos a la doctrina jansenista así como el fuerte apoyo que presta a algunos de sus amigos jansenistas, entre los que destacamos a Antoine Arnauld. Visto lo anterior, es fácil comprender que quede si no oculta, sí, al menos, un poco borrosa la adhesión, en términos generales, de Pascal hacia una filosofía probabilista.

Julio Caro Baroja, por su parte, sostiene que Pascal acepta lo que llama "*principio de probabilidad*". Esto es lo que hemos denominado filosofía probabilista, concebida desde un plano especulativo. Además afirma que, según Pascal, se abusa de dicho principio. Este abuso o corrupción no se debe considerar del "*principio de probabilidad*" en sí mismo, sino como una actitud práctica o desde un plano práctico:

> "*La cuestión es que el principio de probabilidad pesa siempre entre cristianos. Pascal mismo lo acepta, en fin, aunque sostiene que se abusa de él*"[12].

---

[11] BAUDIN, E.: *La Philosophie de Pascal. I: Sa Philosophie Critique*. Éditions de la Baconière-Neuchatel. Paris, 1946, p. 90.

[12] CARO BAROJA, J.: *Op. cit.*, p. 526.

Uno de los elementos fundamentales que contribuyeron a la conexión definitiva del cálculo de azares con la conceptualización filosófica y teológica de la probabilidad fue la *Lógica de Port-Royal* cuyos autores, A. Arnauld y P. Nicole, fueron jansenistas y tuvieron una estrecha relación con Pascal. Además, esta obra ejerció sobre el pensamiento posterior una notoria influencia, de la que destacamos la que asimiló Jacques Bernoulli.

Es especialmente relevante la clasificación que hacen de las circunstancias que acompañan a los *sucesos humanos y contingentes* que los autores de *Lógica de Port-Royal* realizan para evaluar el grado de certeza de dicho tipo de sucesos.

> "*es preciso prestar atención a cuantas circunstancias rodean ese acontecimiento tanto internas como externas. Llamo circunstancias internas a las que pertenecen al hecho mismo y externas a las que se refieren a las personas en virtud de cuyo testimonio nos inclinamos a creerlo*"[13].

Como se puede observar, lo que los autores de la *Lógica* denominan circunstancias internas y externas coincide con lo que los doctores españoles habían llamado factores intrínsecos y extrínsecos, respectivamente. Bartolomé de Medina, puntualiza que la autoridad de hombres sabios, los cuales, aduciendo "*razones de peso*", pueden hacer que una opinión sea considerada probable. Por su parte, Gabriel Vázquez, como ya hemos indicado, define estos dos tipos de factores a los que denota por:

1. Intrínsecos: "*razones de peso*".
2. Extrínsecos: autoridad de hombres sabios.

Es, a nuestro parecer, destacable este precedente en cuanto a estructura de razonamiento y análisis conceptual que se encuentra en la doctrina moral del probabilismo y que asimilará la nueva teoría matemática de la probabilidad.

Según Hacking, en la *Lógica de Port-Royal* aparece por primera vez la palabra probabilidad con un carácter medible cuantitativamente. No obstante, con anterioridad a esta referencia explícita del término probabilidad con un sentido medible, ya estaba presente en Teología moral y, más concretamente, fue ampliamente utilizado en un sentido cuantitativo por los autores que crearon y elaboraron la doctrina del probabilismo moral, en la que se exigía valorar el grado de probabilidad de distintas opiniones acerca de acciones morales, en las que era necesario averiguar su licitud o ilicitud. En efecto, con el desarrollo y refinamiento de la casuística, esta misma ofrecía variadas razones tanto en pro

---

[13] ARNAULD, A. y NICOLE, P.: *La Lógica o el Arte de Pensar*. Alfaguara. Madrid, 1987, p. 472.

como en contra de una cierta opinión. Esto dio lugar a la introducción de un matiz nuevo, de carácter sustancialmente cuantitativo. Había que ponderar la autoridad de los distintos autores que opinaban sobre ciertas materias. En este sentido Jonsen y Toulmin afirman:

> "*Los números, también fueron importantes. El jesuita Sánchez propuso que* «*la autoridad de un simple doctor, si es sabio y prudente, hace probable cualquier opinión que él mantenga*». *Caramuel incluso cuantificaba la autoridad de los expertos: un profesor que ocupase una cátedra distinguida prevalecía sobre cuatro profesores de menor rango, y así sucesivamente*"[14].

Si tenemos en cuenta la estrecha relación que tuvieron Pascal y los autores de la *Lógica de Port-Royal*, creemos razonable que debió existir una notable influencia de las ideas de Pascal sobre aquéllos en materia de probabilidad. Heyde y Seneta, además de Arnauld y Nicole señalan a Pascal como coautor de la *Lógica de Port-Royal*, si bien la parte atribuible a Pascal resulta indefinida y oculta, aunque nosotros pensamos que su participación se centre en los últimos capítulos de la cuarta parte, en donde se halla contenido su análisis de la "*probabilidad*".

> "*La cuarta parte del libro trata del método matemático, y hoy día es una opinión aceptada que Pascal la escribió*"[15].

Como ya dijimos anteriormente, debemos a Pascal y Fermat la creación de lo que el primero denominó "*geometría del azar*". Es aceptado que el caballero de Meré, empedernido jugador de la corte francesa, propuso a Pascal dos problemas relativos a juegos de azar, cuya resolución dio lugar a una correspondencia epistolar, por otra parte de gran belleza literaria, entre éste y Fermat. El problema principal es el de la división de las apuestas que consiste en establecer una regla que permita dividir lo apostado en un juego de azar cuando éste se interrumpe antes de que finalice. La interrupción del juego antes de concluir expone a los jugadores ante una situación de incertidumbre sobre ¿qué habría sucedido si el juego hubiese continuado? y lo que es más importante, ¿cómo repartir la apuesta? Tanto Pascal como Fermat propondrán métodos propios para resolver esta cuestión, que no es otra que un problema de decisión ante una situación de incertidumbre. La finalidad última es proporcionar una regla de actuación ante un problema que es el de repartir lo apostado cuando se inte-

---

[14] JONSEN, A. y TOULMIN, S.: *Op. cit.*, p. 168.

[15] HEYDE, C.C. y SENETA, E.: *I.J. Bienaymé. Statistical Theory Anticipated*. Springer-Verlag. New York, 1977.

rrumpe un juego antes de que éste finalice. Ésta misma idea la compartimos con T. Martin.

> "*La regla de las apuestas proporciona un medio de saber cómo actuar en una situación de incertidumbre. En una palabra, el enfoque de Pascal se refiere a un problema de decisión*"[16].

Pascal utilizará el mismo esquema de análisis relativo a juegos de azar para resolver problemas menos frívolos como realiza en su conocida "*Pari*" o "*Apuesta de Pascal sobre la existencia de Dios*". A pesar de todo lo plantea como una apuesta. Lo común en ambos tipos de problemas es la existencia de incertidumbre por parte del conocimiento humano. Se trata de un género de problemas a los que estaban habituados los doctores escolásticos españoles, cuya respuesta partía de la creación de una doctrina moral denominada probabilismo que fue aplicada a múltiples casos particulares, lo que dio lugar al desarrollo de la casuística.

Sin embargo, Pascal no llegó a utilizar en sus escritos sobre su "*geometría del azar*" el término "*probabilitas*", utilizado continuamente por los doctores casuistas españoles. Tal vez la polémica que enfrentó a jansenistas y jesuitas, en la que participó activamente Pascal principalmente a través de sus *Cartas Provinciales* a favor del bando jansenista en las que criticó duramente la doctrina del probabilismo, le impidieron reconocer que el concepto que mejor se ajustaba al objeto de su nueva geometría era precisamente el de la probabilidad de los doctores españoles.

La conexión definitiva entre el concepto de probabilidad utilizado en filosofía y teología y el contenido de lo que Pascal denominó *geometría del azar* fue conseguida por Jacques Bernoulli en su *Ars Conjectandi*. Sabemos además que Bernoulli recibió influencias, y lo reconoce explícitamente, de la *Lógica de Port-Royal*. Schneider señala que la intención de Bernoulli es relacionar el concepto de probabilidad utilizado en filosofía y teología y la *geometría del azar*.

> "*Sin embargo, la posibilidad de que este desarrollo surgiese fue solamente después de que se relacionase el concepto probabilitas, utilizado en filosofía y teología, y el cálculo de las proporciones del azar*"[17].

En su artículo "*The Bernoulli*" de la Encyclopedia of Statistical Science, Shafer enfatiza la relación entre los términos probabilidad y suerte, insistiendo

---

[16] MARTIN, T.: *Probabilités et Critique Philosophique selon Cournot*. Vrin. Paris, 1996, p. 52.

[17] SCHNEIDER, I.: *"The Introduction of Probability into Mathematics"*. Historia Mathematica 3, 1976, p. 138.

en la procedencia teológica y filosófica del término probabilidad, de la que Jacques Bernoulli había bebido.

> "*En la larga tradición del pensamiento filosófico y teológico del que James Bernoulli fue heredero, la idea de probabilidad no fue estrechamente unida a la idea de suerte* [chance]. *Pascal, Fermat y Huygens no utilizaron incluso la palabra* probabilidad *en sus escritos sobre suerte* [chance]*; probabilidad, como los escolásticos sabían, era un atributo de la opinión, un producto del argumento o de la autoridad. La teoría que James estableció en la IV Parte del* Ars Conjectandi *fue un intento de llenar este vacío. Fue un intento de aplicar a la nueva teoría de los juegos de azar la probabilidad manteniendo la idea de que la probabilidad está basada sobre argumentos*"[18].

Parece ser que esta relación entre ambos conceptos tuvo éxito entre sus lectores. No es probable, sin embargo, que prendiera entre los lectores de la *Lógica* que la teoría relativa a los juegos de azar se aplicase a la probabilidad epistemológica.

El extraordinario desarrollo matemático y formal del Cálculo de Probabilidades que sucedió al *Ars Conjectandi* ha dado lugar no sólo a que el aspecto puramente matemático ensombreciese al concepto mismo de probabilidad, sino que también ha contribuido a generar una gran confusión sobre el origen de la conceptualización moderna de la probabilidad, y en particular el papel desempeñado por la doctrina moral del probabilismo, creada y desarrollada principalmente por algunos doctores españoles de los siglos XVI y XVII en cuanto al contenido conceptual y analítico de la moderna noción de probabilidad. Esta situación se ha acentuado con la creación a principios del siglo XX de la concepción axiomática de la probabilidad atribuida al matemático ruso Kolmogorov. No obstante, y a modo de conclusión, debemos distinguir el concepto de probabilidad, que aún mantiene el carácter epistemológico de los desarrollos de los doctores españoles, de su tratamiento matemático a través de teoremas y proposiciones que han llegado a alcanzar un desarrollo tan complejo y sofisticado que se tiende a confundir la esencia del concepto de probabilidad con su medida y tratamiento formal.

---

[18] SHAFER, G.: "*The Bernoulli*". Encyclopedia of Statistical Sciences. Vol. 1º, 1982, p. 217.

BIBLIOGRAFÍA

ARNAULD, A. y NICOLE, P.: *La Lógica o el Arte de Pensar*. Alfaguara. Madrid, 1987. Existe una edición castellana imputada solamente a Antonio Arnaldo con el título *Arte de Pensar ó Lógica admirable*. Imprenta Antonio Muñoz del Valle. Madrid, 1759.

ASTRAIN: *Historia de la Compañía de Jesús en la Asistencia a España*. Tomo VI. Razón y Fe. Madrid, 1920.

BAUDIN, E.: *La Philosophie de Pascal. I: Sa philosophie Critique*. Éditions de la Baconière-Neuchatel. Paris, 1946.

BERNOULLI, J.: *Ars Conjectandi*. Thurnisius. Basilea, 1713. 6. La última parte está traducida al francés por MEUSNIER, N.: *Jacques Bernoulli et l'Ars Conjectandi*. Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques. Université de Rouen Haute Normandie. Rouen, 1987.

CARAMUEL, J.: *Kybeia, quae Combinatoriae Genus est, de Alea et Ludis Fortunae serio Disputans en Mathesis biceps* (*vetus et nova*).Campania, 1670.

CARO BAROJA, J.: *Las Formas Complejas de la Vida Religiosa. Religión, Sociedad y Carácter en la España de los siglos XVI y XVII*. Akal. Madrid, 1978.

GARMA PONS, S.: "*Las Aportaciones de Juan Caramuel* (*1606-1682*) *al Nacimiento de la Matemática Moderna*". Anuario de Historia Moderna y Contemporánea. Vol. 4 y 5, 1977-78.

GARMA PONS, S.: "*La Combinatoria y las Probabilidades en el Siglo XVII, según Caramuel*". Anuario Jurídico Escurialense, nº XIV. Real Colegio Universitario María Cristina. Madrid, 1982.

GÓMEZ CAMACHO, F.: "*Cumplimiento y Desarrollo de la Ley Natural*". Miscelánea Comillas, Vol. 43, 1985.

GÓMEZ CAMACHO, F.: "*Luis de Molina y la Metodología de la Ley Natural*". Miscelánea Comillas, Vol. 43, 1985.

GÓMEZ CAMACHO, F.: Introducción a MOLINA, L. DE: *Tratado sobre los Préstamos y la Usura*. Instituto de Cooperación Iberoamericana, Quinto Centenario e Instituto de Estudios Fiscales. Madrid, 1989.

GÓMEZ CAMACHO, F.: *Economía y Filosofía Moral: la Formación del Pensamiento Económico europeo en la Escolástica española*. Síntesis. Madrid, 1998.

HACKING, I.: *El Surgimiento de la Probabilidad*. Gedisa. Barcelona, 1995.

HEYDE, C.C. y SENETA, E.: I.J. *Bienaymé. Statistical Theory Anticipated*. Springer-Verlag. New York, 1977.

JONSEN, A. y TOULMIN, S.: *The Abuse of Casuistry. A Historical of Moral Reasoning*. University of California Press. Berkeley, 1988.

MARTIN, T.: *Probabilités et Critique Philosophique selon Cournot*. Vrin. Paris, 1996.

MARTÍN PLIEGO, F.J.: "*Historia de la Probabilidad en España*". Revista de Historia Económica. Año XV, nº 1, 1997.

MARTÍN PLIEGO, F.J.: "*Nota sobre la Historia de la Probabilidad en España*". Zubia. Nº 15. Logroño, 1997.

MARTÍN PLIEGO, F.J. y SANTOS DEL CERRO, J.: "*Aportaciones españolas a la génesis del concepto de probabilidad*". XIV Reunión Asepelt, Oviedo 22, 23 y 24 de junio de 2000.

MARTÍN PLIEGO, F.J. y SANTOS DEL CERRO, J.: "*Luca Pacioli: en el origen del Cálculo de Probabilidades*". Revista de Historia Económica, Año XVIII, Primavera-verano 2000, Nº 2.

MEDINA, B. DE: *Expositio in Primam Secundae Angelici Doctoris D. Thomae Aquinatis*. Herederos de Mathiae Gastii. Salamanca, 1578.

MORÁN, J.M.: *Teología Moral según la Doctrina de los Doctores de la Iglesia Santo Tomás de Aquino y San Alfonso María de Ligorio*. 2ª edición. 4 Tomos. Librería Católica de D. Gregorio del Amo. Madrid, 1899.

SANTOS DEL CERRO, J.: *Historia de la Probabilidad: Aportaciones Españolas a su Proceso de Conceptualización*. Tesis Doctoral leída en la Facultad de Ciencias Jurídicas y Sociales de Toledo, 1999.

SANTOS DEL CERRO, J.: "*Una Teoría sobre la creación del concepto moderno de Probabilidad: Aportaciones Españolas*". Llull, vol. 23, 2000.

SCHNEIDER, I.: "*The Introduction of Probability into Mathematics*". Historia Mathematica 3, 1976.

SHAFER, G.: "*The Bernoulli*" en Johnson, N. y Kotz, S. (editores): *Encyclopedia of Statistical Sciences*. Vol. 1º, 1982.

SUÁREZ, F.: *Opera Omnia*. Tomo IV. Paris, 1856.

TODHUNTER, I.: *A History of the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to that of Laplace*. Chelsea. New York, 1965. Reimpresión de 1ª edición de Cambridge, 1865.

VÁZQUEZ, G.: *Commentariourum ac Disputationum in Priman Secundae Sancti Thomae. Tomus Primus*. Lyon, 1631.

ANTECEDENTES DE LA CONCEPCIÓN SUBJETIVISTA DE LA PROBABILIDAD

Marta García Secades
Universidad San Pablo CEU

INTRODUCCIÓN

La base sobre la cual se construirá la moderna Teoría de la Probabilidad es la tradición filosófica, si bien los juegos de azar han sido la excusa en el nacimiento y posterior perfeccionamiento de la misma.

De esta manera, se impone la necesidad de iniciar nuestro estudio en las mismas raíces de la Filosofía. Todo ello, con el objeto de abordar con el máximo rigor el estudio del origen del Cálculo de Probabilidades.

Trataremos de rastrear aquellas cuestiones que tengan relación con lo probable en el pensamiento griego, romano y cristiano que hayan podido tener alguna influencia, ya sea directa o indirecta, sobre la concepción subjetivista de la probabilidad.

PROBABILIDAD FILOSÓFICA Y MORAL

LA PROBABILIDAD EN LOS CLÁSICOS

Distingue **Aristóteles**[1] dos tipos de razonamiento: el razonamiento demostrativo y el razonamiento dialéctico. El razonamiento demostrativo es aquel que está afectado de necesidad; es decir, aquel que partiendo de unas premisas ciertas llega necesariamente a unas conclusiones determinadas. Por su parte, el razonamiento dialéctico será aquel que está afectado de incertidumbre, aquel que partiendo de una premisa cierta no alcanza necesariamente una determinada conclusión.

> «*Hay demostración cuando el razonamiento parte de las cosas verdaderas y primordiales, o de cosas cuyo conocimiento se origina a través de cosas primordiales y verdaderas; en cambio es dialéctico el razonamiento construido a partir de las cosas plausibles*»[2].

Centraremos nuestro estudio en aquellos modos de ser relativos al pensamiento en los que no poseemos la verdad y por tanto la certeza de ser verdaderos o falsos, sino que son contingentes o sujetos a incertidumbre. Tales son la opinión y el razonamiento.

Es la probabilidad, el concepto apropiado para analizar dichos modos de ser relativos al pensamiento en los que no poseemos la verdad. El razonamiento probable es, según Aristóteles, aquel que parte de las cosas plausibles.

> «*son cosas plausibles las que parecen bien a todos, o a su mayoría, o a los más conocidos y reputados*»[3].

No mucho más adelante, entra en escena la **Escuela Epicúrea**[4]. Para los Epicúreos, la realidad es algo perfectamente penetrable y cognoscible por el

---

[1] Aristóteles (384-322 a de C.) nació en Estagira (Macedonia), fue discípulo de Platón y su extensa obra ha tenido una repercusión fundamental en la filosofía moderna debido principalmente a los comentarios realizados sobre la misma por Santo Tomás.

[2] ARISTÓTELES: *Tratados de Lógica* (*Organon*) I. *Tópicos,* p. 89.

[3] ARISTÓTELES: *Ibidem,* p. 90.

[4] Epicureos: Dirección filosófica cuyas concepciones básicas fueron establecidas por Epicureo (341-270 a de C.) filósofo que fundó su escuela en Atenas en el 306 a de C. Parte de una doble necesidad: la de eliminar el terror de los dioses y la de desprenderse del temor de la muerte. El fin de la vida epicúrea es la vida tranquila. El eje principal de su doctrina es la ética, basada en la concepción del carácter positivo del placer sereno y duradero, material y espiritual, y de la consiguiente clasificación y equilibrio de los placeres.

hombre. Así, establecen una teoría del conocimiento dirigida a ofrecer un criterio de verdad y de esta manera, poder determinar una regla para orientar al hombre. El criterio de verdad, según ellos, está constituido por las sensaciones, conceptos o anticipaciones y por los sentimientos. El error podrá únicamente subsistir en la opinión, de tal forma que la opinión puede ser verdadera o falsa. ¿Cuándo será una opinión verdadera? Cuando quede confirmada por el testimonio de los sentidos o al menos no lo contradiga tal testimonio. ¿Cuándo será falso? en caso contrario.

Otra aportación de importancia en materia de lo probable tiene lugar a cargo de otro filósofo griego: **Carnéades de Cyrene**[5]. Este autor al igual que Aristóteles, establece un criterio subjetivo para aprobar opiniones sobre cuestiones sometidas a incertidumbre. Este criterio propuesto tiene la capacidad de clasificar los conocimientos atendiendo al grado de fiabilidad de los mismos. Para ello se basará en la experiencia, considerada desde un punto de vista subjetivo y mental.

> «*ellos* (se refiere a los de la Nueva Academia en general, y a Carnéades en particular) *afirman que unas* (representaciones mentales) *son probables y otras improbables. Y entre las improbables hablan de diferencias, pues aducen que unas en realidad son sólo eso: probables; y otras, probables y contrastadas; y otras, probables, contrastadas y no desconcertantes*»[6].

El pensamiento romano recibirá ciertas influencias del griego en el tema de lo probable, si bien es cierto, que las contribuciones realizadas por los autores romanos son de menor trascendencia que la de los griegos, los romanos tuvieron el mérito de dar una visión y aplicación práctica de los sistemas filosóficos de la antigua Grecia.

V. Capanaga en la introducción que realiza a las obras de San Agustín ofrece parecido testimonio refiriéndose a **Cicerón**[7], nuestro objetivo y próxima parada en esta historia de las ideas.

> «*Uno de los méritos de Cicerón es el haber dado expresión diáfana y cristalina a un gran caudal de pensamientos helénicos*»[8].

---

[5] Carnéades de Cyrene (214-129 a de C.) es el principal representante de lo que algunos autores han denominado probabilismo pagano.

[6] El pensamiento de Carnéades de Cyrene será recogido por Sexto Empírico. Sexto Empírico (1993) *Esbozos Pirrónicos*. Libro I, p. 129.

[7] Cicerón (106-43 a de C.) filósofo romano que representó un papel importante en la recepción del pensamiento griego así como en su divulgación posterior.

Resume V. Capanaga las Tesis de Cicerón empleando sus mismas palabras:

> «*No somos de los que niegan la existencia de la verdad, sino de los que sostienen que la verdad y la falsedad andan tan hermanadas y mezcladas, que en ellas no hay ninguna señal cierta para discernirlas y prestarlas asentimiento, de donde resulta que el sabio debe regir su vida según la probabilidad*»[9].

Pero, ¿qué es lo probable según Cicerón? Aquello que en la mayor parte de los casos prácticos suele suceder.

> «*Y no basta tener esa fortaleza en teoría, si no se practica. Así como puede ciertamente tenerse la teoría de una ciencia aunque no se practique, la virtud de la fortaleza consiste enteramente en la práctica*»[10].

Boecio[11] en su bellísima obra intitulada *La Consolación de la Filosofía* escrita en forma de diálogo entre la Filosofía y el propio autor de la misma establece que sólo el conocimiento Divino es capaz de llegar a la esciencia verdadera. En cambio, el conocimiento humano es limitado, el hombre no conoce lo cierto sólo lo dudoso a través de las opiniones. En esta búsqueda cobrará un papel primordial la experiencia.

De esta manera distingue Boecio entre las cosas que se refieren al saber divino y las que se refieren a la naturaleza. De las primeras dice son necesarias, de las segundas que son absolutas y libres.

> «*las cosas venideras, si fueran consideradas en la esciencia Divinal, es necesario que vengan; si fuesen consideradas en su mesmo natural son absolutamente libres*»[12].

Resulta significativo la inexistencia en la antigua Roma de un Cálculo de Probabilidades en el sentido moderno, teniendo en cuenta que los conceptos de fortuna y azar existían en estas sociedades. Suetonio en su obra *Vida de los*

---

[8] SAN AGUSTÍN: *Obras de San Agustín*. Tomo III. Introducción de Victorino Capanaga, p. 5.

[9] SAN AGUSTÍN: *Ibidem*, pp. 5-6.

[10] CICERÓN: *Sobre la República*, p. 36.

[11] Boecio (480-524/5) conocido como "el último romano y primer escolástico". Su obra tiene un doble carácter: por un lado el esfuerzo de compilación, ordenación, aclaración e interpretación de segmentos considerables de la tradición griega; por otro lado, la expresión de una serie de experiencias de carácter moral y religioso.

[12] BOECIO: *La Consolación de la Filosofía*, p. 126.

doce Césares, nos relata como ya en aquella época era habitual jugar a los dados:

> «(Augusto) *En cuanto a su fama de jugador, no la temió en absoluto, y jugó sin disimulo y a las claras, para divertirse, incluso en su vejez, y no sólo en el mes de diciembre, sino también en otros meses, tanto los días de fiesta como los laborables. Sobre ello no existe ninguna duda. En una carta de su puño y letra dice: «Comí, mi querido Tiberio, con los mismos; se sumaron como convidados Vinicio y Silio el padre. Durante la comida estuvimos jugando como viejos tanto ayer como hoy; tirábamos los dados, y, cada vez que uno de nosotros sacaba la suerte del perro o seis, ponía en el centro un denario por cada dado, que se llevaba en su totalidad el que sacaba la suerte de Venus*»[13].

LAS CONTRIBUCIONES ESCOLÁSTICAS

Una de las cuestiones de mayor interés para los autores escolásticos era el poder demostrar el carácter científico de una Teología que sacaba sus contenidos de la Revelación; es decir, a través de las Sagradas Escrituras y de los artículos del símbolo de la fe que contaban con la garantía eclesial. En definitiva, el objeto de la investigación escolástica fue la comprensión filosófica de la verdad revelada.

> «*En efecto, ni la fe ni el saber se conciben como procesos puramente personales, sino que la fe pertenece más bien el sistema de los principios de la fe, y al saber el conjunto de pruebas de las respectivas disciplinas teóricas*»[14].

En este epígrafe trataremos de analizar cómo los autores escolásticos recogieron primero, comentaron después y finalmente transformaron el pensamiento clásico en el tema que nos ocupa.

Para **San Agustín**[15] la verdad era sólo conocida por Dios.

«*sólo algún divino numen puede manifestar al hombre lo que es verdad*»[16].

---

[13] SUETONIO (1992): *Vidas de los doce Césares*, pp. 257-258.

[14] CRAEMER-RUEGENBERG, I: *Alberto Magno*, p. 37.

[15] San Agustín (354-430) nacido en la provincia romana de Numidia, fue conocedor del pensamiento griego.

[16] SAN AGUSTÍN: *Op. cit*, p. 150.

Y, ¿cómo es posible que el hombre llegue a esa verdad?. Según San Agustín, con humildad que además de ser la base del cristianismo es una regla de oro en la investigación de la verdad. Si bien, existen tres pasos para llegar a ella: la razón, la fe y la misericordia. De esta manera, no es posible encontrarla en el exterior, en los sentidos, en la experiencia, sino en la propia conciencia y por intuición del espíritu.

En este contexto el concepto de azar no tiene razón de ser. No es posible acercarse a la verdad con la ayuda de la probabilidad.

«*cuando tú* (se refiere a Carnéades) *dices que no conoces ninguna verdad, ¿cómo puedes abrazar lo que se asemeja a ella?*»[17].

Asegura, San Agustín, que del empleo de la probabilidad para la formación de la conciencia nada bueno puede derivarse:

> «*Si la probabilidad, término tan clásico para la formación de la conciencia, ha de ser norma de la acción, se abre una ancha brecha a la moral para los homicidios, parricidios, sacrilegios… etc.*»[18].

Es quizá este rechazo a la existencia del concepto de fortuna o azar por lo que durante estos primeros siglos del avance del cristianismo, no se llegó a crear el Cálculo de Probabilidades. Recordemos en este punto que el surgimiento de la Teoría de la Probabilidad tuvo como pilares fundamentales los juegos de azar y los desarrollos filosóficos. Pero, este último pilar no sólo habíase detenido, sino que rechazaba frontalmente la idea de probabilidad.

La obra de Aristóteles pareció a primera vista extraña a la tradición originaria de la Escolástica. El primer resultado de su aparición fue la reafirmación de la tradición Escolástica en su posición fundamental, el retorno a la auténtica doctrina del que fue hasta entonces el inspirador y guía de la investigación escolástica: San Agustín. Este retorno provoca una labor de sistematización de las doctrinas escolásticas fundamentales que alcanza su máxima expresión en San Buenaventura.

Asegura **San Buenaventura**[19] que el hombre no es capaz de conocer ninguna verdad sin Dios. Nuestro entendimiento es una luz venida del Señor, con auxilio de la cual conocemos todas las cosas; es decir, el hombre no puede

---

[17] SAN AGUSTÍN: *Ibidem*, p. 131.

[18] SAN AGUSTÍN (1947): *Ibidem*. Introducción de Victorino Capanaga, p. 51.

[19] San Buenaventura (1221-1274) fue uno de los principales teólogos de la Edad Media, su santo y seña es la vuelta a San Agustín.

adquirir la certeza de los conocimientos sin el concurso de las razones eternas. En este sentido, la probabilidad carece de sentido.

> «*la ciencia no invalida la iluminación por la fe, sino que la exige y la hace necesaria* (…) *la ciencia nunca puede dejarse de valer por la fe. La fe es la adhesión integral del hombre a la verdad, por medio de la cual el hombre vive realmente la verdad y la verdad vive realmente en el hombre*»[20].

Después de San Buenaventura, la reacción de la Escolástica con respecto al pensamiento aristotélico irá cambiando. Este hecho se producirá cuando el Aristotelismo encuentra al hombre que sabe darle el derecho de ciudadanía en la Escolástica latina; este hombre es **San Alberto Magno**[21].

Para Alberto Magno resulta evidente que no tiene por qué darse dificultades de competencias entre la fe y el conocimiento natural de la razón. La fe y la teología condicionan la orientación esencial y definitiva de la vida del hombre. En este sentido no pueden entrar en concurrencia con las disciplinas de la filosofía teórica y práctica ya que estas buscan su "bien y verdad" en las cosas creadas, así pues, carecen de la suprema unidad del anhelo teórico y práctico.

> «*La fe tiene otras fuentes que el saber natural, sus fundamentos cognoscitivos son totalmente distintos, penetra en lo incognoscible* (*en el conocimiento de la esencia divina, en la parte cerrada al pensamiento natural*), *y no se realiza como visión teórica sino como* «*afecto*», *como afición de la inteligencia y de la voluntad que tienen a Dios. A diferencia del conocimiento teórico, la fe saca a la vez consecuencias prácticas; el creyente se encuentra de inmediato* «*en el temor del Señor*» *y que sabe de qué ha de huir y qué debe evitar, y qué es lo que debe perseguir*»[22].

En definitiva, de las explicaciones de Alberto se deriva que distingue entre el conocimiento natural y fe, entre ciencia y teología en tantos aspectos que casi se desprende una separación absoluta de los campos.

---

[20] *Historia del Pensamiento: La Escolástica*, p. 205.

[21] San Alberto Magno (1193-1280) es considerado el doctor escolástico de erudición más amplia del S. XIII y el máximo exponente del saber enciclopédico de aquella época.

[22] ROUSSELOT, J.: *San Alberto, Santo Tomás y San Buenaventura*, p. 43.

Será **Santo Tomás**[23], quien realizará una labor fundamental de recuperación, comentario y extensión del pensamiento Aristotélico. De esta manera, continúa y lleva a término la obra iniciada por San Alberto Magno.

Para llevar a cabo esta tarea, es necesario sentar claramente el siguiente principio, que es a su vez, la base del sistema tomista y el que ayudará a Santo Tomás a determinar las razones entre fe y razón. Tal es la separación de la filosofía de la teología; es decir, la investigación racional sostenida por principios evidentes de la ciencia, cuyo supuesto previo es la revelación divina. La conclusión inmediata del citado principio será la separación entre el objeto filosófico y el objeto teológico: entre el ser de las criaturas y el ser de Dios.

Según Santo Tomás, las verdades mismas no pueden ser alcanzadas por todas las personas y el camino que a ellas conduce no está libre de errores. Es necesario que el hombre esté instruido con mayor certeza por la revelación divina. De tal manera que la revelación no anula sino perfeccionará la razón. La razón, por su parte, está subordinada a la fe y no es capaz de demostrar lo que a ella le corresponde pero si es capaz de auxiliarla: demostrando las verdades cuya demostración es necesaria a la fe, aclarando mediante comparaciones las verdades de fe y rebatiendo las posibles objeciones contra ella.

Establece Santo Tomás, siguiendo a Aristóteles, que el entendimiento humano ante cierto tipo de fenómenos que recibe como contingentes no realiza una aprensión cierta de los mismos sino probables. Determinando que lo probable debe considerarse como aquello que sucede en la mayoría de las ocasiones.

> «*No se ha de buscar la certeza en todas las cosas* (…). *De ahí que, en las cosas contingentes, como son los fenómenos físicos y los actos humanos, basta la certeza de los enunciados que son verdaderos en la mayor parte de los casos, aunque fallen las menos de las veces*»[24].

Después de Santo Tomás, el otro cambio de dirección de la Escolástica se debe a **Duns Escoto**[25]. En efecto, tratará este autor de hacer servir el aristotelismo no sólo para explicar la fe católica sino como principio que restringe la fe

---

[23] Santo Tomás (1225-1274) nacido en Aquino, al norte de Nápoles, fue el principal divulgador y comentarista del pensamiento aristotélico.

[24] SANTO TOMÁS (1956): *Suma teológica*, p. 748.

[25] Duns Escoto (1267-1308) es considerado uno de los últimos maestros del periodo del auge de la Escolástica en el S. XIII. Lo que caracteriza su originalidad como pensador es la rigurosa crítica a que somete las tesis de los filósofos que le precedieron.

a su dominio propio que es el práctico. Sobre esta base asigna a la teología un rango de ciencia "subgéneris", diferente a las demás y sin ninguna primacía sobre las otras.

En la base del pensamiento de Duns Escoto está la separación entre los teorético y lo práctico. Lo teorético es el dominio de la necesidad, abarca la demostración racional y la ciencia. Lo práctico es el dominio de la libertad, de la imposibilidad de cualquier demostración y de la fe. La teología es una ciencia práctica, su objeto no es teorético sino puramente educativo: persuadir al hombre a obrar para su propia salvación.

A partir de Duns Escoto se perfiló una escisión entre los dos dominios que la Escolástica había intentado siempre acercar y fundir con armonía. Esta escisión se irá perfilando cada vez más después de Escoto, y dará paso al nominalismo. Será el nominalismo la corriente que irá minando las bases de la explicación dogmática, y se encaminará hacia el reconocimiento del valor de la experiencia. Este hecho conducirá a **Guillermo de Ockham**[26], nuestra siguiente parada en esta historia de las ideas, a la subversión de las posiciones tradicionales.

Ockham afirma que el hombre debe recurrir a la fe para encontrar las verdades conocidas a través de la Revelación, pues las verdades de fe son un don gratuito que Dios otorga. La tarea del teólogo debe consistir en demostrar desde la superioridad de las verdades de fe la insuficiencia de la razón y no en tratar de demostrar las verdades aceptadas por la fe.

El conocimiento basado en la razón es fundamentalmente empírico; es decir, sólo conocemos de las cosas las cualidades o los accidentes que nos revela la experiencia. Basta con un tipo de conocimiento probable que, basándose en experiencias reiteradas, permita prever que lo ocurrido en el pasado posee un alto grado de posibilidad de suceder en el futuro. Reale y Antiseri nos señalan cuál es el objetivo de dicho conocimiento:

> «*elabora teóricamente un cierto grado de probabilidad que mantenga despierta la investigación y, al mismo tiempo, la estimule dentro de un univer-*

---

[26] Guillermo de Ockham (1295-1350) teólogo y filósofo inglés. Ingresó en la orden franciscana y, tras unos años de estudio en la Universidad de Oxford, enseñó y comentó en ella las *Sentencias* de Pedro Lombardo, en calidad de bachiller, no llegando a obtener el grado de maestro probablemente por lo atrevido de sus doctrinas. En 1324 se le instruyó un proceso que duró tres años, al término del cual varias de sus tesis fueron censuradas, pero no formalmente condenadas. En contra de Juan XXII abrazó el partido de los «espirituales» por lo que fue excomulgado.

so de cosas individuales y múltiples, no vinculadas entre sí por nexos inmutables y necesarios»[27].

Y, hemos de conformarnos con ello pues las argumentaciones aducidas a favor de los atributos humanos no son rigurosas, en la medida en que se muestran incapaces de excluir la duda o vencer la incertidumbre.

La concepción teológica de Ockham incorpora una novedad digna de ser contemplada: comporta un modo nuevo de concebir la persona humana y en cierta manera, la libertad del hombre. Define la libertad como:

«*el poder mediante el que yo puedo, indiferentemente y contingentemente, producir un efecto, de tal modo que puedo causarlo o no causarlo sin que dicho poder sufra ninguna diferencia*»[28].

Ockham entiende la libertad como la mera facultad entre los objetos singulares existentes, y entre estos objetos singulares se encuentra Dios. Así pues, Dios deja de ser la base fundante y la finalización última de la libertad humana para convertirse en su posible objeto categorial.

Esta definición de libertad y esta imagen de Dios conllevan un cambio inevitable en la respuesta del problema ético de fondo: el fundamento del bien y del mal moral. Puesto que si la libertad es libre de querer o no el fin último ya no es posible analizar la bondad de los actos humanos en los términos de su relación con el fin último.

PROBABILISMO MORAL

Fue alrededor de tres siglos después cuando el dominico español **Bartolomé de Medina**[29], fundará el probabilismo moral de tradición cristiana. Este autor defenderá que si una acción es probable, aunque sea menos probable que la acción contraria, es lícito seguirla.

---

[27] REALE, G. y ANTISERI, P.: *Historia del Pensamiento Filosófico y Científico*, I, p. 538.

[28] CAFFARRA, C.: *Historia de la Teología Moral*. Contenido en Diccionario Enciclopédico de la Teología Moral, p. 443.

[29] Bartolomé de Medina (1528-1580) nacido en Medina de Rioseco (Valladolid) dominico, profesor de teología y fundador de la doctrina del Probabilismo moral. Se le considera uno de los grandes autores de la escuela salamantina del siglo XVI. Ocupó la Cátedra de mayor prestigio de la Universidad de Salamanca: la de Prima de Teología, desde donde hizo una profunda renovación en los estudios de esta disciplina, incorporando como libro de texto la *Summa* de Santo Tomás.

«*yo creo que si la opinión es probable, es lícito seguirla, aunque la opinión contraria sea más probable*»[30].

«*porque en lo especulativo, aquella opinión es probable que podemos seguir sin peligro de error y engaño; luego en la práctica opinión probable será la que podemos seguir sin peligro de pecado*»[31].

Pero, ¿cuándo se debe entender que una acción es probable? Cuando es aprobable moralmente. Esta doctrina será a mediados del siglo XVII objeto de agrias disputas y graves enfrentamientos entre los partidarios de este sistema y los opositores de la misma, jansenistas fundamentalmente. Tales como las que se produjeron cuando salen a la luz clandestina y sucesivamente, a lo largo de más de un año, dieciocho cartas escritas por Pascal[32] (*Cartas Provinciales*).

Una de las consecuencias, ciertamente indirecta, de estas luchas será la "geometría del azar" pascaliana.

"GEOMETRÍA AL AZAR"

La mayor parte de los autores que han dedicado sus esfuerzos y desvelos al complejo estudio del Cálculo de Probabilidades, señalan como fecha clave de su creación la segunda mitad del siglo XVII, cuando Pascal y Fermat[33] tratan de resolver ciertos problemas relativos a los juegos de azar planteados por el Caballero de Mére, célebre jugador de la corte francesa de aquel entonces, a Pascal.

La correspondencia mantenida por Pascal y Fermat se ocupó fundamentalmente del llamado problema de la división de las apuestas, que consistía básicamente en establecer una regla fija que permitiera dividir entre los jugadores el montante de las apuestas de un juego cuando este, por la razón que fuere, se interrumpe y no puede ser concluido. La importancia de esta correspondencia

---

[30] MEDINA, B.: *Expositio in Primam Secundae Angelici Doctoris D. Thomae Aquinatis* quaest. XIX, art. 6 ("*Certe argumenta videntur potima, sed mihi videtur, quod si est opinio probabilis, licitum est eam sequi, licet opposita probabilior sit*").

[31] MEDINA, B.: *Ibidem, quaest. XIX, art. 6* ("*Nam opinio probabilis in speculativis ea est quam possunus sequi sine periculo erroris et deceptionis; ergo opinio probabilis in practicis ea est quam possumus sequi sine periculo peccandi*").

[32] Pascal, B. (1623-1662) nacido en Clermont. Fue junto a Fermat el fundador del Cálculo de Probabilidades.

[33] Fermat, P. (1601-1665) nacido en Beaumont. Contribuyó con Pascal a la creación del moderno Cálculo de Probabilidades.

no radica en obtener la solución correcta sino en la construcción de criterios analíticos sistemáticos que permitan medir con validez universal el concepto de probabilidad.

CONCLUSIÓN

La moderna Teoría de la Probabilidad es el resultado de la confluencia de la «geometría del azar» y de la probabilidad filosófica-teológica heredada del pensamiento clásico y cristiano En efecto, en ambas materias se estudian cuestiones acerca de las cuales el hombre no posee la certeza absoluta sobre su realización o existencia. En definitiva, la moderna Teoría de la Probabilidad es el resultado de la unión de muchos y continuos esfuerzos a lo largo de los siglos, que tras un proceso de continuas elaboraciones, modificaciones y desarrollos ha permitido a la Estadística ser el cuerpo de conocimiento que mejor estructura los fenómenos de azar.

BIBLIOGRAFÍA

ARISTÓTELES (1992): "*Retórica*". Ed. Gredos. Madrid.

ARISTÓTELES (1982): "*Tratados de Lógica* (*Organon*) *I: Categorías – Tópicos – Sobre las Refutaciones Sofísticas*". Ed. Gredos. Madrid.

ARISTÓTELES (1988): "*Tratados de Lógica* (*Organon*) *II: Sobre la Interpretación – Analíticos Primeros – Analíticos Segundos*". Ed. Gredos. Madrid.

BOECIO, S. (1986): "*La Consolación de la Filosofía*". Ed. Porrúa. México.

CICERÓN, M.T. (1967): "*Discursos, Diálogos, Sobre la República, De las Leyes, Cuestiones Académicas*". Ed. EAF. Madrid.

COPLESTON, F. (1981): "*Historia de la Filosofía, Volumen I: Grecia y Roma*". Ed. Ariel. Barcelona.

CRAEMER-RUEGENBERG, I. (1935): "*Alberto Magno*". Herder. Barcelona.

FRANCO RODRÍGUEZ-LÁZARO, A. (1999): "*Influencias recíprocas entre la Estadística y la Economía*". Conferencia magistral pronunciada con motivo de la festividad de San Vicente Ferrer. Universidad San Pablo CEU, Madrid.

GARCÍA SECADES, M. (2000): "*El surgimiento de la Teoría de la Probabilidad*". Comunicación presentada a las VIII Jornadas de ASEPUMA Universidad de Sevilla-Universidad Pablo de Olavide. Sevilla.

GARCÍA SECADES, M. (2000): "*La probabilidad como concepto: sus antecedentes*". Ponencia pronunciada con motivo de la Jornada Conmemorativa del año de las matemáticas. Universidad San Pablo CEU. Madrid.

MATEOS-APARICIO MORALES, G. (1993): "*Teoría subjetiva de la probabilidad: fundamentos, evolución y determinación de probabilidades*". Tesis Doctoral. Editorial Universidad Complutense. Madrid.

MARTÍN PLIEGO, F.J. (1997): "*Historia de la Probabilidad en España*". Revista de Historia Económica. Año XV, nº 1.

MARTÍN PLIEGO, F.J. & RUIZ MAYA PÉREZ, L. (1998): "*Fundamentos de Probabilidad*". AC. Madrid.

MEDINA, B. (1580): "*Expositio in Primam Secundae Angelici Doctoris D. Thomae Aquinatis*". Venetiis.

REALE, G.; ANTISERI, D. (1995): "*Historia del Pensamiento Filosófico y Científico. Volumen I: Antigüedad y Edad Media*". Ed. Herder. Barcelona.

ROSSI, L. & VALSECCHI, A. (1974): "*Diccionario Enciclopédico de Teología Moral*". Ediciones Paulinas. Madrid.

ROUSSELOT, J. (1950): "*San Alberto, Santo Tomás y San Buenaventura*". Espasa-Calpe. Buenos Aires.

RUSSELL, B. (1984): "*Historia de la Filosofía Occidental, Volumen I: Filosofía antigua-Filosofía católica*". Ed. Espasa-Calpe. Madrid.

SAN AGUSTÍN (1947): "*Obras de San Agustín. Tomo III: Contra los Académicos. Del Libre Albedrío. De la Cuantidad del Alma. Del Maestro. Del Alma y su Origen. De la Naturaleza del Bien: contra los Maniqueos*". Ed. BAC. Madrid.

SANTO TOMÁS (1956): "*Suma teológica*". Ed. BAC. Madrid.

SANTOS DE CERRO, J. (2000): "*Una teoría sobre la creación del concepto moderno de la probabilidad: aportaciones españolas*" (pp. 431-450). Artículo contenido en la Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas. Volumen 23 (nº 47). Zaragoza.

SEVERINO, E. (1992): "*La Filosofía Antigua*". Ed. Ariel Filosofía. Barcelona.

SEXTO EMPÍRICO (1993): "*Esbozos Pirrónicos*". Ed. Gredos. Madrid.

SUETONIO (1992): "*Vidas de los doce Césares*". Ed. Gredos. Madrid.

____ (1988): "*Historia del Pensamiento: la Escolástica*". V. II Sarpe. Madrid.

EL CÁLCULO DE PROBABILIDADES EN LA POLÉMICA MÉDICA DEL S. XIX: APORTACIONES ESPAÑOLAS

Antonio Franco Rodríguez-Lázaro
Universidad San Pablo CEU

En el siglo XIX se produce una vehemente controversia sobre la conveniencia de aplicar la probabilidad y la inferencia estadística en el diagnóstico y la terapéutica de las enfermedades. El médico más prestigioso entre los que criticaban la utilización de la probabilidad en medicina era Benigno Risueño de Amador, de origen español aunque formado clínica y hospitalariamente en Francia. Por el contrario, el médico francés François-Joseph Victor Broussais fue el primero que recurrió al uso de estadísticas médicas como prueba de la eficacia de ciertas curas.

Benigno Risueño de Amador nace en Cartagena el 13 de febrero de 1802 y muere en París el 4 de agosto de 1849. En el momento de su nacimiento reina Carlos IV. En esta época se persiguen las ideas progresistas, como es el caso del literato, economista y político español, Gaspar Melchor de Jovellanos (1744-1811), máximo representante del pensamiento de la Ilustración española, que es deportado a Mallorca.

Durante la infancia de Risueño de Amador se produce el primer proceso de implantación liberal en España con el acto inaugural de las Cortes de Cádiz el

24 de septiembre de 1810. Estas Cortes no sólo se limitan a elaborar y promulgar (el 19 de marzo de 1812, la Constitución Política de la Monarquía Española[1]), sino que a través de numerosos decretos consiguen establecer la mecánica gubernativa del nuevo modelo de Estado. A partir de estos hechos comienza un periodo de continuos cambios políticos en el que se alternan el liberalismo con el absolutismo de Fernando VII.

En 1823 se inicia la década ominosa y para librarse del patíbulo, el liberal Risueño de Amador debe exiliarse a Francia amparándose en el reinado no absolutista de Luis XVIII; pero al año siguiente, el absolutismo por el que Risueño abandonó España, se instaura en Francia con Carlos X. Ha de esperar al último año de su vida para disfrutar del régimen liberal tan ansiado por él, con la proclamación de la Segunda República. Nunca volvió a España a pesar de que en 1833 murió Fernando VII y con él el absolutismo.

Risueño destacó desde niño por su facilidad para captar y asimilar conocimientos; a los doce años concluye los estudios de Latinidad, tras los que comienza la carrera eclesiástica estudiando tres años de Filosofía, cuatro de Teología y uno de Cánones en el Seminario de San Fulgencio de Murcia, obteniendo en todos ellos la calificación de excelente. En 1820 fue nombrado pasante de Teología, Filosofía y Humanidades, hasta el año 1822 en el que ocupó la cátedra de Filosofía (clase de Lógica). Deja los hábitos religiosos cuando se exilia a Francia donde, bien influenciado por la profesión de su padre, bien por verdadera vocación, inicia los estudios en la Facultad de Medicina de Montpellier.

En 1829 la Real Academia de Medicina de París convocó un premio que consistía en una biblioteca de casi quince mil volúmenes legada por Jacques Louis Moreau de la Sarthe. El tema propuesto por la Academia fue: "*¿Qué ventajas ha obtenido la Medicina Práctica del estudio de las Constituciones Médicas y de las Epidemias?*"[2]. Se presentaron 5.000 trabajos, pero ante las discrepancias de criterios entre las escuelas de París y de Montpellier, el premio se dividió en dos partes, siendo los ganadores el francés Dezeimeris y el español Risueño de Amador, lográndolo al poco tiempo de graduarse como médico, lo que le granjeó una gran notoriedad. El trabajo presentado por Risueño se enmarca dentro de la tradición del ambientalismo[3] hipocrático tal co-

---

[1] En la Constitución de 1812 aparece por primera vez el vocablo liberal que posteriormente pasaría al lenguaje político universal.

[2] "Quels avantages la Médecine Pratique a-t-elle retirés de l´Étude des Constitutions médicales et des Épidemies?".

[3] Doctrina que defiende el papel predominante del ambiente, y principalmente del aire, en la causa de las enfermedades.

mo se entendía por la medicina francesa de la época, y se publicó ese mismo año.

Durante los diez años siguientes, Risueño fue profesor de Patología y Terapéutica General en la Facultad de Medicina de Montpellier, trabajo que simultaneó con investigaciones para la Real Academia de Medicina de París. Esta Academia le concedió el premio Portal en 1836, por su trabajo "*Influencias de la Anatomía patológica sobre la Medicina desde Morgagni hasta nuestros días*"[4], donde pone de manifiesto su erudición al reseñar las consecuencias de múltiples epidemias ligadas a guerras, éxodos y peregrinaciones a Oriente, así como su solapamiento con los sucesos estacionales. La brillantez de sus explicaciones contrasta con el desconocimiento existente en esa época del mundo microbiano.

Las teorías del inventor del método numérico Pierre Charles Alexandre Louis (1787-1872) tuvieron una breve aceptación en Francia, coincidiendo con la evaluación estadística efectuada en 1828 sobre los resultados de las sangrías, con las que demostraba su ineficacia. Un reconocimiento más duradero es el conseguido por sus alumnos norteamericanos al aplicar el método numérico en Nueva Inglaterra y por su alumno William Farr (1807-1883) que fue el creador de las estadísticas inglesas sobre la duración de la vida.

La polémica entre los partidarios y los detractores del método numérico de Pierre Charles Alexandre Louis provoca que en 1837 la Academia encargue a Risueño de Amador la elaboración de una "*Memoria sobre el Cálculo de Probabilidades aplicado a la Medicina*"[5]. La discusión organizada por la Academia comenzó en la sesión del 25 de abril de 1837, teniendo una duración de mes y medio.

La Memoria escrita por Risueño está dividida en tres partes, en la primera critica el cálculo de probabilidades en sí mismo y sus aplicaciones clínicas, en la segunda compara los procedimientos y resultados del método numérico con los del método intuitivo, finalmente describe la perturbadora influencia del método numérico sobre la patología y la terapéutica. Cabría destacar el tono solemne a la vez que riguroso empleado por Risueño en sus exposiciones.

En la primera parte de la Memoria, Risueño se pregunta: ¿puede ser considerado el método numérico como una regla práctica?, a lo que responde que no, porque el fundamento último del método numérico es la probabilidad con-

---

[4] "Influences de l´Anatomie pathologique sur la Médecine, depuis Morgagni jusqu´à nos jours".

[5] "Mémoire sur le Calcul des Probabilités appliqué a la Médecine".

templada en su sentido matemático, en lugar de en su sentido filosófico. La probabilidad de los matemáticos invoca al azar, lo que equivale a renunciar a toda certeza médica, a sustituir lo que él denomina inducción, experiencia, observación y razonamiento por la operación mecánica e inflexible del cálculo de probabilidades. Si actuamos de esta forma la medicina deja de ser un arte para convertirse en una lotería.

Risueño conoce la concepción clásica de la probabilidad y se refiere en la Memoria a los estudios basados en lanzamientos de monedas, pero se da cuenta de que en medicina no se cumple la hipótesis de sucesos equiprobables. Afirma que al lanzar una moneda cuatro veces seguidas cualquier resultado es poco probable (para él, resultado probable es aquél que tiene una probabilidad de 0,9375), pero lo que resulta chocante es que considera coincidentes el valor probable con el improbable de la aparición de un resultado distinto a cualquiera de los mencionados anteriormente. Para entender su forma de pensar supondremos tres bolas de colores, una roja, una verde y otra blanca; la probabilidad de no roja es 2/3, repartiendo 1/3 para verde y 1/3 para blanca, la probabilidad de no blanca es 2/3, 1/3 para verde y 1/3 para roja, luego la probabilidad de bola verde es 2/3 porque puede salir verde tanto en no roja como en no blanca. La probabilidad de bola verde 2/3 coincide con la probabilidad de no verde 2/3. Situación que se repite para las otras dos bolas.

El error que comete es que no entiende el complementario como un suceso compuesto, sólo es capaz de ver sucesos elementales juntos.

Desde un punto de vista teórico, el calculo de probabilidades conoce de antemano los términos sobre los que se debe operar, pero en el cálculo aplicado a los casos reales, los términos se encuentran en número indefinido y desconocido. La teoría pura es un a priori y el cálculo real un a posteriori. La una se basa únicamente en el razonamiento mientras que la otra depende de la experiencia. En la primera, la probabilidad se deduce de lo que puede ocurrir, en la segunda, la probabilidad se calcula a partir de lo que ocurre.

El cálculo aplicado se basa en la experiencia, pero cada experimento depende de multitud de circunstancias intrínsecas y extrínsecas, capaces de influir sobre los resultados. Al lanzar una moneda, el obtener cara o cruz depende de la intensidad de la tirada, del viento, del tipo de suelo, incluso del metal con el que está fabricada. Ante este hecho nos enfrentamos a varias preguntas que contestar, la primera es: ¿cuántas tiradas son necesarias para legitimar una conclusión sobre cada uno de los resultados? Risueño dice que, en principio, cabría suponer que la probabilidad aumenta su fiabilidad cuanto mayor sea el número de experimentos, pero en realidad lo que ocurre es que un número limitado de experiencias no aporta nada, ya que la probabilidad no puede generar más que probabilidad. Los partidarios del método numérico contabilizan los efectos pero no entienden de causas ni se preocupan de las mismas, sin darse cuenta de que el número de repeticiones de un hecho no prueba nada más que la permanencia de la causa que lo provoca.

Risueño advierte de la necesidad de reconocer como casos individuales a los pacientes que acuden a las consultas o a los enfermos que están ingresados en los hospitales. Su concepción del razonamiento inductivo está enmarcada dentro del esencialismo[6], lo que le lleva a afirmar que el número de casos no interesa en la nosología[7].

La segunda pregunta es: ¿para qué me sirve a mí el resultado ofrecido por la probabilidad?, si estoy pensando en embarcarme ¿de qué me servirá saber que este año de 1000 viajes en barco es probable que en 100 de ellos se produzca un naufragio?, el barco que yo tome naufragará o no y la probabilidad no me dice nada sobre este punto esencial. Soy yo el que debe examinar el navío, conocer su antigüedad, la experiencia de la tripulación y del capitán, si la estación del año es propicia, el mar peligroso, etc. Después de estudiar todas estas circunstancias, y muchas más, concluiré si debo o no debo embarcar.

Risueño critica a P.S. Laplace (1749-1827) por no ser partidario de la experimentación y por considerar que es inútil estudiar los fenómenos de la naturaleza, (como por ejemplo observar que el sol aparece durante millones de mañanas), puesto que estos fenómenos se rigen por una ley natural. Conociendo la causa y ley de un hecho, se sabe que se repetirá, no porque viene repitiéndose, sino porque debe repetirse, que es muy distinto.

También desaprueba la manera de obtener las frecuencias relativas en la Medicina de su tiempo, los valores conseguidos tras una misma terapéutica son distintos para cada médico, pero también lo son las condiciones en las que se han logrado, (enfermos, hospitales, estación del año, etc.), ¿cómo adjudicar una probabilidad a partir de esas frecuencias relativas?, es necesaria una continua espera de nuevos hechos para enriquecer la experiencia, lo que lleva a una incertidumbre perpetua. Si para conseguir un valor de probabilidad lo más fiable posible recurrimos a la utilización de probabilidades promedio, como la mediana, debemos recordar que esa medida destruye las probabilidades individuales. La probabilidad es una aproximación de la certidumbre.

---

[6] Doctrina que sostiene la primacía de la esencia sobre la existencia, por oposición al existencialismo.

[7] Campo de la Medicina que tiene por objeto describir, diferenciar y clasificar las enfermedades.

Risueño considera que la matemática es una ciencia pura y exacta, que sólo es capaz de trabajar con entes abstractos, que proporcionan resultados ciertos exactos, verdades inmutables. La medicina, como ciencia aplicada, trabaja con casos reales obtenidos de la naturaleza, con los que resulta imposible a partir del mismo método y aplicado con el mismo rigor, obtener el mismo resultado. En medicina los resultados son cambiantes.

Tras estas consideraciones, Risueño concluye que: el cálculo de probabilidades es demasiado oscuro todavía para inspirar alguna confianza y sólo conduce a soluciones perjudiciales, insuficientes, o equivocadas, de ahí que su aplicación en medicina sea anticientífica, eliminando la verdadera observación, y sustituyendo la acción del espíritu y el genio individual mediante una rutina uniforme, ciega y mecánica.

Cuando Risueño se refiere a la probabilidad toma como referencia la concepción de Laplace. La probabilidad es una proporción, un cociente, pero nada más; sintiéndose incapaz de determinar los casos posibles, porque son infinitos, están sin especificar y resultan siempre cambiantes. El espacio muestral en la experimentación con cualquier enfermedad no queda delimitado, pues siempre está abierto a la aparición de un nuevo caso distinto a los anteriores.

Risueño es muy crítico con la estadística que proviene de la fisiología experimental porque defiende que la tarea fundamental del médico consiste en determinar exactamente la causa de la enfermedad y qué puede curarla. Argumenta que los datos recogidos en varios pacientes pueden mostrarnos que el ochenta por ciento de ellos se curan con determinado tratamiento, pero cada paciente lo que quiere saber es si sobrevivirá él. Esto le lleva a considerar la medicina como una ciencia determinista para poder dar respuestas a estas cuestiones. En consecuencia, los valores medios carecen de significado por ser una abstracción de la realidad, de manera que en las investigaciones hay que tener en cuenta nada más que a los individuos representativos, ya que el estudio completo de un individuo elegido convenientemente, permite aprender mucho más sobre la clase que representa que las tabulaciones de hechos referentes a las masas. Creía que la uniformidad de la naturaleza posibilitaba establecer causas deterministas de la enfermedad. Confunde la Estadística con las estadísticas, utilizando frecuencias absolutas (sumar-contar) y relativas (dividir-comparar), sin incorporar en su análisis los conceptos de media, varianza, etc., ya conocidos en su época. Para Risueño, sólo el médico que carezca de intuición, el hombre menos versado en el conocimiento del arte de la medicina, puede refugiarse en la estadística para diagnosticar y tratar las enfermedades.

A Risueño le interesan las minorías, mientras que los médicos probabilistas estudian sólo las mayorías. Los médicos probabilistas hacen competir a los tratamientos rivales, poniendo de un lado los enfermos que han sanado con ellos y del otro los muertos. En el caso de que los sanados sean mayoría hay dos maneras de tratar a la minoría que ha muerto: hacer un recuento de los casos o ignorarlos. Si se estudian los muertos, se ven forzados a admitir que son diferentes de la mayoría, ya que la discrepancia de resultados implica una desigualdad en los sujetos y esto les obliga a efectuar un tratamiento individualizado, de tal forma que la práctica está en contradicción con los principios de los probabilistas. Si se elige no estudiar las minorías, se estaría condenando a priori a la muerte a enfermos con similares características. Risueño piensa que el objetivo de los médicos probabilistas no es salvar a uno u otro enfermo, sino salvar a la mayoría, privando de su legitimidad a las minorías, lo que iría en contra de la esencia de la medicina.

El médico probabilista cree no condenar ni abandonar a estos enfermos, porque les aplica un método con más probabilidades de curación que cualquier otro. Se basa en la existencia de analogías en los casos estudiados para aplicar el mismo tratamiento, pero el tratamiento fracasa en unos y tiene éxito en otros.

También atendiendo a las cifras de la mayoría, el cálculo de las probabilidades no puede más que corromper la terapéutica. Podemos encontrarnos con tratamientos que son eficaces cuando se aplican a la mayoría estudiada, pero que en su utilización posterior con otros pacientes proporcionan cifras cada vez mayores de muertos. El problema es que los tratamientos seguirán aplicándose hasta que esas cifras superen las de sanos que otorgaron la legitimidad probabilística al tratamiento inicial.

Cómo se debe realizar un diagnóstico según Risueño. Al presentarse un nuevo caso la metodología a seguir es informarse de su naturaleza, examinar en qué categoría se encuentra para aplicarle un método terapéutico; es decir que, obligados a comparar este hecho con todos los hechos anteriores, hay que distinguirlo de todos los demás y clasificarlo primero en un caso del cuadro nosológico. En esta primera fase las cifras no sirven para nada. Si este hecho difiere, por sus particularidades, de todos los que se han visto hasta ahora, incluso los más análogos y esto es siempre así, estamos forzados a considerarlo como individualidad por lo que habrá que completar su estudio. ¿Qué hacer entonces? lo que practican todos los médicos, probar, tantear, inventar, ejercer el arte a partir de la intuición.

Lo que importa en la terapéutica es saber en qué casos un paciente sana y, si es posible, cómo ha sanado, es decir, cuáles son las condiciones de su curación. Posteriormente nos puede interesar saber el número de enfermos que han sanado, aunque estos datos no tengan relevancia ante un nuevo hecho, porque lo que constata Risueño es que la estadística descriptiva proporciona información sobre los hechos ya ocurridos, pero no indica cómo tratar uno nuevo.

Considera que encontrar circunstancias semejantes en un grupo es difícil antes de tratar la enfermedad, pero después todavía lo es más.

Critica el empirismo puro defendido por M. Louis en su obra "*Búsqueda de los efectos de las sangrías en algunas enfermedades inflamatorias*"[8] en la que describe la experimentación que ha llevado a cabo sobre epidemias. Para M. Louis la enfermedad lo es todo, el enfermo nada, y todas las diferencias que le caracterizan son simples irregularidades que se pueden ignorar en los cálculos. Se establece una regla que se aplica a todo, ante la dificultad de encontrar individualmente los casos donde es aplicable. Risueño le reprocha que al no poder diferenciar estos casos, los confunde para que la fortuna haga el resto.

En la segunda parte de la Memoria, comenta el paralelismo existente entre los procedimientos y resultados del método numérico y los del método inductivo. Cuando algo no se puede demostrar sólo queda la inducción, que extrae verdades generales a partir de hechos particulares. La inducción se basa en analogías mientras que las operaciones con números se fundamentan en identidades, es por ello que el espíritu humano emplea la inducción y no el cálculo, en razón de que la inducción sí respeta las diferencias.

El método correcto en medicina es el que reúne y agrupa las cualidades comunes de los hechos, a condición de admitir y tener en cuenta las cualidades diferenciales. La generalización reúne las cualidades comunes como hojas de un árbol, pero deja subsistir las diferencias individuales que escapan a toda clasificación y que no pueden ser recogidas más que por una observación directa, no siendo posible su enumeración porque son infinitas.

La conclusión a la que llega es que al igual que en la mayoría de las artes, la medicina práctica no posee más que reglas muy generales, sujetas a excepciones innumerables y, como en el resto de artes, el artista está infinitamente por debajo del arte mismo, por lo que se ve obligado a improvisar continuamente procedimientos para cada hecho práctico. Solamente con su talento debe suplir la insuficiencia de reglas y las inevitables lagunas. En esto reside la dificultad y la excelencia de la profesión de médico.

Cada nuevo hecho, cada inicio de una enfermedad, cada diagnóstico, tiene una representación real en los enfermos, una localización concreta, un rango de afectación. Por eso Risueño se ve incapaz de elaborar generalizaciones ante una

---

[8] "Recherches sur les effets de la saignée dans quelques maladies inflammatoires". Paris, 1835, in-8, p. 75.

tabla de datos, ya que las frías cifras no despiertan su intuición y le impiden tomar decisiones.

En la tercera parte de la Memoria, Risueño analiza el método numérico desde el punto de vista de la etiología, del diagnóstico y de la terapéutica. En cuanto a la etiología, tiene en cuenta las causas aparentes en lugar de las causas primarias que originan la enfermedad, respecto al diagnóstico se ocupa de los síntomas considerando sólo los signos y, por último, en la terapéutica da prioridad a la medicación, desestimando si estaba o no indicada.

La observación, entendida por los partidarios de las estadísticas como contar y anotar todo lo que se presenta a los sentidos, es una operación mecánica que en realidad no ofrece pistas al diagnóstico. Una consecuencia que Risueño deduce del método que combate es que los fallos en las conclusiones se deben siempre a los observadores y nunca a la observación en sí misma. Al ser los médicos los que observan, se supone que son éstos los que cometen los errores. Según Risueño, si los observadores en medicina sólo llegan a resultados vagos, es porque el objeto de la observación es vago, las observaciones en las que se basan tienen un carácter impreciso.

La diversidad de teorías y prácticas médicas es consecuencia de la variabilidad de los fenómenos de la vida. Estas variaciones no existen en la astronomía ni en la física, pero no se puede concluir por ello que los médicos ignoren el arte de observar, lo que ocurre es que el objeto de esta ciencia es de difícil observación. Siempre la misma pretensión de dar a la ciencia una certeza que no tiene ni puede tener. Aprendamos a ser pacientes, y a saber esperar. Aprendamos de la naturaleza que nos adelanta lentamente en la formación de verdades generales. La naturaleza no improvisa nada, y la ciencia no puede, ni debe improvisar. En palabras de Risueño:*"Si la observación en Medicina es delicada, difícil, inestable, móvil, es porque, como dice Laplace, …, en los límites de esta anatomía visible comienza otra anatomía cuyos fenómenos se nos escapan. Esto es porque en los límites de esta fisiología exterior y completa de formas, de movimientos y de acciones mecánicas, se encuentra otra fisiología invisible, cuyos procedimientos y leyes sería muy importante conocer"*[9].

Risueño llega a las siguientes **conclusiones**:

[9] RISUEÑO D'AMADOR, B. (1837): *Mémoire sur le calcul des probabilités appliqué a la médecine*. J. B. Baillière. Paris, p. 105.

1. *"Qué el cálculo de Probabilidades nos parece demasiado imperfecto, incluso matemáticamente hablando, porque los matemáticos no se ponen de acuerdo en algunos aspectos importantes de la teoría.*
2. *Qué su aplicación en medicina, sobre todo en la terapéutica, es anticientífica.*
3. *Que el número, o la cantidad de hechos no podrá hacer saber nunca su naturaleza o su cualidad, a lo sumo dará una proporción de hechos pasados, nunca indicará los hechos futuros. Y desde ese momento el número, en tanto que cifra, no significa nada, o casi nada en la terapéutica.*
4. *Que por este método, originado por un fuerte empirismo, se llegaría a rechazar de la terapéutica nuestros medios más arriesgados.*
5. *Que la inducción es preferible al método numérico, entresacando tal como ella lo hace las cualidades comunes de los objetos, sin borrar las cualidades individuales.*
6. *Que el método numérico no es la inducción: difiere de él tal y como una suma difiere de una generalización, como la aritmética difiere de la lógica.*
7. *Que únicamente, el método inductivo, el método de generalización, puede convenir a las ciencias morales y psicológicas.*
8. *Que aplicado a estos dos ordenes de hechos, el método numérico sólo llega a resultados ya conocidos, o a conclusiones inadmisibles.*
9. *Que la inducción empleada desde hace 2000 años, ha sido suficiente para constituir todas las ciencias médicas, y ha sido el instrumento de todos los descubrimientos.*
10. *Que las conclusiones obtenidas por el método numérico, siendo provisionales, harían preciso repetir constantemente las estadísticas, lo que es imposible, o renunciar a rehacerlas, lo que sería razonable.*
11. *Que los defensores más incondicionales de este método rechacen los resultados, cuando estos resultados son contrarios al sentido común, y se vean forzados a corregir la aritmética por la lógica.*
12. *Que accesible a las inteligencias más mediocres, este método halaga a los más humildes, es allí donde recibe la admiración de las masas.*
13. *Que falsea la observación y sus productos: en patogenia se ocupa casi exclusivamente del estudio de causas ocasionales y descuida las causas; en diagnóstico, se fija en los síntomas olvidando los signos; en tera-*

péutica, se preocupa de la medicación, del remedio, del específico, y deja la indicación en un segundo plano. De donde se observa que la sintomatología es tomada para la semiología, y la materia médica para la terapéutica.

14. *Que varias fuentes de indicación, y de las más delicadas, se encuentran anuladas por este método: tales como la analogía, la teoría, la fisiología, la etiología, e incluso la terapéutica.*

15. *Que falsea la idea que se debe tener sobre la ciencia, y hace recaer sobre el artista casi todos los fallos a cuyo arte único se encuentra sujeto.*

16. *Que destruye el verdadero arte y la verdadera observación, sustituyendo la acción del espíritu y el genio individual del práctico por una rutina uniforme, ciega y mecánica.*

17. *Por último, recomponer nuestro pensamiento por completo es inútil, ya que todo se ha hecho sin el cálculo numérico; peligroso, puesto que desordena la ciencia*"[10].

Como habíamos expuesto inicialmente, también participa en esta polémica **François-Joseph Victor Broussais** (1772-1838) que fue el primero en utilizar las estadísticas médicas para comprobar la eficacia de ciertas curas.

Broussais era republicano y defensor del materialismo radical propugnado por los "idéologues", lo que motivó su fuerte rivalidad con el monárquico, neoplatónico y neokantiano Victor Cousin (1792-1867) y en general con los médicos más conservadores y eclécticos. Los adversarios de Broussais rechazaban sus métodos, basándose en los estudios estadísticos de París, corroborados por los del departamento del Sena, que reflejaban que entre 1816 y 1923 el avance de la nueva "medicina fisiológica" coincidía con un incremento constante de los fallecimientos en París. Los seguidores de Broussais se defendían de las críticas argumentando que la nueva doctrina no se había impuesto hasta 1818, produciéndose posteriormente un aumento de población que explicaría el incremento proporcional de fallecimientos.

Broussais fue uno de los máximos defensores de la nueva teoría orgánica de la enfermedad, creía que toda enfermedad tenía una causa local que producía lesiones en determinados tejidos y defendía la existencia de una propensión de la humanidad a permanecer con vida. Ese instinto a conservarse vivo estaría representado por un órgano de características y localización desconocidos, cuya

---

[10] *Ibid.*, pp. 109-111.

ausencia conduciría al suicidio. Esta forma de ver la enfermedad se vio reforzada por su carrera de médico militar, entre 1805 y 1814; los órganos dañados de los soldados heridos en combate se podían relacionar directamente con males mentales o físicos específicos. Vio hombres con fiebre muy alta, heridas que supuraban, casos de tifus y flebitis, irritaciones e inflamaciones. La experiencia de los años de guerra llevó a los médicos franceses y británicos a considerar que las irritaciones e inflamaciones eran conceptos clave en el diagnóstico de las enfermedades.

En 1814 Broussais renuncia a su cargo de médico de campaña, para ser profesor del hospital militar Val-de-Grâce, donde sus teorías médicas radicales atrajeron a un gran número de alumnos. La terapia más utilizada y aconsejada por él era efectuar sangrías en los tejidos adyacentes a los que estaban inflamados e irritados, tanto si resultaba afectada la parte externa del cuerpo como si implicaba a órganos internos, con la finalidad de liberar el exceso del "fluido sangre". Estas enseñanzas llevaron a que un remedio tan antiguo fuese profusamente usado en Francia entre 1815 y 1835, lo que motivó las burlas entre otros de Honoré de Balzac (1799-1850). Además de esto, afirmaba que el cerebro y el estómago estaban directamente relacionados, lo que explicaba los dolores de cabeza cuando sufrimos una indigestión o que en algunas ocasiones la encefalitis esté precedida por una gastritis (tema en investigación actualmente). Poco antes de morir de cáncer de estómago participó en los debates ante la Academia de Ciencias defendiendo la frenología[11].

La palabra "normal" usada hasta ese momento para describir y evaluar, pasó en el siglo XIX con Broussais a designar lo habitual o lo típico. El estado patológico obedecía a las leyes que rigen el estado normal porque los fenómenos de la enfermedad son esencialmente de la misma clase que los fenómenos de la salud, de los cuales sólo difieren en intensidad. Para Broussais la naturaleza no actúa a saltos sino que pasa de forma continua de lo normal a lo patológico; por eso, la patología no es diferente de lo normal, es una desviación respecto del centro representado por lo normal, de tal forma que estas variaciones siguen el principio de continuidad de Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716).

El concepto "normal" como hoy lo conocemos surgió en el ámbito de la medicina debido a que los médicos del siglo XIX consideraron que esta palabra generaba objetividad, en todo lo que se refería a los seres humanos, pasando inmediatamente después a utilizarse en este sentido por las demás ciencias. El

---

[11] Teoría formulada a finales del XVIII y principios del XIX por médicos alemanes que creían que del examen del cráneo podía extraerse información sobre las funciones mentales.

concepto "normal" nos habla del pasado, al tender un puente entre hechos concretos y los valores éticos y morales de la sociedad, porque facilita que se discrimine lo normal de lo excelente; también, nos habla del futuro, del progreso y de los fines. La erosión del determinismo coincide históricamente con la aparición del concepto de normalidad.

Posteriormente, se incluyó esta noción de normalidad, entendida como lo habitual o lo típico, en el sistema de política positiva de Auguste Comte (1798-1857). Comte trasladó las ideas de lo "normal" y lo "patológico" de la fisiología a la sociedad, de ahí que hablara de sociedad normal y sociedad perturbada, aplicando el concepto de individuo normal y el de individuo patológico, que sería aquél que se desvía de la norma.

A partir de este momento el concepto de normalidad se convirtió en el centro organizador del conocimiento, reemplazando a la idea de naturaleza humana que provenía de la Ilustración. Pasa a desempeñar dos papeles: en el primero, lo normal es entendido como lo bueno y lo correcto, concepción defendida por Adolphe Quetelet (1796-1874) y Emile Durkheim (1858-1917); en el segundo, lo normal es sinónimo de mediocre y por lo tanto de necesidad de mejorar, concepto desarrollado por sir Francis Galton (1822-1911) para explicar los fenómenos humanos y la antropometría. En ambos casos lo normal indica objetividad e imparcialidad, sirviendo de puente entre el ser y el deber ser.

El 5 de octubre de 1835 la Academia de Ciencias de París recibió un informe elaborado por cuatro matemáticos de gran prestigio que constituían el jurado del premio Montyon, entre los que destacaba Siméon Denis Poisson (1781-1840), que en esa época formulaba la ley de los grandes números. Se le concedió el premio a Jean Civiale (1792-1867) por un trabajo estadístico-médico en el que comparaba, el método tradicional de litotomía para operar cálculos biliares, con la nueva técnica desarrollada por él, la litotetría. Este trabajo se basaba en los datos estadísticos de las consecuencias de las dos técnicas recogidos a partir de 1828 en París y en el departamento del Sena. El método tradicional consiguió salvar a 1024 de los 5433 operados, mientras que con el nuevo sólo murieron 7 de los 307 intervenidos.

Aunque le dieron el premio a Civiale porque respetaban y admiraban sus trabajos, aprovecharon el veredicto para criticar los estudios estadísticos referidos a la medicina práctica, ya que según ellos estaban hechos sin detalle, sin control, sin valor, sin autenticidad y, asimismo, consideraban que recogían tan pocos casos que no era posible aplicar en ellos el cálculo de probabilidades.

Cabría pensar que los matemáticos podían haber recomendado a los médicos que ampliaran su base de datos con nuevos casos, pero no lo hicieron porque pensaban que en la medicina aplicada sólo tenía sentido considerar a cada individuo de forma aislada y no como una fracción de la especie, en la que se han eliminado todos los efectos accidentales que la individualidad puede introducir. La estadística requiere masas infinitas para poder aplicarse. Los médicos partidarios de la introducción de estos métodos en su práctica diaria, se defendieron argumentando que la medicina era una ciencia de observación al igual que las demás, por tanto, las estadísticas y el cálculo de probabilidades les servían perfectamente para extraer conclusiones con un grado de confianza determinado.

La medicina de esta época consideraba cuatro clases de causas de enfermedad y muerte: las causas que predisponen, las causas directas o que ocasionan, las causas indirectas y las causas generales.

Durkheim, con su concepto de “anomie”, refleja la desintegración y alienación social y moral en el contexto del suicidio, siendo la incidencia de los mismos un indicador de la patología de la comunidad.

El inglés George Burrows (1771-1846) compara en 1815 la frecuencia de suicidios ocurridos en París con respecto a los de Londres, explicando la mayor incidencia de casos en París por los acontecimientos políticos (la revolución, la llegada al poder de Napoleón…), que habían llevado a romper el pacto social, provocando efectos desmoralizadores en la población y privando a la misma del consuelo de la religión. Que los médicos, matemáticos, sociólogos… de la época, estudiaran hechos tan morbosos como el suicidio y otros fenómenos de carácter degenerado, se debe a la fascinación que ejercían sobre ellos los casos atípicos, especialmente los que podían contribuir a que no creciera la población. Hay que tener en cuenta que existían registros de datos de suicidios desde 1650 en Ginebra y que los recuentos de suicidios servían como un índice moral de la calidad de vida de las ciudades.

El adversario francés de Burrows era el gran experto en desequilibrios mentales Jean Etienne Dominique Esquirol (1772-1840), para quien el suicidio era un tema médico. Defendía que los suicidas, como todos los dementes, se caracterizan por las monomanías y que el régimen lactovegetariano era adecuado para curar sus problemas de salud. La discusión anglo-francesa es el origen de la sociología numérica, aunque es sólo en París donde los suicidios fueron investigados con rigor.

Alrededor de 1800 los médicos franceses que dirigían los asilos se encargaron del tratamiento de los enfermos mentales, ya que siguiendo el pensamiento de Esquirol pensaban que la locura era una cuestión médica. Consideraban que todas las enfermedades eran orgánicas, la locura estaba relacionada con deficiencias orgánicas, por lo que el suicidio también lo estaba. Jean Pierre Falret (1794-1870) aplicando la teoría orgánica de la enfermedad mental creía que la locura era una enfermedad del cerebro, el órgano de la inteligencia en el que se asentaban la hipocondría y el suicidio. Con estas teorías se refutaban las ideas consideradas como explicación hasta ese momento, según las cuales el mal tiempo era la causa de las tendencias dementes y suicidas de los ingleses.

Burrows se queja de que la mayoría de los científicos se contentan con el análisis de los efectos y no investigan las causas, lo que provoca que se subestime el valor de las indagaciones estadísticas. Burrows representa la posición de la medicina inglesa, enfrentada a las rotundas críticas de la medicina francesa a las bases de datos estadísticos, defendida por el famoso patólogo Broussais.

La reforma utilitaria de Jeremy Bentham (1748-1832) establecía que, mediante cálculos “matemático-morales” de la cuantificación de placeres y penas, se podría llegar a decir que una acción era buena o mala. Esta teoría se apoyaba en datos estadísticos recogidos por el cada vez más ingente número de burócratas, (como se puede apreciar al analizar los trabajos de la Junta de Comercio o la oficina de Registro General de Inglaterra y Gales; la compilación de datos estadísticos recogidos por los documentos parlamentarios británicos denominados “Libros azules”; los estudios realizados por los departamentos estadísticos de los Ministerios de justicia, minas y educación franceses; las estadísticas de salud elaboradas por los suecos y las estadísticas ferroviarias del imperio austrohúngaro…).

El contrasentido de tal cúmulo de datos era que los utilitaristas, tan aparentemente preocupados por el bienestar de la humanidad, se habían convertido en indiferentes a la gente. Los funcionarios que elaboraban las estadísticas sólo se fijaban en los datos numéricos. Pero teniendo en cuenta la postura de Poisson, según la cual, habría que despojar previamente a los seres humanos de su individualidad para poder aplicar la teoría de la probabilidad; podríamos defender a éstos funcionarios al pensar que utilizaban las estadísticas con la pretensión de descubrir leyes sociales y legislativas.

CONCLUSIONES

Anteriormente a la época en que vivieron Risueño y Broussais la medicina basaba sus conocimientos en la experiencia, pero a partir de este momento, comienza a acusarse a la experiencia de ser estéril y errónea, justificando su sustitución por el cálculo de probabilidades que posee mayor exactitud. De todas formas, en el siglo XIX existían numerosos datos estadísticos en medicina, que sólo eran utilizados para la retórica, pero no lo eran como datos que permitieran elaborar conclusiones y teorías científicas. Hay que esperar hasta el siglo XX para que los métodos y técnicas estadísticas se utilicen de forma rigurosa en fisiología y en medicina experimental.

La brillantez expositiva y la seguridad con la que Risueño defiende sus ideas en la Memoria, se debe a que llegó a ser un gran patólogo, con un conocimiento acerca de los síndromes comunes muy avanzado para su época. Su filosofía médica se fundamenta en la defensa de lo individual, por eso propone individualizar a los pacientes desde una perspectiva clínica. Todo hecho tiene valor por sí mismo, y es el talento del médico el que evita recurrir a las mediciones continuas. Pensaba que las inferencias médicas no debían obtenerse a partir del número de casos analizados, sino de la esencia y la naturaleza de las cosas.

Broussais es partidario de utilizar las estadísticas médicas para comprobar la eficacia de los tratamientos aplicados a los pacientes, teniendo en cuenta que el estado patológico obedece a las mismas leyes que rigen el estado normal, porque la naturaleza no actúa a saltos sino que pasa de forma continua de lo normal a lo patológico. A diferencia de Risueño que basa la acción del médico en observar la individualidad de los enfermos y, por tanto, la individualidad de las patologías, Broussais defiende el principio de continuidad de las variaciones que rigen las desviaciones promovidas por las patologías respecto del centro representado por lo normal.

Risueño desaprueba utilizar la concepción clásica de la probabilidad como método de diagnosis terapeútica, siendo muchos de sus ataques coincidentes con los de las escuelas Frecuentista, Lógica o Subjetivista. Las críticas de Risueño a la concepción clásica de Laplace no dejan de ser razonables. no cree que en Medicina se cumpla la hipótesis previa de sucesos equiprobables; porque la probabilidad asociada a cada suceso se consigue a través de la experimentación, y no se puede suponer desde un principio. También se considera incapaz de conocer todos los casos posibles para establecer este cociente, en Medicina no sólo no se pueden conocer todos los casos posibles, sino que cabe la posibilidad de que éstos sean infinitos, por eso a Risueño la concepción clásica de la probabilidad se le queda pequeña.

Risueño comparte la idea con los frecuencialistas de que a la probabilidad se llega mediante la experimentación. El hecho de que a mayor número de experimentos, la probabilidad conseguida es más fiable, por un lado le parece razonable, y por el otro le asusta. No es capaz de dar el salto al infinito ni de considerar hacia qué valor tienden las frecuencias relativas. En Medicina las pruebas diagnósticas y terapéuticas se hacen con personas, por lo que Risueño no puede imaginarse un número infinito de enfermos equiparados a un número infinito de tales pruebas.

Asimismo, analiza cómo aplican los partidarios del Cálculo de Probabilidades el mismo según se tenga poca o mucha información (número de casos). Piensa que todo método debe encontrarse en armonía con la naturaleza de los hechos de la ciencia a la que se aplica, de ahí que si utilizamos el cálculo de probabilidades en hechos políticos y morales, tales como los juicios en los tribunales o las votaciones en asambleas, los legisladores están obligados a especificar las materias en las cuales la prueba testimonial puede ser admitida, pero no van a conocer el número de testimonios necesarios para formar una prueba.

A Risueño le resulta imposible dar el salto de lo tangible a lo intangible, de una ciencia aplicada a una ciencia pura. Respeta y admira a los matemáticos, pero en el nivel en que sus teorías son útiles. Deja para los "artistas" la aplicación de las ciencias prácticas (medicina, política, moral,...), por eso debemos contentarnos con la exactitud que proporcionan los consejos de la experiencia práctica.

Para Risueño la inducción es un procedimiento que parte de la observación inmediata de una realidad para llegar a la obtención de generalizaciones sin utilizar ningún tipo de lógica inductiva. La realidad observada es tan fuerte que ella sola es capaz de originar la generalización, no siendo necesario utilizar ningún método que asegure la certeza. Por lo tanto, el médico debe observar, generalizar y actuar.

Parece que en aquella época la aplicación de la Estadística en el tratamiento de enfermedades infecciosas que originaban epidemias, obligaba a ignorar a los enfermos como individuos, ya que la gravedad de estas epidemias y su rápida extensión exigía tomar medidas a menudo poco humanitarias. El examen profundo e individualizado que propugna Risueño resultaría inoperante en estos casos.

El diagnóstico y la terapéutica son un arte para Risueño, con una gran parte de intuición, por lo que se ve incapaz de realizar un diagnóstico observando una tabla de números en vez de un grupo de enfermos. Es esta la causa principal por la que rechaza la aplicación de la Estadística en el diagnóstico.

Los famosos patólogos Broussais y Risueño discrepan en la forma de aplicar la Estadística en Medicina. Para Risueño, tanto la Ciencia Estadística que tiene como objetivo impulsar los avances en el cálculo de probabilidades como la que se dedica a elaborar estadísticas, son sólo aplicables en el campo de los números y entes abstractos. Según Javier Martín Pliego: "*En la génesis de la Estadística como ciencia se observan dos corrientes cronológicamente diferenciadas que arrancan de épocas muy antiguas y que, aun teniendo algunos contactos esporádicos en los siglos XVIII y XIX, no se fusionan, definitivamente, hasta este siglo. Dichas corrientes son, por una parte, la Estadística como ciencia de la elaboración de estadísticas, cuyos orígenes los podemos situar en la conformación de las primeras sociedades humanas con la necesidad de efectuar recuentos de la población, catastros de sus tierras y censos de sus ganados y, por* *otra parte, el Cálculo de Probabilidades que aparece ligado al estudio de los juegos de azar*"[12]. Hay que esperar hasta 1889 para que se produzca la confluencia de estos dos caminos de la Estadística con la publicación de "Natural Inheritance" [13] de Francis Galton.

La Medicina, al ser una ciencia aplicada tiene una razón de ser totalmente distinta: el individuo. El individuo como enfermo es una persona, con sus circunstancias especiales que serían ignoradas al ser anotado como sano, enfermo o muerto y, por otro lado, el individuo como médico, es el artista capaz de generalizar a través de la observación sin necesitar ninguna lógica inductiva que confirme sus conclusiones.

---

[12] MARTÍN PLIEGO, F. JAVIER (1997): *Historia de la probabilidad en España*. En *Revista de Historia Económica*. Madrid: Alianza Editorial, año XV, nº 1, págs. 161-162.

[13] GALTON, FRANCIS (1988): *Herencia y eugenesia*. Alianza Universidad. Madrid.

BIBLIOGRAFÍA

ARTOLA, M. (1993): *Enciclopedia de Historia de España*. Alianza. Madrid, tomo VI.

BONMATI, C. (1954): Un cartagenero, Risueño de Amador, profesor de la Facultad de Medicina de Montpellier (1802-1849). En *Archivos Iberoamericanos de Historia de la Medicina*, nº 6. Comunicación a la II Reunión Médica de Levante, págs 183-193.

CAMPOY, M.; GARCÍA BALLESTER, F. (1935): Biografía del Dr. Benigno Risueño de Amador. En *Trabajos de la Cátedra de Historia Crítica de la Medicina*, nº 4, págs 295-304.

HACKING, I. (1995): *La domesticación del azar*. Gedisa. Barcelona.

JOVER, J.M. Y OTROS (2001): *España, Sociedad, Política y Civilización* (*siglos XIX y XX*). Debate. Madrid.

JUAN, J. DE (1993): *Espasa biografías. 1000 protagonistas de la Historia*. Espasa. Madrid.

RISUEÑO D'AMADOR, B. (1829): *Quels avantages la médecine pratique a-t-elle retirés de l'étude des constitutions médicales et des épidémies?* Mme. Ve. Picot. Montpellier.

RISUEÑO D'AMADOR, B. (1837): *Mémoire sur le calcul des probabilités appliqué a la médecine*. J.B. Baillière. Paris.

RISUEÑO D'AMADOR, B. (1837): Influences de l´anatomie pathologique sur la médecine, depuis Morgagni jusqu´à nos jours. En *Mémoires de l'Académie Royale de Médecine*, 6, pp. 313-504.

OIKOS VERSUS ARITMOS:
LA ECONOMÍA POLÍTICA *VERSUS* LA ARITMÉTICA POLÍTICA

María Blanco González
Universidad San Pablo CEU

El ver que no ha habido ninguna empresa detestable que no haya sido apoyada y determinada mediante cálculos aritméticos, me lleva a pensar que en sus números es donde está la ruina del Estado.

Jean-Baptiste Say, *Traité d'Économie Politique*, 1803.

Los debates metodológicos principales de la teoría económica tienen su origen en el siglo XVII, cuando comienzan a considerarse de forma diferenciada la Economía Política y la Aritmética Política. La primera ha tratado de encontrar las leyes que rigen los fenómenos económicos y ha dado lugar a lo que se entiende por análisis o teoría económica; la segunda se ha basado en el estudio de datos económicos y ha resultado en la estadística y la econometría. Desde los trabajos de Adam Smith y Cantillon de un lado, y sir William Petty, John Graunt o Gregory King del otro, los economistas políticos (o "filósofos políticos") y los aritméticos políticos (o "recolectores estadísticos") han retomado periódicamente durante todo el siglo XIX el debate sobre cuál de las dos opciones es la correcta para el estudio de los fenómenos económicos[1].

---

[1] Dugald Steward caracterizó como "recolectores estadísticos" y "filósofos políticos" a estos dos tipos de científicos, ver HENDERSON, J.P., 1990, p. 2.

El punto de partida de esta división son los trabajos de Petty y Cantillon. Mientras que para Petty, influido por la filosofía de Bacon, los números estaban en el centro de la investigación, quedando la parte teórica reducida a la mínima expresión, para Cantillon los números sólo eran importantes como ilustraciones de la teoría, que expuso clara y lógicamente en su trabajo. Se puede decir que Petty fue el fundador del análisis cuantitativo y Cantillon se especializó en la teoría económica (Brewer, 1992, pp. 11-14).

Otro pionero fue el marqués de Condorcet, quien abogaba por la creación de una matemática social, diferente de la economía política y que, utilizando el cálculo, tendría como objeto de estudio el hombre en cuanto es perfeccionado por la sociedad (Condorcet, 1793, en MacLean y Hewitt (eds.), 1994, pp. 93-110).

Aunque, en general, quienes abogaban por un enfoque empírico solían rechazar la abstracción que implican las matemáticas, no siempre era así, y no puede afirmarse que estas dos ramas se correspondan con una actitud determinada hacia el empleo de las técnicas matemáticas en economía.

La actitud de los economistas teóricos hacia la matemática, en general, era independiente de su interés por la estadística y la cuantificación. Si bien, se observa que a medida que se van perfeccionando las técnica estadísticas a lo largo del siglo XIX, los economistas matemáticos no sólo aceptan, sino que ellos mismos elaboran y aportan nuevas ideas a la estadística.

Puede distinguirse en un grupo aquellos economistas-no matemáticos, que rechazaron la estadística económica. Por ejemplo, Adam Smith que es considerado el primer economista político, opinaba que los datos de la estadística eran demasiado inexactos y, sobre esta base criticó los estudios de sir William Petty. Adam Smith era un hombre de amplia cultura, sabía matemáticas aunque nunca las empleó en economía y conocía también las obras de economía política más importantes[2]. Entre sus amigos se contaban especialistas de muy diversas disciplinas. Entre ellos estaba Alexander Webster, uno de los mejores estadísticos de la época, que destacó por realizar el censo de Escocia más completo de entonces. Adam Smith le contaba en una carta a Georges Chalmers cómo poco antes de morir Webster le confesaba que los resultados de su investigación, a la que había dedicado muchos años de su vida, estaban equivocados en 250 mil personas. Esta confidencia de su amigo explica que Smith comentara a su amigo Chalmers: “No tengo una gran confianza en la Aritmética Política” (Mosner, 1987, p. 288).

[2] En su enorme biblioteca, Adam Smith tenía cinco obras de Arthur Young (en total 20 volúmenes) y de Davenant junto con ejemplares que abarcaban una gran diversidad de temas, ver A.S. YANAIHARA [1951], 1966.

Smith dudaba de la fiabilidad de las estadísticas con razón, eran realmente bastante pobres. La importancia de la actitud de Smith hacia la Aritmética Política estriba en que la reverencia con que le consideraron los economistas posteriores llevó a que nadie se interesara por el trabajo empírico que los estadísticos hacían (Dimand, 1995, pp. 22-30).

También se encuadra en este apartado el economista liberal francés de principios del siglo XIX Jean-Baptiste Say, quien como hemos visto rechazaba explícitamente el empleo de las matemáticas y que también tomó posiciones respecto a la estadística. En una época como la que sucedió a la Revolución Francesa, en la que proliferaron los estudios estadísticos, Say rechazó esta técnica. Esta actitud es sorprendente dado que Say preconizaba la observación de los hechos particulares y la experiencia para verificar la consistencia de los resultados de la teoría económica. Pese a ello consideraba que la estadística no era una ciencia sino una técnica incapaz de generar conocimiento por sí sola; esta crítica tenía fundamento entonces debido a que su aplicación a la economía apenas estaba desarrollada (Ménard, 1980, pp. 524-25 y Breton, 1986, pp. 1038-44). Además, Say opinaba que la política económica era de carácter descriptivo (como la botánica) y no experimental (como la Economía Política, la Química o la Física); su única función era enumerar y clasificar sucesos económicos, con el objeto de establecer comparaciones sistemáticas de hechos que reforzaran las leyes que rigen esos fenómenos, o bien de ofrecer ejemplos que ayudaran a explicarlas (Say, 1828, pp. 535-37). Say apunta dos tipos de obstáculos al empleo de la estadística. Por un lado, considera una serie de factores negativos que se superarán a medida que las naciones se civilicen, como la incapacidad de los datos económicos para abarcar la complejidad de los fenómenos económicos, y la precariedad de los medios empleados para recabar dichos datos y que no hace sino disminuir su precisión. Por otro lado, hay argumentos que al ser de naturaleza teórica los hacen insalvables. Aún cuando los datos fueran totalmente exactos, sólo ofrecerían una imagen estática de la realidad social, no explicarían los procesos que tienen lugar en esa realidad, serían ciertos sólo para ese instante. Además, dado que los datos del pasado son poco conocidos e inciertos, Say considera que es imposible escribir un tratado estadístico puesto que sería necesario renovar constantemente los datos para ponerlos al día (Ménard, 1980, pp. 524-27 y Say, 1828, pp. 542-46). Por último, Say había comprobado cómo la burocracia y la estadística eran complementarias, debido a que el Estado francés había justificado varias políticas intervencionistas apoyándose en el cálculo económico. En el *Traité d'Économie Politique* (1803) declaraba:

> "*El ver que no ha habido ninguna empresa detestable que no haya sido apoyada y determinada mediante cálculos aritméticos, me lleva a pensar que en sus números es donde está la ruina del Estado*" (Ménard, 1980, p. 527).

Lógicamente, rechaza la Aritmética Política porque su veracidad depende de la exactitud de los datos estadísticos. La Aritmética Política ha sido manipulada en favor del príncipe y para dar bases a reglas de conductas y ofrecer suposiciones como si fueran verdades (Say, 1828, p. 540).

Finalmente, dentro de los filósofos de la economía que rechazaron el empleo de la estadística hay que señalar a la escuela austriaca. Debido a su concepción psicológica de la economía, esta escuela consideraba que la única manera de llegar a teorías válidas era su el método genético-causal, de manera que para esta escuela las teorías económicas no son comprobables por medios empíricos. Lo paradójico es que la escuela histórica y la institucionalista, tomando también como punto de partida el aspecto psicológico de los actos económicos, consideraban que las estadísticas eran muy importantes para el desarrollo de la economía como ciencia. Estas dos escuelas pertenecen a otro grupo, el de aquellos teóricos que aceptaban los estudios estadísticos, pero no la economía matemática.

La Escuela Histórica tiene su origen en Alemania y estaba encabezada por Wilhelm Roscher (1817-1894), profesor en Göttingen y Leizpig. Roscher proclamaba la economía positiva sobre la normativa, y proponía el estudio histórico de la economía. En el capítulo tercero de su libro *Principios de Economía Política* publicado en 1854, sostenía que la economía política, en general, tenía ciertas analogías con las matemáticas: estaba llena de abstracciones, ya que no existía la renta pura o la producción pura en la vida real, sino en abstracto, tal y como sucedía en la naturaleza con la línea, el punto, el centro de gravedad… Sin embargo, de la misma manera que las leyes del movimiento que suponen el vacío no eran válidas al tener en cuenta la resistencia del aire, las leyes abstractas carecían de valor en la realidad. Si esto se daba para la psicología de un individuo, cuando se trataba de la economía de un pueblo, las fórmulas algebraicas se complicaban tanto que imposibilitan el trabajo. El objeto del método histórico o fisiológico que Roscher proponía era describir la naturaleza económica y las necesidades de los pueblos, así como de las instituciones que procuran la satisfacción de esas necesidades. Puesto que las leyes y las instituciones se modelan sobre los pueblos y no al revés, cualquier ciencia que se ocupa de la vida pública, como la economía, participa de la psicología, y la base de ésta es la observación de uno mismo, el estudio de las facultades del alma de cada cual (Roscher, 1854, pp. 46 y ss.). Por esto las matemáticas no cabían en este enfoque. Pero, aunque Roscher defiende la subjetividad de las evaluaciones individuales, sostiene que, además de su propio interés, lo que mueve al hombre en sus decisiones económicas es el "espíritu público", ya que la sociedad es el prerrequisito para que sea posible que los individuos actúen o elijan. De ahí la importancia del estudio de las instituciones y su evolución (Milford, 1995, pp. 40-41).

Por otro lado, si las leyes de la economía pública eran conocidas y estudiadas lo suficiente la estadística era de gran utilidad a la hora de comparar el estado de la economía en diferentes momentos de la historia y descubrir las leyes subyacentes, o de comparar las economías de diferentes pueblos (Roscher, 1854, pp. 24-27). Consideraba que la estadística debía contemplar todos los aspectos de la vida pública, pero no podía considerar mas que los hechos que puedan reducirse a leyes conocidas. Roscher afirmaba que la estadística ocupaba un papel muy importante en la economía porque colaboraba a que se asentaran los fundamentos de la ciencia (Roscher, 1854, pp. 35-36).

Roscher tuvo dos seguidores principales, Bruno Hildebrandt y Karl Knies. El primero de ellos, trató de encontrar las leyes del desarrollo económico con ayuda de datos estadísticos, y para ello fundó la revista *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik* que aún existe. Karl Knies consideraba que más que leyes propiamente dichas hay analogías del desarrollo económico en diferentes pueblos[3].

La escuela institucionalista, aunque se desarrolló principalmente en el siglo XX, tiene su origen en las ideas de Thornstein Veblen (1857-1929) elaboradas a finales del siglo XIX. El enfoque vebleniano de la economía y de su método se desmarca tanto del punto de vista de la economía ortodoxa como del historicista. La base de su metodología son las teorías darwinianas de la evolución del hombre. En cuanto que el objeto de estudio de la economía era la conducta humana respecto a sus medios de vida materiales, esta ciencia será necesariamente una investigación de la historia del esquema de instituciones desarrollados espontáneamente por el ser humano. Las instituciones para Veblen eran hábitos de pensamiento comunes a la generalidad de los hombres y los problemas económicos eran, por tanto, la génesis y el cambio de estos hábitos desde un punto de vista causal no desde el punto de vista de la elección racional (Mitchell, 1929, p. 3). Esta concepción de la economía no se adecuaba ni al método deductivo ni al inductivo. Respecto al primero, no siempre supera la comprobación empírica, y, además, se centra en criterios de "relevancia" de los hechos a considerar. Escudándose en ella, se rechazan como irrelevantes, poco representativos o anormales, hechos que no se adecuan a sus fórmulas. A pesar de estas críticas, Veblen consideraba imprescindible la base científica de las teorías para no caer en la propaganda. Aunque Veblen hacía hincapié en la comprobación empírica de las teorías, atacaba el método inductivo de la escuela alemana, afirmando que su investigación apenas llega a ser una ciencia, debido a que se centraban en la mera

---

[3] SCHINZINGER, F. en *The New Palgrave Dictionary*, Newmann, Eatwell y Milgate (eds.), pp. 516-18. La joven escuela histórica alemana liderada por Schmoller se estudia en el capítulo dedicado a la escuela austriaca debido a su protagonismo en el "problema del método" o *Methodenstreit*.

recolección de datos y la narración de informes del desarrollo industrial, sin elaborar un cuerpo teórico (Cotas, 1954, pp. 97-99). El empleo de la estadística por los institucionalistas culmina con los trabajos sobre el ciclo económico de Westley C. Mitchell en la segunda década del siglo XX, y en la proliferación en Estados Unidos de instituciones dedicadas a la elaboración de estadísticas.

En un tercer grupo hay que destacar a los economistas matemáticos que aceptaban asimismo que se efectuaran simultáneamente análisis estadísticos. Autores como Cournot, William Stanley Jevons, Léon Walras, Francis Y. Edgeworth y Vilfredo Pareto apoyaron abiertamente el uso de la estadística en economía. Alguno de ellos, como Jevons, Edgeworth y Pareto destacaron por sus trabajos estadísticos tanto como por sus obras de economía matemática. Los casos de Cournot y Walras se deben matizar.

Antoine Cournot era matemático y especialista en teoría de la probabilidad y conocía bien las posibilidades de la estadística, pero al enmarcarla en las ciencias sociales, Cournot consideraba la aplicación de la estadística como de importancia secundaria. Para Cournot la estadística era una ciencia que aplicada a los fenómenos económicos producía conocimiento por sí misma. Esto se debía a dos factores: al principio de compensación (o ley de los grandes números) que facilitaba la determinación de las causas regulares y permanentes de los fenómenos; además, la iteración de comportamientos de los individuos y de sucesos permitía que estos fueran identificados. Para Cournot el que los cálculos estadísticos fueran aproximativos era normal, igual que lo era cualquier aplicación de las matemáticas a un fenómeno real (Ménard, 1980, p. 529). Cournot apuntaba las ventajas obtenidas gracias a la determinación y estudio de las medias estadísticas: construir situaciones ficticias gracias a las cuales poder comprender o anticipar situaciones reales, determinar la probabilidad de un suceso y los valores probables que una variable observada puede tomar bajo los efectos de causas fortuitas, tratar con datos sujetos a fluctuaciones aleatorias, distinguir los cambios profundos que las afectan y determinar las causas de los mismos.

A pesar de esas ventajas, Cournot considera que hay una característica inherente a la estadística que enturbia ese panorama tan favorable. El método de investigación y el objeto de estudio son interdependientes, es decir, las normas que guían a la ciencia no son independientes del tipo de preguntas a las que responde. En el caso de la economía, la complejidad de los datos observados plantea problemas a la hora de decidir qué variable es significativa, qué suceso es destacable, qué correlación es significativa. A esto hay que sumar la imposibilidad de repetir un suceso exactamente en las mismas condiciones, no existen laboratorios. Por otra parte, la consideración del espacio y el tiempo también suponen problemas a la hora de comparar datos observados de diferentes “milieux ambiants”, el que se consideren períodos de tiempo amplios teniendo en cuenta la densidad de la historia del hombre, la posible parcialidad del observador a la hora de estudiar las causas profundas de las transformaciones sociales, etc. Cournot concluye rechazando las estadísticas generalizadas y conceptos como el "hombre medio" propuesto por Quételet (Ménard, 1980, pp. 530-32).

La aportación más importante de Cournot a la estadística en general fue asociar estadística con la teoría de la probabilidad, ya que esas ramas habían permanecido desconectadas una respecto a la otra y ambas respecto al proyecto matemático que, desde tiempos de Condorcet, trataba de descubrir las leyes del comportamiento social. En su *Exposition de la théorie des chances et des probabilités* (1843) Cournot expresaba su convicción de que la estadística descriptiva superaría el concepto de probabilidad a priori para trabajar a partir de conceptos probabilísticos conocidos inductivamente (Ménard, 1980, p. 538). Pero sus esperanzas no tuvieron confirmación, al menos en el campo de la economía.

Igual que para Cournot, también para Léon Walras la estadística debía ocupar un lugar secundario, pero por motivos diferentes. Walras no era matemático como Cournot y no conocía como este autor las teorías estadísticas. Concebía la ciencia económica dividida en compartimientos bastante estancos. Por un lado la economía política pura, que consideraba un individuo racional, en la que no era posible emplear la estadística dado que la racionalidad del individuo tiene más que ver con la psicología del comportamiento que con el cálculo estadístico, y por otro la economía política aplicada, en la que las estadísticas encuentran su lugar. En su trabajo, Walras empleó la estadística sólo en cuestiones monetarias, en concreto, en la determinación de las ratios de fluctuación de precios entre dos países. En estos estudios Walras empleaba para apoyar sus propuestas conceptos teóricos como "mercancía tipo" y otras abstracciones (Ménard, 1980, pp. 534-36). Estos trabajos de Walras eran más bien anecdóticos y fruto de la impresión que le habían causado las obras de estadística económica de Jevons.

Jevons fue más reconocido por sus contemporáneos gracias a sus primeros libros de estadística económica que por sus teorías de economía matemática. La aplicación de la estadística por Jevons tiene que ver con su concepto de método científico, en el que la comprobación empírica tiene un papel importante. Además, conocía los trabajos estadísticos que Galton, Boltzmann y Peirce estaban haciendo en el ámbito de las ciencias naturales. El primer trabajo de estadística económica de Jevons fue "A serious fall in the value of gold" (1863), que le dio a conocer entre sus contemporáneos. Además de la depreciación del oro, Jevons realizó estudios sobre el carbón en *The Coal Question* [1865], las conexiones entre las fluctuaciones en la actividad de las manchas solares y las fluctuaciones en la actividad económica, que publicó en varios artículos de 1875, 1878, 1879 y 1882. En 1884 se publicó el libro *Investigations in currency and finance* en el que también trataba problemas económicos mediante técnicas estadísticas. Pero lo importante de Jevons no es ya que aceptara la elaboración de estadísticas como complemento a la teoría económica. Con el objeto de hacer de la Economía Política una ciencia lo más exacta posible, Jevons perfeccionó los instrumentos estadísticos. En primer lugar, unió el estudio estadístico al de probabilidad y empleó métodos nuevos como el de los mínimos cuadrados; en segundo lugar, puso la estadística en un lugar de honor dentro de la investigación económica, a pesar de encuadrarse dentro de los "economistas políticos". Afirmaba que ninguna conclusión inductiva es algo más que probable, era parte del método lógico, de manera que el valor lógico de cada resultado inductivo debe determinarse de acuerdo al "método inverso" de la probabilidad, que es una aplicación del teorema de Bayes. Este método, servía para determinar si el comportamiento de un dato determinado de entre varios que observamos, era coincidencia o era producido por un patrón probabilístico determinado, que precisamente tratábamos de inferir y se enunciaba

> "*Si es cierto que una u otra de las causas supuestas existe, la probabilidad de que exista cualquiera de ellas es igual a la probabilidad de que si existe el fenómeno entonces suceda, dividido por la suma de todas las probabilidades similares*"[4].

Sin embargo, John Aldrich afirma que la formación de Jevons no estaba a la altura de las necesidades de la economía empírica y que era simplemente un "concienzudo artesano estadístico" (Aldrich, 1987, p. 251). Le queda el mérito de ser el primero en intentarlo tan conscientemente.

Francis Ysidro Edgeworth, al igual que Jevons, obtuvo más éxito en su época como estadístico que por su *Mathematical Psychics*, como lo demuestra la publicación de una obra en tres volúmenes en la que aplicaba números índices como secretario de la British Association for the Advancement of Science, también fue presidente de la sección F (dedicada a la estadística) de esta asociación desde 1889 hasta 1922; ganó la medalla de oro de la Royal Statistical Society en 1907 y también la presidió en el período 1912-1914 (Creedy, 1986, p. 10).

Edgeworth también estaba impresionado por la proliferación de estadísticas aplicadas a las ciencias naturales, como en Física por Maxwell, Boltzmann o Gibbs, y en Medicina con el objeto de determinar la duración de la vida o el

---

[4] ALDRICH, JOHN: "Jevons as statistician: the role of probability", *Manchester School*, Vol. 55, No. 3, Septiembre 1987, pp. 233-36. Un ejemplo típico en el que es aplicable el teorema de Bayes es, dada una bolsa con un número determinado de bolas blancas y negras, seis, por ejemplo, en una proporción desconocida, sabiendo que al sacar una bola al azar ha salido blanca, determinar la probabilidad de que la proporción sea dos blancas y cuatro negras.

índice de mortalidad asociado a la profesión de cada individuo. Edgeworth conocía los trabajos de Galton y Peirce en los que habían desarrollado el concepto de "frecuencia de la distribución" como una propiedad constitutiva de las poblaciones agregadas observadas, y habían renovado otros como asociación, contingencia y correlaciones que revitalizaron la biología (Ménard, 1980, pp. 538-40). Sin embargo, las aportaciones de Edgeworth a la estadística, en general, o a su aplicación en ciencias sociales y a la economía, en particular, son de carácter teórico y se centran en la aplicación de la teoría de la probabilidad a ciertos aspectos de la teoría económica, camino que había comenzado Cournot. La insistencia de Marshall sobre la necesidad de verificar empíricamente las teorías y su particular relación con Edgeworth explican que flote en el ambiente la imagen de ambos autores unidos en proyectos empíricos, cuando la realidad fue muy diferente. En primer lugar, las recomendaciones escritas de Marshall se quedaron sólo en eso, no hubo trabajo empírico real, ni recolección de datos, ni siquiera asistía a las reuniones de la London Statistical Society. En segundo lugar, la relación de "fidelidad" de Edgeworth hacia Marshall era fruto del principio de autoridad que Edgeworth consideraba uno de los mejores criterios para evaluar teorías, y simultáneamente el puesto tan importante que Marshall tenía en la vida académica y económica británica. Por último, la estadística práctica desagradaba a Edgeworth, su trabajo sobre números índices era en gran parte teórico y las tablas de datos sobre los que Edgeworth había trabajado habían sido elaboradas por otros. De hecho, este era el motivo de las reticencias que impidieron su entrada en la British Royal Society para la que había sido nominado en tres ocasiones (Mirowski, 1994, pp. 29-31 y 44-47).

Las aportaciones estadísticas principales de Edgeworth se refieren a la ley de los errores en inferencia estadística, la introducción del concepto de supuestos a priori equiprobables (clave para su teoría de la contratación) y los avances en el análisis de varianzas (Mirowski, 1994, pp. 1-4). Igual que en el campo de la matemática abstracta y la teoría económica pura, su interés por las aplicaciones de la estadística y la teoría de la probabilidad a la economía se debía al empeño de Edgeworth en hacer de la psicología utilitarista (base de la Economía Política) una ciencia seria a la altura de la física. Simplemente intentaba introducir los conceptos de la física más punteros en la economía (Mirowski, 1994, p. 10). En ese sentido, buscaba una base filosófica que justificara la introducción de la probabilidad en la teoría económica de forma similar a como lo había hecho Clerk Maxwell en su estudio sobre las leyes de gases. Maxwell había considerado la probabilidad misma como principio que ordenaba el indeterminismo característico del movimiento de gases, la colisión de sus partículas… etc. Gracias a Laplace, Edgeworth ya estaba al tanto de conceptos como el de expectativa moral; la línea abierta por los avances de la física podían enseñarle cómo introducir la probabilidad (y la estadística) en la filosofía benthamista (Mirowski, 1994, pp. 29-30).

Sin embargo, casi no hay economistas dedicados a la recolección e interpretación de datos que hayan trabajado después en desarrollar la economía matemática. La única excepción es la de William Whewell, quien fundó en 1833 la sección F (sección estadística) de la British Association for the Advancement of Science, junto con Malthus, Babbage, Quetelet y Jones. Sin embargo, el proyecto se desvió del objetivo que Whewell había pensado: restringir sus esfuerzos (de la sección) a las clases de hechos relacionados con comunidades de hombres y susceptibles de expresarse numéricamente, y que mutiplicados (reproducidos) lo suficiente, indiquen leyes generales (Henderson, 1995, pp. 34-54).

Pero con esta excepción, la asimetría se debe a que la estadística es una rama subordinada a la economía matemática. En cuanto es un instrumento de verificación de las teorías puede considerarse incluida dentro del método hipotético-deductivo generalmente admitido por los defensores de la economía matemática. De ahí que la evolución siga la misma dirección.

Ingrid H. Rima, además de poner de manifiesto la poca atención prestada a los antecedentes no literarios de la teoría económica por los historiadores del pensamiento económico, se cuestiona en qué medida el desarrollo de la economía como ciencia ha dependido del empleo de técnicas cuantitativas. Este planteamiento resulta confuso porque se entremezcla la evolución de la economía matemática como base de la construcción de modelos económicos y la evolución de las técnicas estadísticas y econométricas como instrumento de verificación de dichos modelos. La autora distingue tres etapas en el desarrollo de estas técnicas de acuerdo del objetivo que se perseguía: en la primera etapa, que comienza a finales del período mercantilista, el objetivo era ofrecer políticas económicas eficientes a los gobiernos. En la segunda etapa, cuyo comienzo Rima sitúa en la revolución industrial inglesa, las pretensiones eran más científicas, se trataba de descubrir las leyes estáticas de la economía. Por último, la tercera etapa, que empieza con la publicación en 1929 de la obra de Ragnar Frisch y en la que nos encontramos todavía, la economía por fin ha adquirido el status de ciencia y los modelos matemáticos abstractos siempre van acompañados de tests econométricos y experimentos de teoría de juegos para evaluar si las conclusiones que se derivan de los datos recolectados son consistentes con las predicciones de los modelos (Rima, 1994, pp. 188-201). En esta clasificación Rima no contempla la economía matemática sino sólo la cuantificación económica y la aportación de las técnicas cuantitativas que dieron fruto cuando se matematizaron dando lugar a la econometría.

En conclusión, la estadística y la economía matemática surgieron como intentos de afrontar científicamente los problemas económicos desde dos puntos de vista opuestos: la filosofía de Bacon y la de Descartes respectivamente. Su evolución a lo largo de la historia ha sido paralela, si bien la estadística se ha prestado más a ser manipulada debido a que no es un método científico para descubrir las leyes que rigen los fenómenos sino una técnica cuya bondad o no al ser aplicada en cualquier ciencia depende, en gran parte, de la finalidad de quienes lo hacían. Esta peculiaridad ha sido la causa de muchas críticas hacia la estadística económica. El que en sus orígenes se empleara como instrumento para engrandecer el poder de la administración es el motivo por el que economistas liberales como Say rechazaran la estadística económica.

A partir del siglo XIX se empieza a valorar la utilidad de la estadística como instrumento de las ciencias sociales en especial cuando se asocia a la teoría de la probabilidad, y los economistas matemáticos toman conciencia del servicio que podía ofrecer la estadística como medio para contrastar las conclusiones del análisis económico-matemático.

El que la estadística económica se configurara como un útil más de la economía matemática, es decir, como una parte de dicho método, explica que los economistas matemáticos se interesaran por los estudios estadísticos y, con excepción de Whewell, apenas ningún estadístico económico ahondara en el análisis económico-matemático.

BIBLIOGRAFÍA

ALDRICH, JOHN (1987): "Jevons as statistician: the role of probability", *Manchester School*, No. 3, septiembre.

BRETON, YVES (1986): "La place de la statistique et de l'Aritmétique Politique dans la méthodologie économique de Jean-Baptiste Say. Le temps des ruptures", *Revue économique,* No. 6, noviembre.

BREWER, ANTHONY (1992): "Petty and Cantillon", *History of Political Economy*, Vol. 24, No. 3, otoño.

COATS, A.W. (1954): "The influence in Veblen's methodology", *Journal of Political Economy*, Vol. 62, diciembre, en WOOD, J.C. (1993): *Thornstein Veblen: Critical Assessments*, Routledge, Londres.

CREEDY, JOHN (1986): *Edgeworth and the development of neoclassical economics*, Basil Blackwell, Nueva York.

DIMAND, ROBERT W. (1995): "I have no great faith in political aritmetik". Adam Smith and quantitative political economy", en RIMA, INGRID H. (1995): *Measurement, quatification and economic analysis*. *Numeracy in economics*, Routledge, Londres.

HENDERSON, JAMES P. (1990): "Induction, deduction and the role of mathematics: the Whewell group vs. the Ricardian economists", *History of Economic Thought and Methodology*, Vol. 7.

HENDERSON, JAMES P. (1995), "Ordering society. The early usus of classifications in the British statistical organizations", en RIMA, INGRID H. (1995): *Measurement, quantification and economic analysis*. *Numeracy in economics*, Routledge, Londres.

MACLEAN, IAN y HEWITT, FIONA (eds.) (1994): *Condorcet: foundations of social change and political theory*, E. Elgar, Aldershot.

MÉNARD, CLAUDE (1980): "Three forms of resistance to statistics: Say, Cournot, Walras", *History of Political Economy*, Vol. 12, No. 4, invierno.

MILFORD, KARL (1995): "Rosher's epistemological and methodological position. Its importance for the Methodenstreit", *Journal of Economic Studies*, VI-22, Nos. 3/4/5.

MIROWSKI, PHILLIP (1994): *Edgeworth on chance, economic hazard and statistics*, Rowman & Littlefield, Boston.

MITCHELL, WESTLEY C. (1929): "Thornstein Veblen: 1857-1929 [Obituary]", *Economic Journal*, Vol. 29, diciembre, en WOOD, J.C. (ed.) (1993): *Thornstein Veblen: Critical Assessments*, Vol. 1, Routledge, Londres.

MOSNER, E.C. y ROSS, I.S. (1987): *Adam Smith correspondence*, Liberty Classics, Indianapolis.

RIMA, INGRID H. (1994): "The role of numeracy in the History of Economic Thought", *Journal of the History of Economic Thought*, Vol. 16, No. 2, otoño.

ROSCHER, WILHELM [1854] (1857): *Principes d'économie Politique*, Guillaumin, París.

SAY, JEAN-BAPTISTE [1828] (1844): "Des rapports de la statistique avec l'économie Politique", *Cours complet d'économie Politique pratique*, 7ª edición, Bruselas.

SCHINZINGER, F., "German historical school", en Newmann, Eatwell y Milgate (eds.), *New Palgrave Dictionary*.

YANAIHARA, TADAO (ed.) (1966): *Catalogue of Adam Smith's library*, Kelley, Nueva York.

APORTACIONES DE LA ESTADÍSTICA A LA DISCUSIÓN DEL MÉTODO EN ECONOMÍA: LA TEORÍA DE JUEGOS Y LAS TEORÍAS DE UTILIDAD

Juan Manuel López Zafra
Universidad Complutense
Sonia de Paz Cabo
Universidad San Pablo CEU

La revolución que el pensamiento marginalista introduce en el análisis económico se debe básicamente a la denominada matematización de la economía. Efectivamente, y aunque con repercusiones ulteriores distintas, las obras principales de Jevons (1871), Menger (1871) y Walras (1874-1877) abogan por la aproximación de la economía al resto de las ciencias de la naturaleza, básicamente a la mecánica. Como señala Bartoli (1991), el ambiente de la época prepara el camino a Walras, "que ve en la economía pura una ciencia matemática, o más bien físico-matemática, en la que el método es rigurosamente idéntico al de la mecánica racional y de la mecánica celeste". La analogía entre los equilibrios mecánico y económico no deja de verse entonces como un logro fundamental del espíritu científico e intelectual. Desde ese momento las aproximaciones entre física y economía se multiplican, como acertadamente indica Bartoli (1991); Fisher inventa la máquina hidráulica para medir la utilidad, transporta al seno de la ciencia económica la mecánica de fluidos y diseña un modelo termodinámico en el que el individuo es la partícula, la utilidad la energía y la utilidad marginal la fuerza. Frisch (1926) compara el vector de utilidades marginales con una fuerza de gravitación y Aupetit (1901) hace suya la frase de d'Alembert según la cual el mundo es un problema de mecánica y afirma que el mundo económico está sometido al mismo determinismo que el mundo material, tanto que basta la aplicación de los mismos métodos y los mismos principios para desvelar sus leyes.

Sin embargo, en los aledaños de la primera guerra mundial, la desilusión acerca de la aplicación de los métodos de la física a las ciencias sociales, y particularmente a la economía, se hace patente. Autores como Poincaré o Painlevé, padres del reduccionismo en física, admiten la imposibilidad de la generalización de sus métodos más allá de su campo de aplicación inicial. Surge entonces la sustitución de la analogía mecánica por la analogía matemática, en la que John von Neumann es uno de los principales impulsores. Desaparecen los intentos por reducir el método económico a un método mecánico, y se revela la unificación formal de la leyes por medio de esquemas matemáticos. Tal y como se ve en Bartoli (1991), "la intención de extraer leyes matemáticas de la realidad empírica se abandona, mientras que se multiplican los modelos". Heims (1980) por su parte señala que von Neumann tiende a emplear estructuras formales abstractas para la formulación de teorías empíricas. Bartoli (1991) indica que los trabajos de von Neumann acerca de la mecánica cuántica aportan las bases de un "neo reduccionismo" (idea con la que coincide Sarin (1990) para quien la relación existente entre la mecánica cuántica y la decisión en incertidumbre se debe a su común promotor), y, citando a Ingrao e Israel (1987), que "un modelo prestado por las ciencias físico-matemáticas —esta vez profundamente modificado desde el punto de vista axiomático— se presenta como guía para la matematización de las ciencias no físicas". De este modo, la concepción de von Neumann de las relaciones entre los agentes económicos no puede estudiarse más que mediante una esquematización abstracta, reducible a una representación formal de los conflictos surgidos entre racionalidades distintas, aunque susceptibles de alcanzar un equilibrio. Aparece así la teoría de los juegos de estrategia como un nuevo método de análisis de las relaciones económicas. Como se desprende de Bartoli (1991), el juego en su forma desarrollada se distingue de las concepciones estáticas de Walras o Pareto, al alcanzarse el equilibrio (como con ellos, también en un único período) tras el estudio prospectivo de todas las posibles acciones conjuntas de los distintos intervinientes.

La axiomatización de la economía surge pues con la aportación de von Neumann y Morgenstern (1944) y los trabajos ulteriores de Débreu. Para éste, tal y como queda reflejado en Hildenbrand (1983), el poder de la axiomatización reside en la solidez del método de trabajo. La exactitud del contexto formal de la teoría y la consecuente formulación de teoremas llevará a la reducción de la ambigüedad en su interpretación final. El fundamento de la teoría económica reposa en la completa especificación de las hipótesis, el rigor de las deducciones y la exactitud de las conclusiones; la axiomatización, por su parte, permite el hallazgo de incorrecciones lógicas en los modelos y de errores conceptuales en la formalización de la teoría y en las interpretaciones.

Pero si, como señala Bartoli (1991), "la economía matemática se desarrolla otorgando prioridad a la marginalidad y no a la utilidad, la escuela austríaca insiste sobre la primacía de la utilidad, al tiempo que no presta ninguna atención al instrumento matemático". Como indica el mismo autor, ni Menger, ni von Wieser ni Böhm-Bawerk emplean una sola ecuación en sus escritos económicos, llegando incluso a ofrecer la idea de que las matemáticas no hacen sino estorbar en la determinación de la esencia cualitativa de los fenómenos como el valor, la renta o el beneficio. Para von Mises (1950) o Hayek (1953) un sistema de ecuaciones que simplemente informe acerca de las relaciones entre las variables pero que no ofrezca el valor de las constantes que en él aparecen sólo rinde una explicación limitada del principio que provoca el fenómeno y no una explicación que permita predecir resultados precisos. Los dos autores coinciden con los neomarginalistas en que la ciencia económica no debe tener en cuenta las circunstancias en las que se desarrollan los actos individuales. Consideran asimismo que la historia no puede ofrecer un conocimiento nomotético, y que ninguna teoría puede demostrarse a partir de la complejidad de los hechos históricos.

Sin embargo, el transcurso del tiempo y del pensamiento económico con él modifican los pareceres de los actores, y de esta manera podemos observar que la importancia de la axiomatización de la economía deja paso a la modelización neopositivista de la econometría moderna.

Es Jevons, de entre los padres del marginalismo, quien mayor importancia concede a la utilidad, base de su razonamiento y entendida como la calidad de un ente a responder a nuestros deseos. Denuncia este autor la nociva influencia de Ricardo y Mill, y busca motivos fisiológicos para explicar el decrecimiento de la utilidad marginal; afirma, sin dudarlo, la naturaleza física de las leyes económicas. Con K. Menger, sin embargo, los individuos no diferencian el placer, a diferencia del pensamiento de John Bentham, sino necesidades reales o imaginarias; sopesan constantemente distintas alternativas y sobre esta forma de actuar reside la actividad económica. Walras, por su parte, observa en las curvas de utilidad la piedra angular de la economía política matemática. Respondiendo a Poincaré, que indicó que la satisfacción no era medible, Walras señala que poco importa la ausencia de instrumentos de medición de la intensidad de la necesidad, pues cada agente del mercado se encuentra en condiciones de medir por sí mismo, en su fuero interno, esa necesidad, y así decidir si las necesidades satisfechas son o no proporcionales al valor de las cosas. Que la medida sea externa o interna, esto es, física o psíquica, poco importa, la cuestión es que al existir una *medida* (comparación de cantidades) la ciencia económica es, en ese sentido, matemática. Y así, Walras, citado por Santos (1997), señala que "en cuanto a aquellos economistas que no saben nada de Matemáticas, que no saben lo que quieren decir las Matemáticas y aún así han tomado la posición de que las Matemáticas posiblemente no sirvan para elucidar principios económicos, dejemos que sigan repitiendo que "la libertad humana nunca podrá ser expresada en ecuaciones" o que "las Matemáticas ignoran las fricciones que son todo en la vida social" y otras frases igualmente contundentes y pomposas. No podrán impedir que la teoría de determinación de precios bajo libre competencia sea una teoría matemática".

Como señala von Mises (1950), los sucesores de Menger desarrollan una economía subjetiva, transformando la teoría de los precios en una teoría general de la elección. El objetivo último de la actividad económica es la eliminación de un estado de insatisfacción subjetivo apreciado por el individuo. La economía surge siempre que haya que tomar decisiones al existir distintos objetivos incompatibles. Aparece entonces la definición de lo económico mediante el empleo correcto de una cantidad determinada de bienes según una escala de preferencias. La utilidad deja de ser una propiedad objetiva de las cosas y pasa a establecerse como relación entre ellas y el individuo.

Es Edgeworth (1881) quien parte de la función de utilidad total del individuo, basándose en las líneas de indiferencia. Fisher, en su *Mathematical Investigations*, critica abiertamente al anterior por el método empleado, acusándole de introducir de forma "subrepticia la psicología en lo económico (…) inapropiada y viciosa". Y a su vez parte de las curvas para alcanzar la función. Las curvas de indiferencia alcanzan tal importancia que Pareto (1906) escribe que "la teoría de la ciencia económica adquiere así el rigor de la mecánica racional".

Es en la obra de Edgeworth (1881) en la que se define el cálculo económico como el estudio de un sistema de fuerzas tendentes hacia un equilibrio individual, denominando "cálculo utilitarista" el equilibrio de un sistema en el que todos y cada uno tienden hacia una máxima utilidad "universal".

Como señala Bartoli (1991), Fisher y Pareto rechazan el carácter cardinal de la utilidad. Posteriormente a éstos, Hicks, en su obra *Valor y Capital* se esfuerza, según sus propias palabras, en rechazar todos los conceptos que contengan cualquier traza de utilidad cuantitativa y reemplazarlos por nociones en las que no aparezca, y desde ahí proceder a una nueva formulación del valor.

Aparece, en vísperas de la 2ª Guerra Mundial, la idea de las preferencias reveladas, deducibles directamente del comportamiento en presencia de precios relativos. Las hipersuperficies de preferencias, básicas en el razonamiento utilitarista de Pareto, se abandonan como punto de partida. Samuelson (1948) avanza la idea metodológica según la cual los axiomas de base de una teoría deben ser verificables, es decir refutables en virtud de datos experimentales reales.

Se hace patente desde ese momento la necesidad de introducir elementos estocásticos en la función de utilidad y se recurre entonces al concepto bernouilliano de racionalidad a través de la maximización de la utilidad esperada, como señala López Cachero (1995). A partir de los trabajos de Marschak (1950), Samuelson (1948) y fundamentalmente von Neumann y Morgenstern (1944) queda definido el tratamiento axiomático de la utilidad.

Se alcanza así, según un esquema bernouilliano, la noción de utilidad esperada como esperanza matemática de las utilidades de los elementos que forman las alternativas; la escala de utilidades individuales nos lo permite determinar.

Sin embargo, es la aplicación de la teoría de la utilidad esperada de von Neumann y Morgenstern (1994) a la teoría de los juegos de estrategia la que mayor repercusiones ha tenido, no sólo desde el punto de vista del análisis económico sino también, y es lo que aquí más nos interesa, desde la perspectiva metodológica. Efectivamente, y siguiendo a Chanier (1960) su singularidad yace en el desarrollo de una teoría de las decisiones en régimen de conflicto desprovista de cualquier atisbo psicológico. Se supone que cada adversario atribuye una utilidad, cuanto menos ordinal, a cada uno de los posibles resultados del juego y que de este modo, conociendo la racionalidad del resto de actores, tratará de alcanzar el máximo valor posible en su escala de preferencias.

Llegamos así a un momento fundamental en el desarrollo del pensamiento económico, pues se sustituye la actuación del individuo guiado por la disponibilidad (escasa) de los recursos por la persecución de la utilidad (esperada) de los mismos. Las decisiones económicas se arman entonces del peso de la razón y la lógica, entendida en los términos expuestos. Citando a Bertoli (1991), "el fin hedonista no desaparece, pero su contenido ha cambiado: tiende a confundirse con la propensión de la búsqueda de la máxima ventaja con el mínimo coste; con la noción de óptimo, y finalmente con la de equilibrio".

La base del razonamiento y de la metodología económica neoclásica reside en el postulado de la racionalidad, esto es, la actitud del individuo tendente a maximizar su utilidad. El término de utilidad no es coincidente en sus acepciones corriente y económica; así, en la primera, en palabras de Blaug (1994) "la racionalidad hace referencia al hecho de actuar con razón y con tanto información como sea posible, o, en términos más formales, al hecho de emplear con coherencia los medios adecuados para alcanzar objetivos específicos. Para el economista sin embargo la racionalidad significa escoger en función de un orden de preferencias completo y transitivo, con información perfecta y sin coste". La idea fundamental que reposa tras la concepción liberal del término es que se prefiere más a menos, y en definitiva que la búsqueda del beneficio personal redundará en el beneficio de la colectividad. Obviamente, tal posición ha provocado las más encendidas pasiones a favor y en contra, siendo unos de los motivos (sino el principal) de discrepancia entre las escuelas neoclásica y keynesiana. Determinados pensadores consideran que la base del pensamiento económico reside en la actitud personal del individuo, partiendo en consecuencia de una posición microeconómica hasta alcanzar las teorías macroeconómicas. Podría incluso afirmarse que el postulado de la racionalidad es inherente a toda teoría, mas toda la teoría keynesiana (por no citar las líneas de pensamiento marxistas o radicales) trabaja sin tal hipótesis. Cierto es, por otro lado, que la escuela neoclásica mantiene como núcleo duro de su PIC (en terminología de Lakatos) la tesis de la racionalidad. Pero autores como Blaug (1994) señalan que el postulado es falso, y se basan para ello en las anomalías detectadas en la teoría de la utilidad esperada por la psicología experimental. Este autor indica que no se debe rechazar tal postulado por el hecho de que existan pruebas empíricas en su contra (lo que supondría caer en el criticado falsacionismo ingenuo) sino por el hecho de que existen programas de investigación alternativos como el de las expectativas de Kahneman y Tversky (1979). Recurre el autor a una argumentación popperiana, en el sentido de señalar que "si el postulado de la racionalidad es realmente falso, es tal vez una de las razones por las que la microeconomía se muestra incapaz de explicar comportamientos de consumo de muchos hogares y los modos de fijación de precios en muchos mercados".

En términos similares, pero desde una perspectiva distinta, se expresa Friedman (1967) al indicar que "la única prueba decisiva de validez de una hipótesis es la comparación de sus vaticinios con la experiencia". Este falsacionismo popperiano-friedmanita aplicado a los postulados racionales de von Neumann y Morgenstern está en la raíz de las argumentaciones de Allais (1953), Ellsberg (1961) o Machina (1982), entre otros. Otros autores, sin embargo, defienden el normativismo de la teoría de la utilidad esperada y señalan, como Howard (1994), que no es el objetivo de la teoría de la utilidad esperada describir cómo se decide sino fijar un conjunto de reglas comúnmente aceptadas y derivadas del sentido común acerca de cómo se debería decidir.

Parece que son necesarias al menos dos tipos de teorías en el terreno de la adopción de decisiones. Por un lado, la teoría de la utilidad esperada establecida por von Neumann y Morgenstern sigue siendo el paradigma de toda teoría normativa en este campo. Ningún investigador o teórico de esta disciplina reniega de ella como el único complejo teórico capaz de satisfacer todas las reglas del comportamiento racional. Su valor añadido estriba precisamente en ser fiel al sentido común.

Sin embargo, llevada al terreno práctico aparecen situaciones en las que la teoría no se respeta. Estas violaciones empíricas de la teoría de la utilidad esperada son las que han determinado la aparición de las denominadas teorías de la utilidad generalizada, cuya virtud fundamental radica en su validez para describir determinadas situaciones decisionales no abarcadas por la teoría normativa.

Se trata por tanto de dos grupos (en principio distintos) de teorías cuyo objetivo es, precisamente, señalar cómo deberían decidir los sujetos racionales (la teoría de la utilidad esperada) y señalar cómo efectivamente deciden (las teorías generalizadas). Y es precisamente esta dualidad la que hace a ambas necesarias y complementarias: justamente porque la teoría “clásica” no describe correctamente determinadas situaciones surgen los enfoques revisionistas; y justamente porque las teorías descriptivas no han podido (hasta la fecha) demostrarse válidas para toda situación y porque siguen violando determinadas reglas del comportamiento racional se mantiene la teoría de la utilidad esperada.

Tal y como se desprende de lo señalado por López Zafra (1995), parece que en algunas situaciones las teorías de la utilidad generalizada ofrecen una mejor descripción del comportamiento real de los individuos que la teoría de la utilidad esperada. Sin embargo, esta mayor exactitud descriptiva se alcanza mediante un incremento sustancial en la complejidad del modelo.

Como hemos señalado con anterioridad, la idea de utilidad ha sido (y sigue siendo) uno de los pilares fundamentales sobre los que se han sentado las bases del análisis económico. En ese sentido, y tal y como indica López Cachero (1989), uno de los primeros en tratar la idea fue Bernouilli, cuyas aportaciones fueron recogidas por Laplace, Dupuit, y fundamentalmente las escuelas marginalistas austríaca e inglesa, representadas por Menger y von Mises la primera y Jevons y Clark la segunda; la influencia de Bernouilli es igualmente patente en las obras de Walras y Pareto. La influencia llega a tal extremo que los marginalistas construyeron el principio de equilibrio basándose en el concepto de utilidad (en un sentido ordinal), como a continuación veremos.

La definición que ofrecen de utilidad, referida siempre a un bien o servicio, es la capacidad de éste para satisfacer las necesidades humanas; por tanto, la utilidad depende básicamente de factores subjetivos, no susceptibles de cuantificación, de donde el tratamiento de la misma será intensivo y no extensivo. Definen a continuación la idea de utilidad marginal como la satisfacción que aporta cada unidad adicional del bien. En ese sentido, suponiendo una función de utilidad continua y sucesivamente derivable (o, lo que es lo mismo, suponiendo que los bienes que componen la cesta de consumo del individuo fuesen sucesiva e indefinidamente divisibles), la utilidad marginal vendría representada por la primera función derivada de la función de utilidad.

La principal dificultad operativa de esta función estriba en la mensurabilidad de la utilidad. El obstáculo se subsanó mediante la introducción del concepto de función índice de utilidad, que permite el empleo de la noción sin recurrir a su cuantificación, esto es, mediante una concepción ordinal del término. Así pues, se entiende por función índice de utilidad a una arbitraria de la de utilidad, cuyo único requisito es el de ser monótona no decreciente.

Como anteriormente señalábamos, esta cuestión permitió resolver el equilibrio de consumidor. Supongamos de nuevo la cesta genérica x formada por todos los bienes que un individuo se encuentra en disposición de consumir en un período de tiempo, dedicando a ello todas sus disponibilidades monetarias[1]; el objetivo de este consumidor será la maximización de su satisfacción personal; matemáticamente, supone determinar

$$\text{máx } u: \; u = f\,(x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n)$$

s.a.r.[2]

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i = r$$

siendo r sus disponibilidades monetarias y p_i el precio del bien i-ésimo (perfectamente conocido por el consumidor, de acuerdo con lo hipótesis de información completa[3]). Se trata por tanto de un problema de optimización sujeto a restricciones en forma de igualdad que resolvemos mediante el método debido a Lagrange.

---

1 Esto, que podría parecer una limitación por la relación con el ahorro, no lo es en absoluto si, de acuerdo con Ferguson y Gould (1986) por ejemplo, consideramos que efectivamente el individuo dirige sus recursos monetarios a todas sus decisiones, tanto de consumo como de ahorro - inversión; en la cesta se encontrarían también, por lo tanto, los bienes representativos de ese ahorro, como son la vivienda, las libretas bancarias, los bonos, etc.

2 *Sujeto a restricciones*.

3 La hipótesis de información completa es muy habitual en la teoría microeconómica, e innecesariamente restrictiva a los efectos de la determinación del equilibrio del consumidor; sus supuestos sin embargo son necesarios dentro de la teoría del bienestar; dado que la teoría microeconómica tiene por objeto, de acuerdo con Ferguson y Gould (1986), "la determinación del bienestar económico resultante de los mercados libres", he considerado conveniente introducir tal hipótesis. La información completa supone que el consumidor conoce todos los bienes y servicios existentes en el mercado, y la capacidad técnica de cada uno de ellos para satisfacer una necesidad; además, conoce sus precios y es consciente que éstos no cambiarán por el hecho de su actuación particular en el mercado; por último, el consumidor conoce cuáles serán sus ingresos a lo largo del período de planteamiento.

Como señala López Cachero (1989),

"*la discusión de la existencia de una función de utilidad y su aplicación a la ciencia económica ha motivado aportaciones de tratadistas de diversos temas tales, por ejemplo, como Knight, Hicks, Hart, Harrow, Allais, Débreu y Borch, en lo que concierne a aspectos macroeconómicos; Savage, Raiffa, Pratt y Schlaiffer, en lo que atañe a estudios de la probabilidad 'personal' o 'subjetiva'; M. Friedman, Savage, Mosteller, Nogee, Preston y Barata, como exponentes de una línea perseguidora de la especificación numérica de las funciones de utilidad, y de manera muy concreta, en este mismo orden de cosas, Georgescu-Roegen, Markowitz, Edwards, Yaari y Crayon; o especialistas en la teoría de juegos como Kalish, Milnor, Nash, Nering, Maschler, Selten y Schuster. En todo caso, es imprescindible destacar las aportaciones de Ramsey, primer autor que expresa una teoría fundamentada en las nociones de utilidad y probabilidad subjetiva, y, de manera muy especial, las de von Neumann y Morgenstern quienes* (…) *suelen ser reconocidos como progenitores de la moderna teoría de la utilidad* cardinal".

Es Pareto, en su *Manual de Economía Política* quien establece la idea óptimo en el sentido de que "diremos que los miembros de una colectividad gozan, en cierto modo, de un máximo de ofimalidad, cuando cualquier minúsculo desplazamiento desde esta posición tiene como efecto necesario aumentar la ofimalidad de algunos individuos a costa de la de otros". Débreu establece la propiedad de optimalidad del equilibrio gracias a una generalización de la idea de Pareto debida al teorema de separación de los conjuntos convexos. Este autor define un conjunto finito de unidades productivas con conjuntos de producción cerrados y convexos, supone que las mercancías están libremente disponibles, que las preferencias son convexas y que no existen estados de saciedad. Arrow, por su parte, emplea las mismas técnicas que el anterior pero considera que la producción es una elección dentro de un conjunto único, compacto y convexo, además de admitir estados de saciedad y suponer que las preferencias son fuertemente convexas.

Para de Finetti (1969) se hace necesario introducir una función del bienestar cuya característica principal sería conseguir una preferencia entre las diversas distribuciones, según criterios de interés general y por encima de los egoísmos particulares. Bergson (1938) alcanza una conclusión similar al señalar que el equilibrio general walraso-paretiano excluye hechos tan reales como las elecciones individuales, a saber, las colectivas.

A la vista de tal disparidad de criterios, se hace claramente necesario separar desde una posición metodológica el problema de la elección de una regla de decisión de la elaboración de la propia decisión, siguiendo a López Cachero (1995).

Históricamente, uno de los primeros intentos de determinar una función de bienestar de los individuos se debe a J. Dupuit quien en 1884 publica *Sobre la medida de la utilidad de las obras públicas*, tal y como señala López Cachero (1995), a través de la teoría del coste-beneficio. Esta teoría, que para algunos autores como Hirshleiffer (1975) y Bergstrom *et al* (1974), daría lugar a un criterio de óptimo potencial de Pareto (al presentar una menor restricción, pues la mejora se produce siempre que aquellos que experimenten un incremento en su nivel de satisfacción estuviesen dispuestos a compartir alguna ganancia con los que eventualmente pierden, de forma que alguno de éstos pudiera incluso estar en mejor situación final), supone que las distintas alternativas disponibles deben clasificarse en virtud de un proceso constante de comparación de los beneficios y costes que se derivan de las consecuencias estimadas de la elección. Como señala López Cachero (1995), la teoría del coste-beneficio permite alcanzar el mejor curso de acción mediante un “criterio de eficiencia” que permite establecer cómo se medirán las ventajas y desventajas para los individuos y cómo unas y otras se agregarán para obtener una medida aplicable a un bien de carácter social. En definitiva, la teoría del coste-beneficio supone que las consecuencias de su aplicación se asocian al problema de la maximización del valor agregado de los bienes y servicios consumidos por los individuos.

La principal crítica que cabe hacerse de este criterio reside en la propia consideración del bienestar global como agregación de las preferencias particulares; supone por tanto que cuestiones de otro orden, como por ejemplo el reparto de la riqueza entre los distintos grupos, no son consideradas en absoluto, pues si la posición final de la colectividad es mejor que la inicial, la alternativa que ello permite será la escogida; puede sin embargo que tal posición se haya alcanzado mediante el trasvase de riqueza del grupo menos favorecido al más favorecido, lo que sin duda supone un problema moral.

La superación de todos los inconvenientes de todo orden que supone la teoría del coste-beneficio se debe a la teoría de la elección social o *public choice*. Arrow (1961) se plantea en qué medida la función del bienestar social depende de la ordenación de las preferencias individuales, partiendo de una concepción distinta de la función de bienestar social de la de Bergson (1938) y Samuelson (1950). Para Arrow, esta función, digamos F, es un modelo de elección colectivo que especifica un orden de preferencia de la sociedad, mientras que la de Bergson-Samuelson, φ, no es sino la representación sobre el campo real de las ordenaciones de la sociedad, tal y como señalan Fernández Díaz *et al* (1995). Partiendo de las ordenaciones individuales, la F de Arrow determinaría entonces la φ de Bergson-Samuelson.

Autores como Gibbard (1973) o Green y Laffont (1979) señalan que sólo los sistemas dictatoriales y en general los manipulables por alguno de sus miembros permiten el correcto establecimiento de un orden social de preferencias.

Pero todas estas dificultades no han hecho sino impulsar el tratamiento y la investigación de la denominada teoría de la elección social, cuyo objetivo es establecer una función de utilidad colectiva. Como indica Barberá (1977) la *public choice* se ocupa del "estudio formal de los procedimientos mediante los que una sociedad decide entre opciones alternativas en base a las preferencias de sus miembros".

La teoría de juegos, por su parte, nace para responder a una curiosidad matemática, derivada de la incertidumbre de los juegos de azar. En un primer momento fue Zermelo (1913) y posteriormente Borel (1924) quienes esbozaron una primera aproximación teórica al problema. Sin embargo, fueron von Neumann y Morgenstern (1944) los que elaboraron y dieron forma a la teoría y quienes la acercaron definitivamente a la ciencia económica. Como señala Schmidt (1995) "el título de la obra no deja lugar a equívocos. El cuerpo teórico de los juegos se propone aclarar el análisis de los comportamientos económicos". Sin embargo, y como este mismo autor en otro lugar indica, el trabajo en común de von Neumann y Morgenstern "no consigue la fusión anunciada entre la matemática de los juegos y el análisis de las situaciones económicas". De hecho, durante más de veinte años la teoría de juegos sólo fue objeto de atención por parte de un grupo minoritario de científicos de Princeton (alrededor de las figuras de Kuhn y Tucker, en la misma universidad que von Neumann abandonó para trabajar en el proyecto Manhattan); ellos fueron quienes profundizaron en el trabajo original de von Neumann y Morgenstern y lo generalizaron en algunos puntos. También es destacable la atención prestada por los estrategas militares de la Rand Corporation, quienes acabaron encuadrando la teoría dentro del área de la investigación de operaciones. El propio von Neumann, poco antes de su muerte en 1957, no se mostraba excesivamente optimista entorno a la posibilidad de fundir el cuerpo teórico de las matemáticas con el quehacer de los economistas.

Sin embargo, fueron éstos quienes en los años sesenta revitalizaron la por entonces marginal y decadente teoría de juegos. Las perspectivas abiertas por Nash en los años cincuenta fueron seguidas por autores como Shubik (1955) (1959) o Harsanyi (1956). Schmidt (1990) plantea la posibilidad de que una teoría económica de los juegos hubiese precedido a la teoría matemática, señalando que no menos puede deducirse de la resolución de los problemas metodológicos surgidos de la aplicación de la teoría de juegos a la economía por los mismos que los habían planteado, lo que se observa, según señala el autor, en los trabajos de por ejemplo Shubik, Harsanyi o Aumann.

Pero es a finales de la década de los setenta cuando el análisis económico se ve definitivamente abordado por el método de los juegos. Primero en la economía industrial, y posteriormente en los ámbitos financieros y del seguro o incluso en la economía del bienestar, como muestra Schmidt (1995). Surgen así distintas fragmentaciones de la teoría general, lo que para el mismo autor no es sino el reflejo de la vitalidad que la teoría de juegos ha alcanzado; la contrapartida de esta fragmentación es la falta de unidad matemática, "pero en este ambiente los economistas se encuentran cómodos y habituados; y de este modo se cuestiona entonces el propio empleo singular del término teoría".

De este modo, podemos concluir señalando que el panorama científico ha cambiado desde la aparición de *Theory of Games and Economic Behavior*; la teoría de juegos ha dejado de ser un reducto de aplicación de las matemáticas a la economía, y se ha convertido en objeto fundamental de investigación por parte de economistas y matemáticos reconvertidos a esta disciplina.

BIBLIOGRAFÍA

ALLAIS (1953): "Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'école américaine". *Econometrica*, 21.

ARROW (1961): *Social choices and individual values*. John Wiley and Sons, New York.

AUPETIT (1901): *Essaie sur la théorie générale de la monnaie*. Guillaumin, Paris.

BARBERÁ (1977): "Desarrollos recientes en la teoría de la elección social". *Hacienda Pública Española*, nº 44, Madrid.

BARTOLI (1991): *L'économie multidimensionnelle*. Economica, Paris.

BERGSON (1938): "A reformulation of certain aspects of welfare economics". *Quarterly journal of economics*, 02-38.

BERGSTROM *et al* (1974): *Applying cost-benefit concepts to projects which alter human mortality*.

BLAUG (1994): *La méthodologie économique*. Economica, Paris.

BOREL (1924): "Sur les jeux où interviennent le hasard et l'habileté des joueurs". En *Théorie des Probabilités*, Hermann, Paris.

CHANIER (1960): "La théorie des jeux conduit-elle à un renouvellement de notions fondamentales dans les sciences humaines". *Cahiers de l'Institut de Sciences Economiques Appliquées*, Paris.

DE FINETTI (1969): *Un matematico e l'economia*. Milan.

EDGEWORTH (1881): *Mathematical Psychics. An essay on mathematics to social sciences*.

ELLSBERG (1961): "Risk, ambiguity, and the Savage axioms". *Quarterly Journal of Economics*, 75.

FERGUSON Y GOULD (1986): *Teoría Microeconómica*. FCE, Madrid.

FERNÁNDEZ DÍAZ, PAREJO GÁMIR Y RODRÍGUEZ SAIZ (1995): *Política Económica*. McGraw Hill, Madrid.

FRIEDMAN (1967): *Ensayos sobre economía positiva*. Gredos, Madrid.

FRISCH (1926): *Sobre un problema de economía pura*. Norsk Mathematisk.

HARSANYI (1956): "Approaches to the bargaining problem before and after the theory of games: a critical discussion of Zenthen's, Hick's and Nash's theories". *Econometrica*, 24.

HAYEK (1953): *Scientisme et sciences sociales*. Plon, Paris.

HEIMS (1980): *John von Neumann and Norbert Wiener*. MIT Press, Cambridge.

HILDENBRAND (1983): *Mahematical Economics: Twenty papers of Gérard Débreu*. Cambridge University Press, Cambridge.

HIRSHLEIFFER (1975): *The economic approach to risk-benefit analysis*.

HOWARD (1992): "In praise of the old time religion". En W. Edwards (Ed.), *Utility Theories: Measurements and applications*, KAP, Boston, USA.

INGRAO E ISRAEL (1987): *La mano invisible. L'equilibrio economico nella storia della scienzia*. Laterza, Roma-Bari.

JEVONS (1871): *Theory of political economy*. Macmillan, Londres.

KAHNEMAN Y TVERSKY (1979): "Prospect Theory: an analysis of decision under risk". *Econometrica*, 47 (2).

LÓPEZ CACHERO (1995): "Algunos problemas de las teorías de la adopción de decisiones". Discurso de ingreso en la Real Academia de Doctores de Madrid, Madrid.

LÓPEZ ZAFRA (1995): *Revisión de la teoría de la decisión: las teorías de la utilidad generalizada*. Tesis doctoral, Madrid.

MACHINA (1982): ""Expected Utility" analysis without the independence axiom". *Econometrica*, 50, 277-323.

MACHINA (1989): "Dynamic consistency and non-expected utility models of choice under uncertainty". *Journal of Economic Literature*, XXVII, diciembre.

MARSCHAK (1950): "Rational behavior, uncertainty prospects and measurable utility". *Econometrica*, 18, 111-141.

MENGER (1871): *Gründsatze der Volkwirtschaftlehre*. Braulüller, Viena.

PARETO (1906): *Manuel d'économie politique*. Giard, Paris. Edición de 1927.

SAMUELSON (1948): "Consumption Theory in terms of revealed preference". *Economica*.

SAMUELSON (1950): "Revealed preference and the utility function". *Economica*.

SANTOS (1997): "Reflexiones sobre las matemáticas y la economía". En *Qué es la economía*, Ramón Febrero Ed., Pirámide, Madrid.

SARIN (1990): "Analytical issues in decision methodology". En Horowitz (Ed.): *Organization and Decision Theory*. KAP, Boston.

SCHMIDT (1990): "Game theory : an historical survey". *Revue d'économie politique*, n° 5, Paris.

SCHMIDT (1995): "Présentation". En *Théorie des jeux et analyse économique 50 ans après*. Revue d' économie politique n° 4, Paris.

SHUBIK (1955): "A comparison of treatments of duopoly problem". *Econometrica*, 23.

SHUBIK (1959): "Edgeworth maket games". En *Contributions to the theory of games IV*, Tucker y Luce Eds, Princeton, Princeton University Press.

VON MISES (1950): *Human action*. Yale University Press, New Haven.

VON NEUMANN Y MORGENSTERN (1944): *Theory of games and economic behavior*. Princeton University Press, Princeton.

WALRAS (1874-1877): *Éléments d'économie politique pure*. Guillaumin, Lausanne, Corbaz y Paris.

ZERMELO (1913): "Uber eine anwendung der mengenlehre auf die theorie des schachspiels". En *Proceedings of the Fifth International Congress of Mathematicians*.

LA GÉNESIS ADMINISTRATIVA DEL INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA 1939-1948[1]

Fernando Celestino Rey
Instituto Nacional de Estadística

Se suele decir a menudo que la Ciencia Estadística tiene mucha antigüedad pero poca historia. Ciertamente, la investigación sobre los orígenes y el desarrollo de la Estadística, se ha abordado desde múltiples enfoques. Historiadores, economistas, sociólogos han investigado sobre la estadística como disciplina académica, su aplicación a los estudios y previsión de los fenómenos económicos o su contribución al desarrollo de las ciencias sociales. Ahora bien, resulta sorprendente la escasísima bibliografía que existe sobre la historia administrativa de la Oficina Central de Estadística del Estado. Ello quizá es debido a la tradicional dificultad que se le presenta al funcionario cuando trata de escribir sobre *el techo administrativo que le cobija*[2].

Concretamente, sobre los orígenes del Instituto Nacional de Estadística, solamente existe en la bibliografía, una breve referencia histórica del Estadístico

---

[1] Esta ponencia es una sinopsis de un trabajo del mismo autor que está en curso de preparación y cuya publicación se pretende coincida con el Centenario del Cuerpo de Estadísticos Facultativos en el año 2002.

[2] Sobre el particular sólo existen tres libros de referencia:

- *Historia del INE*. MANUEL GARCÍA ÁLVAREZ. INE. Madrid, 1981.
- *Resumen histórico de la Estadística en España*. ANSELMO SANZ SERRANO. INE. Madrid, 1956.
- *La Estadística en los períodos constitucionales*. ISABEL SANCHEZ CASADO. Movinter. Madrid, 1984.

Facultativo Manuel García Alvarez —que vivió en primera persona dichos acontecimientos— el cual se limita a señalar que en 1942 se creó una Comisión de funcionarios para estudiar el anteproyecto de la ley de Estadística y que tras una Asamblea de funcionarios (de los Cuerpos de Estadística) —de la cual no se da ninguna información— se consiguió llevar a buen puerto la mentada ley que finalmente fue promulgada en el BOE del 3 de enero de 1946.

Finalmente, cabe decir que el estudio de los avatares administrativos y *la peregrinación competencial* de la estadística a través de la Administración del Estado del nuevo Régimen, pueden arrojar luz sobre aspectos poco conocidos —o desconocidos— de la configuración de aquel Régimen y sobre las circunstancias que concurrieron en la creación del INE a finales de 1945.

ANTECEDENTES HISTÓRICOS (1936-1939)

Al estallar la Guerra Civil en Julio de 1936, los trabajos de la Subdirección General de Estadística —adscrita al Ministerio de Trabajo, Justicia y Previsión Social— sufre una brusca interrupción puesto que España queda dividida en dos zonas enfrentadas. En lo que respecta a la denominada Zona Nacional, tras algunos balbuceos administrativos, se asigna la competencia de la estadística oficial al Ministerio de Organización y Acción Sindical creado por la Ley de 30 de enero de 1938 que reestructuró la Administración del Estado, de resultas de la cual se formó el primer gobierno que presidió el Jefe del Estado Francisco Franco.

El citado Ministerio tuvo su sede en la ciudad de Santander a partir del mes de Marzo de dicho año. Posteriormente, por Decreto de la Presidencia del Gobierno de 13 de Mayo de 1938 (BOE del 29) se estructuró dicho Ministerio «hasta tanto se establezca la nueva organización sindical»; su artículo séptimo creó el Servicio Nacional de Estadística[3] (SNE) que «abarcará todas (las estadísticas) que se efectúen oficialmente en España, que se centralizarán en este Servicio. La recogida de datos, salvo en los casos en que sea necesaria la participación de otros Departamento ministeriales, se hará a través de los Sindicatos».

Cabe señalar que, aunque el Jefe nominal del SNE fue un militar, el comandante Alejandro Llamas de Rada (que desempeñaba simultáneamente el

---

[3] Un Servicio Nacional equivalía administrativamente a Dirección General vocablo que se había suprimido para no utilizar ningún término que evocase la política tradicional.

cargo de Jefe del Servicio Nacional de Emigración), el *alma estadística* de dicho servicio y quién dirigió los trabajos estadísticos —e incluso redactó los borradores de las normas administrativas de organización del mismo—, fue el profesor Olegario Fernández-Baños catedrático de Estadística en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid y Jefe del Servicio de Estudios del Banco de España, quién el día 7 de Noviembre de 1937, había entrado en la Zona Nacional por Irún después de una azarosa huida de la zona republicana[4].

Examinaremos seguidamente la disputa que nunca llegó a ser dramática pero que tuvo gran importancia para el desarrollo de la actividad estadística del Estado, entre los falangistas y el resto de las fuerzas políticas que apoyaban al Régimen en cuanto a la estructura sindical que debía adoptarse. La principal cuestión era si los Sindicatos —que eran un Servicio de FET y de las JONS— iban a estar supeditados al Partido Unificado según la más pura doctrina nacional-sindicalista o si iban a formar parte del nuevo Estado a través de sus órganos ministeriales. Gran parte de estas disquisiciones conceptuales concluyeron sin embargo en una especie de confusionismo definitorio en el que cayeron los principales dirigentes falangistas. En lo que ambas tendencias coincidían era en un mismo propósito, el encuadramiento de los trabajadores para realizar un programa que se declaraba revolucionario. Por eso se había creado un Ministerio de Organización y Acción Sindical y no uno de Trabajo.

Ahora bien, para dar un contenido social a la *revolución nacional* era necesario una declaración de principios para uso propagandístico, lo suficientemente genérica como para que no introdujera motivos de conflicto en la coalición de fuerzas políticas que sustentaban la zona nacional. Como consecuencia de este estado de cosas, por Decreto de 9 de Marzo de 1938 de la Jefatura del Estado (BOE del 10) se promulgó el Fuero del Trabajo primera en el tiempo de las llamadas leyes Fundamentales del Régimen franquista. En el punto octavo de su título XIII aparece el vocablo *estadística* al ordenar que «corresponde a los Sindicatos suministrar al Estado los datos precisos para elaborar las estadísticas de producción».

---

[4] Sobre el Servicio Nacional de Estadística, tema aún inédito, así como sobre la labor desarrollada por el Profesor Fernández-Baños, existe un trabajo en preparación del autor de este artículo (en colaboración). También, puede consultarse un artículo del autor de esta ponencia en la revista “Fuentes Estadísticas” editada por el INE, N° 50, pp. 15-16.

LA DIRECCIÓN GENERAL DE ESTADÍSTICA

PERÍODO 1939-1941

Cuatro meses después de terminada la Guerra Civil, se promulga la Ley de 8 de agosto de 1939 que estructura de nuevo la Administración del Estado y se crea un nuevo Ministerio, el de Trabajo, nuevo en relación con los existentes; desaparece el Ministerio de Acción y Organización Sindical y se confirma a la Organización Sindical en su parcela de información numérica. En efecto, el artículo 6º de dicha Ley dice: «El Ministerio de Trabajo comprenderá las Direcciones General de Trabajo, de Jurisdicción en el Trabajo, de Previsión y de *Estadística*. Pasarán a depender del Servicio de Sindicatos, de la Falange Española Tradicionalista y de las JONS, todos los asuntos relacionados con las actividades sindicales». Aunque después los acontecimientos tomasen otros derroteros, parecía que los Sindicatos iban a dirigir la política social y la legislación sobre el ordenamiento laboral.

De hecho, las funciones del todavía no existente Ministerio de Trabajo estaban adscritas orgánicamente al Ministerio de Agricultura, cuya cartera ocupaba un ingeniero de derechas y neofalangista, Joaquín Benjumea Burín. Esto a su vez, era una indicación más de la limitada importancia que se atribuía al Ministerio de Trabajo puesto que ni siquiera se nombró un titular del mismo[5].

Se tiene muy poca información sobre esta etapa de la Dirección General de Estadística. Sabemos que fue nombrado Director General, el antes mencionado Alejandro Llamas de Rada y que el trabajo más importante que se encaró fue la realización del Censo de Población de 1940 cuyas cifras oficiales son aún en la actualidad objeto de discusión apasionada.

Llegados a este punto, debemos hacer una digresión para explicar, aunque sea muy brevemente, debido a la importancia que este reparto de competencias tuvo para el futuro del INE, la estructuración de los servicios de Estadística en la naciente Organización Sindical. Así, debe mencionarse la Ley de Bases de la Organización Sindical de 6 de diciembre de 1940 (BOE del 7) que puede considerarse como la Ley de Constitución de los Sindicatos nacional-sindicalistas. Su artículo 16º, apartado sexto dice: (los sindicatos tendrán a cargo las siguientes funciones) «cooperar a la formación de estadísticas sobre las condiciones de

[5] Podríamos incluso afirmar que la Dirección General de Estadística era el organismo más importante y con más actividad (tendría entonces unos 300 funcionarios, 100 en Madrid y 200 en las Delegaciones Provinciales) del Ministerio de Trabajo siendo el resto de sus servicios prácticamente inexistentes y vacíos de contenido.

trabajo y de la producción, situación del mercado y cuantas gestiones de carácter económico-social puedan ilustrar las decisiones de la Organización Sindical y del Gobierno».

Para recopilar la información estadística necesaria para los fines de la naciente Organización Sindical, se instituyó en su seno, en Octubre de 1940, el Servicio Nacional de Estadística y Colocación, posteriormente, en diciembre de 1944, se dividió este Servicio en dos: el Servicio Nacional de Encuadramiento y Colocación y el Servicio Nacional de Estadística que poco después cambio su epíteto *Nacional* por el de *Sindical*. Al frente del primero de estos Servicios fue nombrado el comandante de Ingenieros José Luis de Corral Saiz.

PERÍODO 1941-1945

La crisis política de Mayo de 1941

El antagonismo entre el Ejército y la Falange desemboca en la crisis de Gobierno de mayo de 1941, quizá la más difícil y larga que tuvo que gestionar Franco. La resolución de la misma se salda con un aparente reforzamiento del sector falangista con el acceso a la cartera del Ministerio de Trabajo de José Antonio Girón de Velasco y el nombramiento de José Luis Arrese para ocupar el cargo largo tiempo vacante del Secretario General de FET y de las JONS[6].

Con la destitución, en julio de 1941, del Delegado Nacional de Sindicatos, Gerardo Salvador Merino, se desencadenó una dinámica administrativa en la cual fue el Ministerio de Trabajo —y no la Organización Sindical— la que empezó a dar bulto y forma a la política social del Régimen, algo que al parecer prefería el mismo Franco. Éste confiaba en la lealtad de Girón por muy demagógicas que fueran sus manifestaciones públicas.

Nombrado Girón Ministro de Trabajo el 19 de mayo de 1941 procede a reestructurar el Ministerio, nombrando a José Luis de Corral Saiz[7] Director General de Estadística por Real Decreto del Ministerio de Trabajo de 11 de julio de 1941 (BOE del 31). Ello no quiere decir que De Corral cesase en su puesto

[6] …y con el nombramiento de Subsecretario de la Presidencia del Gobierno al capitán de navío Luis Carrero Blanco quién con el paso del tiempo se reveló como el número dos del Régimen.

[7] Es de destacar la juventud de José Luis de Corral puesto que sólo tenía 32 años, solo superados por los 30 años que tenía Girón al ser nombrado Ministro. Estas edades que hoy que pueden resultar chocantes para ocupar puestos de responsabilidad, deben de ser puestas en el contexto de la época cuando se incorporaron a puestos en la Administración los excombatientes de la guerra civil.

de Jefe del Servicio Sindical de Estadística. Por el contrario simultaneó los dos cargos (uno en el Partido y otro en el Estado) cuestión que por entonces no era algo anómalo. De Corral, de ideología falangista era íntimo amigo de Girón. Al parecer, dicha amistad se había fraguado durante la guerra civil en los combates del otoño de 1936 y principios de 1937 que tuvieron como lugar el norte de la provincia de León lindante con Asturias.

De la personalidad de José Luis de Corral cabe destacar sus grandes cualidades de liderazgo lo que le permitió generar ilusión en los funcionarios de los Cuerpos de Estadística. Estos de forma entusiasta apoyaron a su Director, aunque cabe destacar, de entre ellos, la labor desarrollada por José Ros Jimeno quién aportó su gran experiencia estadística y administrativa en la consecución de la necesaria reforma del aparato estadístico del Estado.

Los primeros pasos de la gestión del nuevo Director General

De entrada cabe decir que, los testimonios orales recabados, coinciden en señalar la importante autonomía de gestión que tuvo De Corral al frente de la Dirección General de Estadística. Girón absorbido por su ingente tarea de creación de economatos, reglamentaciones del trabajo, mutualidad, universidades laborales, seguros de enfermedad, etc... delegó en su amigo la reforma de la Dirección General de Estadística. A principios de 1942, se creó, en el seno de la Dirección General, una Comisión de funcionarios de Estadística para el estudio del Anteproyecto de la Ley de Estadística. Así, durante los días del 6 al 12 de julio de 1942, se celebró en el salón de conferencias de la Delegación Provincial de Educación de Falange Española Tradicionalista y de las JONS (antiguo Ateneo, calle del Prado, 21) la primera Asamblea de los Cuerpos de Estadística. En ella se debatieron un determinado número de asuntos concretos referidos al servicio estadístico y se intercambiaron impresiones sobre las futuras líneas directrices de la Ley que se estaba elaborando. También, puede resultar oportuno destacar, que las nuevas promociones de universitarios matemáticos que, a partir de 1941 van integrándose en la Estadística oficial, siente la necesidad de, partiendo desde cero, transformar el panorama estadístico español, haciéndole progresar e incorporando a la elaboración estadística nuevas técnicas y nuevos aires muchos de los cuales vienen de otros países más avanzados científicamente.

Examinaremos seguidamente los factores que coadyuvaron a la creación del INE.

(*a*) El panorama internacional.

En el ámbito internacional, puede decirse que la tendencia al establecimiento de un órgano central estadístico era general. Así, además de los países que tenían un régimen totalitario, los países democráticos de mayor relevancia caminaban por dicha senda, unas veces para centralizar una política económica que combatiese los efectos de la Gran Depresión de 1929, como en Estados Unidos, donde se crea en 1933 la Oficina Central de Estadística; de igual manera en Gran Bretaña se instituye en 1941 la Oficina del mismo nombre dentro del Gabinete de Guerra.

(*b*) El contexto nacional.

Es evidente que la mayor intervención del nuevo Estado en la actividad económica creaba la necesidad de un organismo estatal estadístico de orden superior que respondiese a dos imperiosas exigencias: la centralización de los servicios y su dependencia directa de la Presidencia del Gobierno: la primera era una condición técnica y la segunda una base jurídica indispensable para la eficaz coordinación de los trabajos estadísticos realizados por los Ministerios y otros organismos oficiales.

Así, ya la Orden del Ministerio de Trabajo de 2 de julio de 1941 (BOE del 3) que recordaba la obligatoriedad para todos los centros, organismos oficiales y empresas privadas de facilitar los datos de carácter económico que les fuesen requeridos por la Dirección General de Estadística, establecía en su preámbulo que «(…) aunque la creación de la Dirección General de Estadística había marcado una notable tendencia a la centralización estadística, ella, en su día, habría de culminar en una reorganización amplia y profunda de los servicios estadísticos inspirada en las normas políticas esenciales del nuevo Estado».

También, ofrece interés reseñar que la presencia expresa de la estadística como función esencial del Estado en las tareas del Consejo de Economía Nacional, creado por Ley de 4 de junio de 1940 «como organismo autónomo de trabajo consultivo, asesor y técnico en todos los asuntos que afecten a la economía nacional», favorecía la unificación administrativa de las investigaciones estadísticas de interés nacional.

Por otra parte, un cierto número de catedráticos, y de interesados en la ciencia económica insistían también en la creación de un órgano centralizador estadístico. La propia denominación de *Instituto Nacional de Estadística* ya había sido adelantada por algunos de ellos, entre otros el precitado profesor Olegario Fernández-Baños.

A lo largo de los años 1943 y 1944, se fue desgranando el articulado del Anteproyecto de la Ley de Estadística pero no acababan de vencerse algunas resistencias administrativas, especialmente de algunos Ministerios, que entendían que la creación del INE podría suponer un menos-cabo de sus competencias. Veremos seguidamente cual fue el contexto político que propició la aprobación de la Ley de Estadística.

El inicio de la etapa constituyente del Régimen

El anteproyecto de Ley de Estadística fue sometido a consulta de diversos organismos y profesores universitarios. Manuel García Alvarez en el libro precitado dice: «(...) no fueron pocas las discusiones a que dio lugar el proyecto de referencia, pero, por fin, obtuvo éste al cabo de unos años —que parecían interminables—, la aprobación de las Cortes Españolas en 31 de diciembre de 1945».

¿Cuáles pudieron ser los factores o circunstancia que desbloquearon la tramitación de dicha Ley? Todo parece apuntar a que fue la necesidad de establecer ex-novo un Censo Electoral lo que hizo imperiosa la necesidad de crear el INE, dependiente de la Presidencia del Gobierno a través de su Subsecretaría[8]. El aumento de recursos materiales, humanos y presupuestarios necesarios para elaborar el Censo Electoral imponían la creación del INE[9].

Con la derrota de las potencias del Eje en mayo de 1945, el Régimen político español ha de dar un viraje en lo político. Se regula la participación teórica de los ciudadanos en la política y se acomodan las instituciones del Régimen a las nuevas fuerzas políticas. Así, el 22 de octubre de 1945 se promulga la Ley de Referéndum «que se llevará a cabo entre todos los hombres y mujeres de la Nación, mayores de veintiún años» que es el prólogo administrativo a la Ley de Sucesión puesta a votación el 6 de julio de 1947 en referéndum nacional y que lleva fecha de 26 de julio.

En este contexto, la Ley de 22 de diciembre de 1945, autorizó al Gobierno para la elaboración del censo electoral; anteriormente, un Decreto de 29 de septiembre de 1945 dio normas para la formación del censo electoral de cabezas de familia para elegir concejales. Finalmente, un Decreto de 1 de mayo de 1946 ordenó la formación del censo de residentes mayores de edad (21 años) que habría de servir de base para la aplicación del mentado referéndum.

---

[8] Aunque el cargo de Subsecretario de Presidencia de Gobierno ocupado por Carrero Blanco no tuvo rango ministerial hasta julio de 1951, ejercía de hecho funciones políticas de rango superior a su nivel administrativo.

[9] Resulta oportuno comentar que a lo largo de la historia del INE, en 1986 y en 1994, el incremento de sus recursos también fue propiciado por la modernización de la gestión del Censo Electoral.

LA TRAMITACIÓN LEGISLATIVA DE LA LEY DE ESTADÍSTICA DE 1945[10]

Para la mejor comprensión de este epígrafe, interesa decir que las Cortes del Régimen instaurado después de la Guerra Civil fueron creadas por la Ley de 17 de julio de 1942. Los procuradores a Cortes lo fueron en razón de su cargo administrativo, por designación de la Organización Sindical (el denominado "tercio sindical"). Los procuradores por el "tercio familiar" elegidos por sufragio entre los electores cabezas de familia solo concurrieron a las Cortes a principios de los años cincuenta.

El Proyecto de Ley sobre organización de la Estadística oficial y creación del Instituto Nacional de Estadística (sic) fue aprobado en el Consejo de Ministros que tuvo lugar el 24 de noviembre de 1945 y se publicó en el Boletín Oficial de las Cortes el 3 de diciembre de 1945 dándose un plazo de diez días a los procuradores para presentar enmiendas a la Ponencia encargada del estudio del Proyecto. La citada Ponencia estuvo compuesta por tres procuradores uno de los cuales fue el mismo Director General de Estadística, José Luis de Corral Saiz (¡!). Esto que hoy sería inimaginable debe ponerse en el contexto legal de aquel entonces ya que José Luis de Corral era procurador en Cortes por el "tercio sindical" en razón de su cargo como Jefe del Servicio Sindical de Estadística.

El informe de la Ponencia sobre la Ley tiene fecha de 14 de diciembre y en ella se recogieron algunas modificaciones al articulado de la Ley. De la asombrosa rapidez con la cual se tramitó dicha Ley nos da la explicación el Boletín Oficial de las Cortes del 18 de diciembre de 1945 puesto que fue la Comisión de Presupuestos (y no la de Administración Pública) la que examinó el informe de la Ponencia y lo ha elevado a la Presidencia de las Cortes. Y ello fue así, porque la Ley iba a aprobarse junto a la Ley de Presupuestos para el ejercicio económico de 1946.

Así las cosas, en el Pleno de las Cortes de 29 de diciembre de 1945 —en la cual se aprobó la citada Ley de Presupuestos—, se aprobó, sin debate, la Ley de Estadística. Se observa en el Boletín Oficial de las Cortes que, en ese pleno, fueron leídos y se aprobaron un gran número de dictámenes de las Comisiones (Presupuestos, Hacienda, etc…) en las cuales se procedía a modificar plantillas,

[10] Quiero agradecer a los funcionarios del Archivo del Congreso de los Diputados su diligencia en la localización y remisión de la documentación administrativa referente a dicha tramitación.

habilitar créditos, conceder pensiones, etc...[11]; uno de los dictámenes de la Comisión de Presupuestos era la propia Ley de Estadística antes mencionada.

Por todo lo anteriormente expuesto, la Ley de Estadística tiene fecha de 31 de diciembre de 1945 puesto que fue aprobada en bloque con la Ley de Presupuestos que fue sancionada por el Jefe del Estado en dicha fecha, publicándose en el BOE del 3 de enero de 1946.

Creemos pues haber puesto en evidencia que la Ley de Estadística fue aprobada con toda urgencia para sentar las bases del nuevo Instituto Nacional de Estadística, organismo encargado de la confección del Censo Electoral (o mejor en plural, puesto que existieron dos, el de residentes mayores de edad y el de cabezas de familia) en los plazos marcados[12] para celebrar el trascendental referéndum por el que se aprobó la Ley de Sucesión, aunque el mismo plantease como un "sí" a Franco.

El artículo primero de la Ley de Estadística adscribía el INE a la Presidencia del Gobierno —a través de su Subsecretaría— con el fin de centralizar las estadísticas de interés público, aunque, de paso, la competencia sobre el Censo Electoral también fuese una cuestión de importancia no desdeñable en esta nueva adscripción administrativa del INE. Por otra parte, la disposición transitoria primera de la ley dispuso que en un plazo no superior a seis meses contados a partir de la promulgación de la misma, se dictaría el correspondiente Reglamento que la desarrollase. Veremos seguidamente que estos "seis meses" se convirtieron en dos años; cabría pensar ante este hecho que pasadas las *urgencias electorales*, las "cosas de la estadística" podían esperar.

Para debatir sobre el anteproyecto del Reglamento, así como todo lo relativo al Censo Electoral de cabezas de familia recientemente confeccionado, tuvo lugar en la Diputación de León[13] durante los días 17 al 22 de febrero de 1946, la segunda Asamblea de los Cuerpos de Estadística. El Reglamento de la Ley

---

[11] Se trataba pues de medidas contenidas en lo que comúnmente se denomina hoy en día "Ley de Acompañamiento a los Presupuestos" (en puridad jurídica, "Ley de Medidas urgentes de carácter económico y social").

[12] Conviene recordar que, por aquel entonces, el período entre dos sesiones plenarias de las Cortes era de varios meses; de lo cual debe deducirse que de no haberse aprobado la Ley de Estadística junto a la de Presupuestos el 31 de diciembre de 1945, su aprobación se hubiese pospuesto hasta bien entrado el año 1946.

[13] La razón de elegir esta ciudad reside en que, en la misma, reposan los restos de San Isidoro de Sevilla, patrón de los profesionales de la estadística.

de Estadística —después de numerosos vaivenes administrativos—, fue aprobado por Decreto de 2 de febrero de 1948 (BOE del 25 de marzo).

Para finalizar, diremos que el capítulo XVI del Reglamento regulaba las funciones del Servicio Sindical de Estadística. Más concretamente, su artículo 127 decía que «la función de suministrar los datos precisos para las estadísticas de producción[14], asignada a los Sindicatos en el punto 8 de la declaración XII del Fuero del Trabajo, será ejercida por el Servicio Sindical de Estadística (…)». El artículo 13 del citado reglamento introducía a su vez un matiz importante: «Los datos que requiere el Servicio Sindical de Estadística (…) se considerarán como datos requeridos por el Instituto a los efectos de colaboración pública».

En otras palabras, la competencia administrativa de las estadísticas de producción residía en el Estado —el INE— y lo que se delegaba en el Servicio Sindical de Estadística era la gestión de las mismas. Debido a esta delegación de competencias, cuando en el bienio 1977-78 se suprimió administrativamente la Organización Sindical, *las estadísticas delegadas de producción* fueron asumidas por el INE.

José Luis de Corral no pudo ver su obra culminada puesto que cesó como Director General del INE en diciembre de 1946[15], pero debe tener un sitio preferente entre los forjadores de la Estadística oficial en España.

---

[14] Estadísticas industriales en la terminología actual.

[15] Al cesar como Director General del INE fue nombrado Comisario General de Abastecimiento y Transportes y, con posterioridad Vicepresidente del Instituto Nacional de Previsión. En febrero de 1954, fue nombrado Secretario General del Instituto Nacional de Industria (INI) (en ese momento, cesa como Jefe del Servicio Sindical de Estadística), Vicepresidente del INI en noviembre de 1963.

PRIMEROS INTENTOS PARA LA ORGANIZACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA EN ESPAÑA: CURSOS DE ESTADÍSTICA Y SUS APLICACIONES (1950-1952)

Mª Carmen Escribano Ródenas
Universidad San Pablo CEU
Ana Isabel Busto Caballero
IES Victoria Kent

RESUMEN

La Estadística en España hasta 1952 se venía impartiendo como materia organizada de estudio, exclusivamente a nivel universitario, y sólo en algunos centros. En las Facultades de Ciencias Matemáticas tenían un curso de cálculo de probabilidades y otro de Estadística Matemática, en la Facultad de Ciencias Políticas y Económicas, había un curso de Estadística Teórica y otro de Métodos Estadísticos; también había algunos otros cursos de Métodos Estadísticos en diversas facultades como la de Medicina, Pedagogía, …; y entre las diversas Escuelas Especiales, Técnicas y Escuelas de Comercio, donde también se impartía algo de Estadística, cabe destacar la Escuela de Ingenieros Industriales de Madrid, en la que se introdujo en 1924 la enseñanza de las aplicaciones industriales de la Estadística.

Al final de los años 40, curso 1949-50, se consigue poner en marcha, durante tres años unos cursos de Estadística y sus aplicaciones, organizados por la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad de Madrid, y patrocinados por diversas instituciones tanto públicas como privadas.

Este trabajo tratará de poner de manifiesto el estado de la Estadística en España como disciplina científica durante la primera mitad del siglo XX, tanto a nivel docente, como a nivel investigador y a nivel de aplicaciones, resaltando la labor de los Cursos de Estadística organizados durante los años 49-50, 50-51 y 51-52.

LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA EN ESPAÑA ANTES DE 1950

Los estudios estadísticos y económicos en España durante el primer tercio del siglo XX estuvieron impartidos por las Facultades de Derecho y las Escuelas de Comercio lo que les privó de rigor matemático y les impidió avanzar con las corrientes científicas internacionales. Casi sin darse cuenta España se había quedado al margen de la revolución probabilística y de su influencia en todas las Ciencias: Físicas, Biológicas, Sociales… y por supuesto Matemáticas. (Cabe destacar como excepción, la introducción, en 1924, por D. José Antonio de Artigas Sanz de la enseñanza de las aplicaciones industriales de la Estadística y sus fundamentos en la Escuela de Ingenieros Industriales de Madrid, Escuela en la que en el citado año, D. José Antonio obtiene una Cátedra de Profesor Titular e imparte la asignatura “Estadística Fundamental y Aplicada”).

Para empezar a remediar este grave problema, entre 1931 y 1932 se da el primer curso de Estadística Matemática en la Facultad de Ciencias de la Universidad Central de Madrid, lo imparte D. Esteban Terradas que elige el libro de Von Mises como libro de texto para probabilidades y el de Darmois, casi único libro sobre esta materia, para Estadística. Simultáneamente con este curso imparte otro en la Facultad de Derecho. Estos cursos introdujeron las nuevas corrientes europeas y explicaron los trabajos de Fisher, Finetti y Kolmogoroff que estaban siendo publicados por entonces en las más prestigiosas revistas científicas internacionales.

El curso siguiente 1932/33, D. Olegario Fernández Baños fue designado para explicar la Cátedra de Estadística de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid, Cátedra que obtiene por oposición el 14 de febrero de 1934 y de la que toma posesión el 20 del mismo mes, resultando ser el primer y entonces único catedrático de Estadística en España de las Facultades de Ciencias.

A la vez que cumplía con sus funciones de catedrático, D. Olegario trabajaba como director del Servicio de Estudios del Banco de España, circunstancia que le llevó a orientar los estudios estadísticos más hacia las aplicaciones económicas concretas que a introducir las nuevas corrientes internacionales con gran contenido teórico.

En 1946 muere D. Olegario Fernández Baños y por un año cubre su vacante en la Cátedra D. Esteban Terradas aunque no oposita a ella.

El 5 de junio de 1948 D. Sixto Ríos toma posesión de la Cátedra de Estadística Matemática de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid, a la que accede por oposición. Desde el primer momento, D. Sixto se convence de que la labor formativa en tal Cátedra debe separarse de la línea tradicional de una Cátedra de Matemática Pura, y dedicarse a tres objetivos básicos: enseñanza, investigación y aplicación. Su empeño es, desde el principio, elevar el nivel de la Estadística en España y hacer que aquí lleguen y se apliquen los métodos estadísticos más modernos.

En 1950 ya existen en España diversos cursos de Estadística Aplicada que se imparten en distintas Facultades, Escuelas de Ingenieros y Escuelas de Comercio: Un curso de Cálculo de Probabilidades y otro de Estadística Matemática en las Facultades de Ciencias Matemáticas, un curso de Estadística Teórica y otro de Métodos Estadísticos en la Facultad de Ciencias Económicas así como otros cursos de Métodos Estadísticos en las Facultades de Medicina y Pedagogía y en algunas Escuelas de Ingenieros y Escuelas de Comercio.

Estos cursos, distribuidos entre tan variados organismos docentes, no tienen conexión entre sí, sino que varían sus contenidos, nomenclaturas y aplicaciones según el especialista que los explica y la Facultad o Escuela en donde son explicados. La mayoría de estos cursos son elementales y de carácter práctico, con poco bagage teórico, excluyendo los de la Facultad de Ciencias Matemáticas que tienen un carácter fundamentalmente teórico y utilizan unas Matemáticas demasiado elevadas para un alumno al que sólo le interesen las aplicaciones estadísticas concretas.

Para intentar paliar esta situación y teniendo en cuenta que para estas fechas ya es universalmente reconocida la Estadística como un instrumento esencial para la investigación científica en campos tan diversos como la Agricultura, la Biología, la Medicina, la Física, la Química, la Economía, las Ciencias Sociales y casi cualquier otra Ciencia, la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid organiza, de Febrero a Mayo de 1950 una serie de cursos sobre Estadística y sus aplicaciones. Estos cursos se realizan a título de ensayo, se continuarán o no en años sucesivos según la acogida que tengan entre los estudiantes y según el número de alumnos matriculados; también podrán sufrir modificaciones para adaptarse a los intereses de los alumnos.

CURSOS DE ESTADÍSTICA Y SUS APLICACIONES (FEBRERO-MAYO 1950)

Aunque estos cursos, en principio, son un proyecto de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid, no se hubieran podido llevar a cabo sin la colaboración de Profesores de otros Centros y sin el apoyo económico de diversos organismos como los siguientes: El Instituto Nacional de Estadística, el Departamento de Estadística del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, la Facultad de Ciencias Económicas, el Banco de España, el Instituto Nacional de Previsión, la Comisaría General de Abastecimientos y Transportes, la Cámara Oficial de Comercio de Madrid, y las casas I.B.M. y Remington Rand.

Como director de los cursos es nombrado el Profesor D. José Álvarez Ude y como secretario D. Enrique Cansado.

Las clases se impartirían diariamente de 7 a 9 de la tarde en los edificios de la Universidad de Madrid, en la calle de San Bernardo número 51.

La matrícula individual para todos los cursos o algunos de ellos es de 50 pts., aunque también se admiten matrículas colectivas para los funcionarios de diversos Centros y Empresas por un importe global de 500 pts. Los Centros patrocinadores de los Cursos tienen derecho a matrícula colectiva gratuita para sus funcionarios. La inscripción se podía hacer en la Secretaría de la Universidad de Madrid sólo por las tardes de 7 a 8, del 20 al 30 de enero de 1950.

Se diseñaron dos tipos de cursos: básicos y especiales.

Cursos básicos:

"Complementos de Matemáticas", por D. José G. Álvarez Ude, Catedrático de la Facultad de Ciencias (Dos horas semanales, 20 lecciones).

"Curso de Estadística Matemática", por D. Sixto Ríos, Catedrático de la Facultad de Ciencias y Jefe del Departamento de Estadística del Consejo Superior de Investigaciones Científicas (Dos horas semanales, 15 lecciones).

"Cursos de Métodos Estadísticos". por D. Enrique Cansado, Profesor de la Facultad de Ciencias y Jefe de la Sección de Metodología del Instituto Nacional de Estadística (Dos horas semanales, 20 lecciones).

"Trabajos prácticos de Estadística y Matemáticas", por D. Francisco Azorín, Profesor de la Facultad de Ciencias y Especialista de la Sección de Metodología del Instituto Nacional de Estadística.

Cursos especiales:

"Probabilidades geométricas", cuatro conferencias dadas por D. Sixto Cámara, Catedrático de la Facultad de Ciencias.

"La Estadística y la Econometría", tres conferencias dadas por D. José Castañeda, Catedrático de la Facultad de Ciencias Económicas y de la Escuela de Ingenieros Industriales de Madrid.

"La Estadística en la Economía de los negocios", tres conferencias a cargo de D. Antonio de Miguel, miembro del Instituto Internacional de Estadística.

"Métodos de cómputo de la Renta Nacional", cuatro conferencias dadas por D. José Ros, Actuario y Jefe del Servicio de Estudios del Instituto Nacional de Estadística.

"Estadística pedagógica", seis conferencias a cargo de D. José Royo, Vicesecretario del Consejo Superior de Investigaciones Científicas.

"Estadística aplicada a la Experimentación científica", seis conferencias dadas por D. Angel Anós, miembro del Consejo Superior de Investigaciones Agronómicas.

"Estadística aplicada a la Economía de las empresas", seis lecciones a cargo de D. Joaquín Tena, Profesor de la Facultad de Ciencias Económicas y Estadístico Facultativo.

"Control de Calidad" (Aplicaciones industriales de la Estadística), seis lecciones por D. Enrique Blanco, Profesor de la Facultad de Ciencias Económicas y Doctor en Exactas.

"Biometría", seis lecciones por D. Angel Vegas, Profesor de la Escuela de Comercio y de la Facultad de Ciencias Económicas.

"Mecanización de un Servicio de Estadística", tres conferencias a cargo de D. Juan Béjar, Doctor en Ciencias Exactas y Actuario del Instituto Nacional de Previsión.

"Aplicación del Cálculo de Probabilidades a problemas de Aviación", dos conferencias a cargo de D. I. Aldanondo, Profesor de la Facultad de Ciencias.

Conferencia inaugural de los Cursos:

El 3 de febrero de 1950 se inauguran los Cursos de Estadística y sus aplicaciones con la conferencia: "La Estadística: sus fines, sus aplicaciones, su enseñanza" que pronuncia el Profesor Maurice Fréchet, profesor de Estadística de la Sorbona, Universidad de París. En ella, después de citar algunos de los problemas que la ciencia y la técnica plantean al estadístico y de hacer notar a sus oyentes que éstos cada vez van siendo mayores en número, en variedad y en dificultad, dice:

> "*Para responder a algunos de estos problemas, la ciencia estadística tiene procedimientos generales, que se basan en la teoría de probabilidades y cuando se plantean otros nuevos, todavía no tratados por ella, es el Cálculo de Probabilidades el que proporcionará las bases de la solución; los procedimientos de la estadística tienen una forma matemática, pero se basan en hipótesis o convenciones simplemente plausibles. Es necesario conocer las demostraciones de los procedimientos para juzgar su plausibilidad y se necesita haberlos practicado por sí mismos para conocer su eficacia…Más todavía, es necesario saber qué grado de confianza se puede conceder a estos procedimientos, lo cual se conseguirá si se tiene un conocimiento no sólo de las reglas de la Estadística, sino también de la justificación de las mismas y con una visión más profunda que la adquirida por una rutina cotidiana*".

Inauguración de los Cursos de Estadística y sus Aplicaciones. De izquierda a derecha, los señores: Artigas, San Miguel de la Cámara, Alcázar, Fréchet, Ríos, Melón, Ros y Lasheras

A continuación menciona cómo la enseñanza de la Estadística ha de tener en cuenta estas dos facetas: la teórica y la práctica, ya que ambas se necesitan y se complementan a la vez; para ilustrarlo, el Profesor Fréchet pone el siguiente ejemplo:

> "*Sucede bastante frecuentemente, que en un Instituto especializado en psicología experimental, economía política, etc., se siente la necesidad de iniciar a los estudiantes en la Estadística y, entonces, generalmente se confía la enseñanza a uno de los miembros de dicho Instituto. Es ésta, una manera de proceder que puede tener éxito y que tiene la ventaja de la sencillez; pero frecuentemente el profesor improvisado se limita a ponerse rápidamente al corriente de las reglas estadísticas que son más útiles para su especialidad, a enseñarlas y ponerlas en práctica. De ello resultarán los peligros que he señalado más arriba: que el Profesor y los alumnos crean en la certeza de estas reglas, sean incapaces de darse cuenta de sus limitaciones y, aún más, incapaces de tratar un caso nuevo por las mismas reglas*".

Continúa diciendo que es muy importante que los estudiantes, y por supuesto los profesores sigan una enseñanza teórica de los métodos generales de la Estadística antes de abordar una aplicación particular. Hace hincapié en que para llevar a cabo este proyecto es necesario organizar apropiadamente la enseñanza de la Estadística en España.

Para terminar la conferencia, el Profesor Fréchet expone los principios que han sido la base de la organización de la enseñanza de la Estadística en París, ciudad donde tiene su Cátedra.

Conferencia de clausura:

Al finalizar los Cursos de Estadística y sus aplicaciones, en Mayo de 1950, se pronuncia la conferencia de clausura que está a cargo de D. Sixto Ríos, Catedrático de Estadística de la Facultad de Ciencias de la Universidad Central de Madrid, su tema es: "Necesidad de una Escuela de Estadística".

En ella informa del rotundo éxito de los Cursos de Estadística y sus aplicaciones, muy superior al que se esperaba mientras se hacían los planes para organizarlos. El número de asistentes, su interés y su constancia daban prueba de que entre los estudiantes y los profesionales españoles se había creado una profunda conciencia de la importancia de los estudios estadísticos, ya que en los Cursos no se otorgaba ningún diploma que hiciera atractiva su participación en ellos ni se obtenía ningún otro beneficio académico o profesional que no fuera la formación estadística básica que se adquiría.

Este éxito obliga moralmente a los organizadores de los Cursos a seguir instruyendo en temas estadísticos a todo aquel que quiera profundizar en esta materia así como a atender las necesidades básicas de nuevos interesados, por lo que se hace indispensable organizar, de manera eficaz y definitiva, la enseñanza de la Estadística en nuestro país.

D. Sixto Ríos

Después de analizar situaciones semejantes en otros países, D. Sixto Ríos expone que la solución más adecuada para España sería la creación de una Escuela de Estadística organizada dentro de la Universidad, pero sin estar vinculada a ninguna Facultad determinada, pues hacerla depender de la Facultad de Ciencias Matemáticas podría dar a la nueva Escuela una orientación demasiado teórica y su dependencia de cualquier otra Facultad o Escuela Técnica la haría predominar en ciertas ramas de la Estadística aplicada olvidando la unidad del método estadístico y la generalidad de sus aplicaciones.

Citando textualmente unas palabras del Profesor Ríos en la mencionada conferencia:

"*El tema de la organización de la enseñanza estadística en España me ha preocupado largamente y, tras extensos intercambios de ideas con diversas personalidades españolas y extranjeras y de la lectura de trabajos de Hotelling, Wishart, Allen, Frèchet, Wold, Gini y otros estadísticos que se han ocupado de la cuestión, creo que, actualmente, en España la solución más adecuada la daría un Escuela especial de Estadística organizada dentro de la Universidad.*

Tal organismo encaja en el art. 23 de la ley de Ordenación Universitaria vigente, que prevé la posibilidad de crear Institutos o Escuelas profesionales, que funcionan bajo la dependencia inmediata de la Facultad con la que están vinculados por la naturaleza de sus estudios o como órganos independientes universitarios cuando así convenga.

Parece natural que la Escuela no dependa de una Facultad determinada, ya que todas, además de las Escuelas de Ingeniería, Actuarios, etc., deben estar relacionadas con ella por la universalidad de las aplicaciones del método estadístico".

D. Sixto Ríos menciona a continuación que en la Escuela de Estadística se deberían impartir tanto estudios de grado superior como estudios de grado medio para formar distintos tipos de estadísticos, conforme a los distintos puestos de trabajo que demanda la sociedad.

Añade que la selección de profesores debe hacerse entre especialistas en Estadística, pues un profesor de Estadística necesita una sólida base matemática, haberse ocupado de los problemas y cuestiones centrales de la Ciencia Estadística y conocer en la práctica algún sector de sus aplicaciones.

Y concluye su conferencia con las siguientes palabras:

"*Resumiendo, podemos decir que los múltiples campos en que la Estadística se aplica y las actividades diversas que requieren la intervención de los métodos estadísticos y, por tanto, de Estadísticos especializados, imponen la necesidad de organizar un centro en que la Estadística se estudie no sólo por sus aplicaciones, sino por su propio interés, en que se trabaje e investigue y donde los profesores formen un núcleo central de especialistas, cada día con mayores conocimientos y experiencia. La Estadística necesita hoy para que su desarrollo no permanezca estacionario o retroceda, que al lado de los que emplean a diario los métodos estadísticos exista un círculo* *de especialistas, investigadores y profesores, y estos dos fines son los que pretendemos con la creación de la Escuela de Estadística*".

NUEVOS AVANCES EN LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA

Después del éxito obtenido por los Cursos de Estadística y sus aplicaciones que se desarrollaron de Febrero a Mayo de 1950 en la Facultad de Ciencias de la Universidad Central de Madrid, parecía lógico y necesario seguir satisfaciendo las demandas y necesidades del alumnado y dar un paso más en la organización de la enseñanza de la Estadística, en espera de la creación de una Escuela de Estadística.

Con este fin, la Facultad de Ciencias y la Facultad de Ciencias Políticas y Económicas de la Universidad de Madrid, tomando como base los cursos ya existentes en estas Facultades: Estadística Matemática, Cálculo de Probabilidades y Matemáticas Especiales, en la Facultad de Ciencias, Análisis Matemático para Economistas, Teoría y Métodos Estadísticos, Econometría y Estadística, en la Facultad de Ciencias Políticas y Económicas, proponen dotar en ambas Facultades algunos cursos más y así organizar la enseñanza de la Estadística en dos niveles: medio y superior.

En el primero se exigiría a los alumnos un título de enseñanza media o Certificado de Asistencia a los "Cursos de Estadística y sus Aplicaciones", y en el segundo, el título de Licenciado en Ciencias Matemáticas, Físicas o Económicas, Ingeniero, Arquitecto o Actuario, o por lo menos haber aprobado los dos primeros años de una de estas carreras, o el primer año en el caso de Actuarios.

La organización de programas y coordinación de cursos sería realizada por una Junta Coordinadora presidida por el representante de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales en el Consejo Superior de Estadística, y constituida por dos vocales nombrados por la Facultad de Ciencias, dos por la Facultad de Ciencias Políticas y Económicas y uno por el Instituto Nacional de Estadística.

Al final de sus estudios, en uno y otro grado, los alumnos se someterían a un examen o reválida y los aprobados obtendrían un Certificado de Estudios.

Los alumnos que deseasen asistir a los cursos y no reuniesen los requisitos exigidos, podrían matricularse sin efectos académicos y obtendrían un Certificado de Asistencia al final de los mismos.

El total de disciplinas que comprenderían estas enseñanzas, durante el próximo año académico fueron:

Matemáticas generales, Cálculo de Probabilidades y Estadística Matemática, cursos que ya se venían impartiendo en la Facultad de Ciencias. Análisis Matemático para Economistas (1 y 2), Estadística Teórica y Aplicaciones, y Econometría, que se impartían en la Facultad de Ciencias Políticas y Económicas. Todas ellas asignaturas anuales excepto Econometría y Estadística Teórica y Aplicaciones que eran cuatrimestrales.

Como nuevas asignaturas para estos cursos, todas ellas cuatrimestrales, se propusieron: Teoría y Práctica del Muestreo, Diseño de Experimentos, Ampliación de Matemáticas (Teoría de la integral, Cálculo matricial, etc.) y Métodos Estadísticos.

Para el grado medio se exigiría que los alumnos cursasen las asignaturas de: Matemáticas generales, Métodos Estadísticos, Estadística Teórica y Aplicaciones y dos cursos a elegir entre: Econometría, Teoría y Práctica del Muestreo, Diseño de Experimentos y Ampliación de Matemáticas.

Para el grado superior se tendrían que cursar las asignaturas de: Cálculo de Probabilidades, Estadística Matemática, Métodos Estadísticos, Teoría y Práctica del Muestreo, Ampliación de Matemáticas y un curso especial a elegir entre Econometría y Diseño de Experimentos.

CONCLUSIONES

Durante la primera mitad del siglo XX, los estudios estadísticos en España se venían impartiendo como asignaturas sueltas en distintas Facultades, Escuelas de Comercio y Escuelas de Ingenieros. Cada centro enseñaba la Estadística como aplicación a su campo de estudio.

Los cursos impartidos por la Facultad de Ciencias de Madrid durante los años académicos 1949/50, 50/51 y 51/52 son el primer intento en España para organizar la enseñanza de la Estadística de una manera coherente con el método estadístico y la generalidad y amplitud de sus aplicaciones.

El éxito de estos Cursos de Estadística y sus Aplicaciones quedó demostrado por la participación en ellos de aproximadamente cien alumnos cada año, siendo éstos de diversa procedencia y con conocimientos dispares. La consecuencia inmediata de este éxito fue la creación de la primera Escuela de Estadística en España en el curso siguiente 1952/53.

BIBLIOGRAFÍA

ARENZANA HERNÁNDEZ, V. (1997): "Olegario Fernández-Baños y la introducción de los estudios estadísticos en la Universidad española" en *Zubía*, págs. 137-180.

ARTIGAS CASTRO, M.C. (1977): "Resumen biográfico y bibliografía de D. José Antonio de Artigas Sanz". Madrid.

ETAYO MIQUEO, J.J. (1986): "75 años de vida matemática". *Actas de las XI Jornadas Hispano-Lusas de Matemáticas*. Badajoz. Universidad de Extremadura y R.S.M.E., vol. I, págs. 23-42.

FRÉCHET, M. (1950): "La Estadística, sus fines, sus aplicaciones, su enseñanza". *Conferencia de inauguración de los cursos de Estadística y sus aplicaciones*, organizados por la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid (3-2-1950).

GABINETE COMPILACIÓN TEXTOS LEGALES (1977): "Ley General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa, y disposiciones complementarias". *Colección Compilaciones*. Servicio de Publicaciones del M.E.C. y B.O.E. Madrid.

GARMA, S.; SÁNCHEZ RON, J.M. (1989): "La Universidad de Madrid y el Consejo Superior de Investigaciones Científicas", en *Alfoz*, págs. 59-77.

HORMIGÓN, M. (1988): "Las Matemáticas en España en el primer tercio del s. XX", en *Ciencia y Sociedad en España*, J.M. Sánchez Ron (ed.), págs. 253-282. El Arquero C.S.I.C.

PESET, M.; ALBIÑANA, S. (1996): "La Ciencia en las Universidades Españolas". *Colección Historia de la Ciencia y de la Técnica*. Akal. Madrid.

RÍOS, S. (1950): "Necesidad de una Escuela de Estadística". *Rev. Trabajos de Estadística*, vol. I, fasc. 2, págs. 3-11.

RÍOS, S. (1952): "Nuevas aplicaciones de la Estadística: La Investigación Operacional". *Conferencia inaugural de la Escuela de Estadística* el 11-X-52. Madrid.

RÍOS, S. (1954): "Progresos recientes de la enseñanza de la Estadística en España", *Sessione 28 dell´Instituto Internazionale di Statistica*. Roma, septiembre 6-12.

RÍOS, S. (1963): "Futuro de la Escuela de Estadística" (Conferencia pronunciada en la clausura de los actos del X aniversario de la Escuela de Estadística 28-III-63), en la *Revista Trabajos de Estadística*, vol. XIII, Cuaderno III, págs. 277-285. Madrid.

VV.AA. (1952): "Revista Sindical de Estadística", N° 27, año VII, III trimestre. *Servicio Nacional de Información y Publicaciones Sindicales*. Madrid.

VV.AA. (1995): "Breve Historia de la Educación Matemática en España". *Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas Emma Castelnuovo*. Madrid.

LA CREACIÓN EN ESPAÑA DE LA PRIMERA ESCUELA DE ESTADÍSTICA

Mª Carmen Escribano Ródenas
Universidad San Pablo CEU
Ana Isabel Busto Caballero
IES Victoria Kent

RESUMEN

La primera Escuela de Estadística de España nace bajo los auspicios de la Universidad de Madrid, en el año 1952. Se crea como una Escuela profesional encajada dentro del artículo 23 de la Ley sobre Ordenación de la Universidad Española de 29 de julio de 1943 (B.O.E. 31-7-1943), siendo Rector de la Universidad Central de Madrid, Excmo. Sr. D. Pedro Laín Entralgo y Director General de Enseñanza Universitaria el Ilmo. Sr. D. Joaquín Pérez Villanueva.

La propuesta de la Facultad de Matemáticas fue que la Escuela no estuviera vinculada ni dependiera de una Facultad determinada, para que sus estudios no tuvieran preferencia por una Estadística aplicada o teórica, sino que fuera coherente con el método estadístico y la generalidad y amplitud de sus aplicaciones.

La creación de esta primera escuela es seguida por otras en diversas capitales españolas como la de Granada, llamada originariamente Escuela de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad de Granada, cuyo primer director fue el profesor Guiraum, siendo el decano de la Facultad de Ciencias el profesor Infante y el rector el profesor López González.

El objeto de este trabajo es hacer un estudio sobre la puesta en marcha de la Escuela, sus alumnos, los planes de estudio y el profesorado de la misma, las salidas profesionales de sus alumnos y la repercusión social de la misma.

INTRODUCCIÓN

La creación de esta Escuela se hace realidad con el Decreto de 11 de enero de 1952, firmado por el Jefe del Estado Español Francisco Franco y el Ministro de Educación Nacional, Joaquín Ruiz-Giménez y Cortés, por el que se autoriza al Ministerio de Educación Nacional para que organice la enseñanza de la Estadística en la Universidad de Madrid, la Orden de 31 de enero del mismo año, del Ministerio de Educación Nacional y la Dirección General de Enseñanza Universitaria, por la que se crea en la Universidad de Madrid la Escuela de Estadística de España. La creación de la Escuela está enmarcada dentro del artículo 23 de la Ley sobre Ordenación de la Universidad Española de 29 de Julio de 1943 y responde a la preocupación del Estado por el servicio público de Estadística y la formación del personal necesario de los Cuerpos de Estadísticos Facultativos y Técnicos del Estado, de la Ley del 31-12-1945.

La Estadística se había desarrollado rápida y sorprendentemente a partir de la primera guerra mundial y había convertido a los métodos estadísticos en un elemento unificador de toda la Ciencia. Es decir, por ejemplo los métodos para el tratamiento de las observaciones metereológicas se aplicaban ya en problemas económicos, el análisis factorial resolvía ya los mismos problemas demográficos, sociales,… todos importantes desde el punto de vista de la economía nacional. Y sin embargo hasta 1950 la enseñanza de la Estadística se encontraba dispersada entre diversos centros docentes como la Facultad de Ciencias, la de Ciencias Económicas, las Escuelas de Comercio, la Facultad de Medicina, Pedagogía, la Escuela de Ingenieros de Madrid, ….. Algunos profesores de la Universidad de Madrid preocupados por este hecho e inducidos por los múltiples campos de aplicación de la Estadística y las actividades diversas que requieren los métodos estadísticos, y por tanto, por la necesidad de formar a Estadísticos especializados, deciden dar un impulso a la enseñanza de la Estadística y se plantean la posible creación de un centro en el que se impartan enseñanzas especializadas de Estadística, y donde ésta se estudie no sólo por sus aplicaciones, sino por su propio interés, donde se investigue y se trabaje, y donde los profesores formen un núcleo central de especialistas que cada día tengan más conocimientos y experiencia. Este centro sería independiente de las Facultades ya existentes pero siempre en contacto con todas ellas colaborando en la formación de profesionales competentes y donde la Estadística se desarrollaría en base a este círculo de profesores especializados en contacto con los que emplean a diario los métodos estadísticos.

Las primeras gestiones en esta dirección son dadas por una Comisión de profesores de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid, formada entre otros por los profesores de la Sección de Exactas: D. José Alvarez Ude, D. Sixto Ríos García, D. José Ros Gimeno, ... Los esfuerzos de esta Comisión dan lugar, en un primer momento, a la organización de los cursos de Estadística y sus aplicaciones que se imparten entre 1950 y 1952, durante los cursos académicos 1949/50, 1950/51 y 1951/52, en colaboración con diversas instituciones tanto públicas como privadas, entre las cuales se encuentran las Facultades de Ciencias y de Ciencias Políticas y Económicas de la Universidad de Madrid, el Instituto Nacional de Estadística, el Departamento de Estadística del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, el Banco de España, la Comisaría de Abastos, la Cámara de Comercio, y las empresas Rudy Meyer e I.B.M. entre otras. El éxito de estos cursos confirma la necesidad de la creación de una Escuela de Estadística.

ÓRGANOS DE GOBIERNO Y PUESTA EN MARCHA

La anteriormente citada Orden Ministerial, establece que la dirección y gobierno de la Escuela se encomienda al Rectorado de la Universidad de Madrid, asistido por una Junta Asesora de la que será presidente el Rector, y compuesta por el Director del Instituto Nacional de Estadística, que será su Vicepresidente, y los vocales siguientes: Decanos de las Facultades de Ciencias y de Ciencias Políticas y Económicas, el Director de la Escuela, un representante por las instituciones que se citan a continuación, Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Real Academia de Ciencias Morales y Políticas, Instituto de Ingenieros Civiles, Consejo Superior de Estadística, Instituto "Sancho de Moncada", Instituto "Jaime Balmes", Departamento de Estadística (estos tres últimos del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, a propuesta de las respectivas Juntas de Gobierno) y dos vocales más de libre designación por parte del Ministerio de Educación Nacional. Así, la primera Junta Asesora, queda formada por

— *Presidente:* Excmo. y Magnífico Sr. D. Pedro Laín Entralgo, Rector de la Universidad de Madrid.
— *Vicepresidente:* Ilmo. Sr. D. Emilio Giménez Arribas, Director del Instituto Nacional de Estadística.

— *Vocales:*
  - Ilmo. Sr. D. Maximino San Miguel de la Cámara, Decano de la Facultad de Ciencias.
  - Ilmo. Sr. D. Manuel de Torres Martínez, Decano de la Facultad de Ciencias Políticas y Económicas.
  - Ilmo. Sr. D. Sixto Ríos García, Director de la Escuela de Estadística.
  - Ilmo. Sr. D. José Álvarez Ude, representante de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.
  - Excmo. Sr. D. José Mª Zumalacárregui Prat, representante de la Real Academia de Ciencias Morales y Políticas y del Instituto "Sancho de Moncada".
  - Excmo. Sr. D. José Antonio de Artigas Sanz, representante del Instituto de Ingenieros Civiles.
  - Ilmo. Sr. D. José Ros Gimeno, representante del Consejo Superior de Estadística.
  - Ilmo. Sr. D. Antonio Lasheras Sanz, representante del Instituto "Jaime Balmes".
  - Ilmo. Sr. D. José Royo López, respresentante del Departamento de Estadística del Consejo Superior de Investigaciones Científicas.
  - Ilmo. Sr. D. Angel Vegas Pérez, de libre nombramiento ministerial.
  - Ilmo. Sr. D. Antonio Estrugo Estrugo, de libre nombramiento ministerial.
  - D. Gonzalo Arnáiz Vellando, Secretario accidental de la Escuela.

También se establece la creación de una Comisión ejecutiva dentro de la Junta Asesora, formada por el Director de la Escuela, un representante del Instituto Nacional de Estadística, el Catedrático de Estadística Matemática de la Facultad de Ciencias (Sección Matemáticas), un Catedrático de Estadística de la Facultad de Ciencias Políticas y Económicas (Sección de Económicas) a propuesta del Decano y el Secretario de la Escuela, que será también el Secretario de la Junta Asesora. La Comisión Ejecutiva se formó en un principio por

— *Presidente:* Ilmo. Sr. D. Sixto Ríos García, Director de la Escuela de Estadística.

— *Vocales:*
  - Ilmo. Sr. D. José Ros Gimeno, representante del Consejo Superior de Estadística.
  - Ilmo. Sr. D. José Castañeda Chornet, Catedrático de la Facultad de Ciencias Políticas y Económicas.
  - Secretario Accidental: D. Gonzalo Arnáiz Vellando.

Para cada curso académico, la Junta Asesora debía elevar al Ministerio, la propuesta de plan de estudios y la propuesta de nombramiento de los profesores que van a impartir las diferentes materias dentro del respectivo período anual.

La Junta Asesora de la Escuela propone un Proyecto para un primer Reglamento de esta Escuela que es aprobado. En primer lugar este reglamento establece los fines de la Escuela

> "*…. la enseñanza, estudio e investigación de los métodos estadísticos y de sus fundamentos y aplicaciones.*
>
> *La actividad de la Escuela se ejercerá mediante cursos, seminarios, conferencias, trabajos prácticos de laboratorio y publicaciones*".

En él se establecen los nuevos cargos de vicedirector y vicesecretario, dentro de los órganos de gobierno, así como también recogen las funciones de la Junta Asesora, de la Comisión Ejecutiva, del Director, del Vicedirector, Secretario y Vicesecretario, así como los Derechos y Deberes de los Profesores, los requisitos para ingresar como alumno en la Escuela, el régimen de calificaciones, así como los Certificados y Diplomas que otorgará a los alumnos.

La Escuela de Estadística se inaugura el día 16 de octubre de 1952, bajo la Dirección del profesor Dr. D. Sixto Ríos García, que en este momento es Catedrático de Estadística Matemática de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid, y a D. Gonzalo Arnáiz Vellando. Posteriormente es nombrado Director Honorario a D. José Antonio de Artigas Sanz. La sesión inaugural del curso es presidida por el Director General de Enseñanza Universitaria, Excmo. Sr. Pérez Villanueva, el Rector de la Universidad de Madrid, Excmo. Sr. Laín Entralgo, el Director General del Instituto Nacional de Estadística, Excmo. Sr. Giménez Arribas, el Presidente del Consejo de Economía Nacional, Excmo. Sr. Zumalacárregui, el Jefe del Servicio Sindical de Estadística, Excmo. Sr. Corral Sáiz, y varios miembros del Patronato que rige la nueva Escuela. El discurso inaugural corre a cargo del director de la nueva Escuela D. Sixto Ríos y lleva por título "Nuevas Aplicaciones de la Estadística. La investigación operacional".

Lección inaugural de la Escuela de Estadística

"… No ha surgido la Escuela de una reunión de Profesores deseosos de ampliar los planes de estudio de tal o cual Facultad para dar paso a nuevas enseñanzas. La necesidad e importancia de la Escuela fue principalmente, planteada por el Instituto Nacional de Estadística, y concretamente, por el Imo. Sr. Director General D. Emilio Giménez Arribas, que, con su espíritu amplio y elevado, comprendió la urgencia de reorganizar los estudios de Estadística y sugirió que la Escuela se centrara en la Universidad. Tras dos años de desarrollar, bajo la dirección paternal del maestro D. José Álvarez Ude, unos Cursos libres de Estadística y sus aplicaciones, que probaron, tanto por el número como por la calidad de los asistentes, que realmente existían múltiples sectores una necesidad y una inquietud por el estudio de la Estadística, nuestra Facultad de Ciencias Matemáticas propuso a la Superioridad la creación de la Escuela de Estadística…"[1].

La matrícula en esta Escuela el primer año de funcionamiento fue de doscientos cincuenta y tres alumnos, lo que se consideró todo un éxito. Además en los años sucesivos la matrícula rondó también en torno a los doscientos alumnos durante más de diez años.

[1] RÍOS, S. (1952): "Nuevas aplicaciones de la Estadística: La Investigación Operacional". *Conferencia inaugural de la Escuela de Estadística* el 11-X-52. Madrid, pág. 1.

PRIMER PLAN DE ESTUDIOS DE LA ESCUELA

El plan de estudios establece dos niveles de enseñanza, el Grado Medio, correspondiente a las enseñanzas medias y el Grado Superior, correspondiente a las superiores. Los alumnos que accedan al grado Medio (o Sección media), deben poseer alguno de los siguientes títulos: Bachiller, Maestro, Perito Industrial u otros análogos a juicio de la Comisión Ejecutiva.

Los alumnos que accedan al grado Superior (o Sección superior), en cualquiera de las dos especialidades (Estadística general y Estadística Matemática) deben ser Licenciados en cualquier Facultad, Ingenieros, Arquitectos, Actuarios de Seguros, Intendentes mercantiles o hallarse cursando el tercer año de las carreras anteriormente citadas. El acceso al grado superior queda modificado un año después, mediante la Orden de 16 de julio de 1953 (B.O.E. 29-8-1953), por la que se modifica el párrafo segundo del artículo 25 del Reglamento de la Escuela de Estadística de la Universidad de Madrid, quedando redactado de la siguiente forma: "Para ingresar en la Escuela de Estadística, Sección Superior, será necesario poseer alguno de los títulos siguientes: Licenciado en cualquier Facultad, Ingeniero, Arquitecto, Actuarios de Seguros, Intendente Mercantil o hallarse cursando el tercer año de las carreras anteriormente citadas, o ser Jefe u Oficial de los Ejércitos de Tierra, Mar o Aire en posesión del Diploma de la Escuela de Estado Mayor, cursando tales estudios".

El régimen de calificaciones era el mismo que el de las Facultades Universitarias. La Comisión Ejecutiva tenía la potestad de disponer de si los exámenes de las asignaturas debían de realizarse o no ante Tribunal. Además durante el segundo curso de la Sección superior, o posteriormente, todo alumno debía de realizar un trabajo teórico-práctico expuesto en una Memoria y realizado bajo la dirección de un profesor o persona ajena a la Escuela, previa autorización en este último caso de la Comisión Ejecutiva. El trabajo era calificado por un Tribunal compuesto por tres profesores designados por el Director de la Escuela. Este Tribunal, a la vista de la Memoria y expediente académico del interesado, propondrá al Rectorado la calificación con que haya de ser expedido el Diploma.

Para la obtención del "Certificado de Estadística", los alumnos debían cursar y aprobar todas las materias comprendidas en el plan de estudios del grado medio. Para obtener el Diploma de "Estadística General" o el de "Estadística Matemática", los alumnos además de aprobar todas las materias comprendidas en el plan de estudios del grado superior correspondiente, debían encontrarse en posesión del título de Licenciado en cualquier Facultad, Ingeniero, Arquitecto, Actuario o Intendente Mercantil. Estos certificados y diplomas eran acordes con el artículo 25 de la Ley sobre Ordenación de la Universidad Española de 29 de julio de 1943 (B.O.E. 31-7-1943). En palabras del director de la Escuela, el profesor D. Sixto Ríos, "No se trata de crear un título más, sino de especializar a licenciados y técnicos superiores"[2].

El plan de estudios original tenía tres bases fundamentales. La primera, la unidad coherente del método estadístico dentro de la diversidad de sus aplicaciones, y la segunda la orientación de la Escuela, bien marcada en la orden de creación que trata de dar Certificados y Diplomas de Estadística a personas que tienen ya una cierta formación en otras disciplinas de campos en que se aplica la Estadística o que poseen conocimientos básicos para profundizar en la esencia del método estadístico; la tercera, la preparación diversa en cuanto a nivel matemático e interés en las aplicaciones, de los posibles aspirantes al Diploma de Estadística, que aconseja establecer en la primera etapa de la Escuela dos direcciones diferentes en los estudios del grado superior, una de Estadística general y otra de Estadística Matemática.

El Grado Medio estaba constituido por las materias de: **Matemáticas Generales** con duración de dos cuatrimestres a razón de tres horas semanales de teoría y otras dos horas semanales de práctica; **Estadística General**, con duración de dos cuatrimestres a razón de tres horas semanales de teoría y una de práctica; **Métodos Estadísticos**, con duración de dos cuatrimestres, en el primero de los cuales se impartía **la Elaboración de Estadísticas**, y en el segundo **Métodos Estadísticos Generales**, ambos cuatrimestres con dos horas semanales de teoría y dos de práctica; y por último, tres cursos de **Aplicaciones**, a razón de dos horas semanales teórico-prácticas, a elegir entre Estadística Demográfica, Estadística Económica, Aplicaciones Industriales de la Estadística, Aplicaciones de la Estadística a la Biología y Agricultura y Aplicaciones de la Estadística a la Pedagogía y Psicología. Para la materia de Estadística General se exigía el nivel del libro titulado "Appliel General Statistics" de E. Croxton Frederick y S. Cowden Dudley. Para la de Métodos Estadísticos, el libro es el de "Métodos Estadísticos aplicados a la Economía y los Negocios", de F.C. Mills.

El Grado Superior constaba de dos diferentes programas, uno para el Diploma de Estadística General, y otro para el de Estadística Matemática, y tenía una duración de dos años, para ambos diplomas. Para el Diploma de **Estadística General**, en el primer año se impartían: **Matemáticas** de primero, en dos cuatrimestres, a razón de tres horas semanales de teoría y dos de práctica,

---

[2] Revista Sindical de Estadística (1952), Nº 27, año VII, III trimestre. Servicio Nacional de Información y Publicaciones Sindicales. Madrid.

comprendiendo Geometría Analítica, Cálculo Diferencial y nociones de Cálculo Integral; **Estadística General**, en dos cuatrimestres y a razón de tres horas semanales de teoría y una de práctica; **Métodos Estadísticos**, en dos cuatrimestres y a razón de dos horas de teoría y dos de práctica, y tres cursos de **Aplicaciones**, de dos horas semanales teórico-prácticas, a elegir.

En el segundo año: **Matemáticas** de segundo curso, en dos cuatrimestres, y con tres horas semanales de teoría y dos de práctica, y comprendiendo Cálculo Integral, Cálculo de Matrices, Formas Cuadráticas y Cálculo de Diferencias Finitas; **Estadística Matemática**, en dos cuatrimestres y a razón de tres horas semanales de teoría y una de práctica; **Métodos Estadísticos**, en dos cuatrimestres con dos horas semanales de teoría y dos de práctica; y dos cursos de **Aplicaciones** de dos horas semanales teórico-prácticas, a elegir.

Visita del profesor R. Fortet de Cahen a la Escuela de Estadística

Los cursos de Aplicaciones se idearon con la intención de variarlos de unos años a otros. Para el primer año de andadura de la Escuela los cursos de Aplicaciones propuestos en un principio fueron: **Estadística Demográfica, Estadística Económica, Aplicaciones Industriales de la Estadística, Técnica del Muestreo, Aplicaciones de la Estadística a la Biología y Agricultura, Estadística Actuarial, Econometría, Estadística aplicada a la Medicina, y Aplicaciones de la Estadística a la Pedagogía y Psicología**. No obstante, a lo largo de este primer año académico, estos cursos se vieron incrementados por una serie de lecciones del profesor Fortet, de Cahen, sobre **Aplicaciones a la Física Nuclear**, especialmente del **Método de Montecarlo**, y por otra serie de lecciones del profesor Anscombe, de Cambridge, **sobre Aplicaciones industriales de la teoría de muestras**.

Para la materia de Estadística General se exigía el nivel del libro titulado "Fundamentals of Theory of Statistics" de Smith and Duncan. Para la de Métodos Estadísticos, el libro es el de "Elementary Statistical Analysis", de S. S. Wilks; para la Estadística Matemática, el del libro "Introduction in the Theory of Statistics" de Mood; para la de Métodos Estadísticos, el del libro "Statistical Methods Research" de Johnson, y el "Techniques of Statistical Analysis" de la Universidad de Columbia.

Para el Diploma de **Estadística Matemática**, del grado superior las materias impartidas en el primer año eran las siguientes, **Matemáticas para Estadísticos**, con duración de dos cuatrimestres y a razón de tres horas semanales de teoría y dos de prácticas, donde se estudiaba teoría de la Medida, cálculo de matrices y espacios funcionales; **Estadística Matemática**, con duración de dos cuatrimestres y a razón de tres horas semanales de teoría y una de prácticas; **Métodos estadísticos**, con duración de dos cuatrimestres y a razón de dos horas semanales de teoría y dos de prácticas, y dos cursos de **Aplicaciones** de un cuatrimestre cada uno con dos horas semanales teórico-prácticas, a elegir entre los del primer año del Diploma de Estadística General.

En el segundo año: el área de **Estadística Matemática**, tenía dos asignaturas, cada una en un cuatrimestre, con tres horas semanales de teoría y una de práctica, en el primer cuatrimestre **Cálculo de probabilidades** y en el segundo cuatrimestre, **Teoría de la inferencia**; **Métodos Estadísticos**, con dos cuatrimestres a razón de dos horas semanales de teoría y dos de prácticas, además se debían elegir dos cursos de **Aplicaciones** de un cuatrimestre cada uno con dos horas semanales teórico-prácticas a elegir entre los mismos que los de segundo año de la Diplomatura de Estadística General.

Para la materia de Estadística Matemática se exigía el nivel del libro titulado "Introduction in the Theory of Statistics" de Mood. Para la de Métodos Estadísticos, tanto del primer año como del segundo, el mismo que para la asignatura del mismo nombre, del Diploma de Estadística General. Para la de Cálculo de probabilidades, el libro "An Introduction Probability Theory and its Applictions" de Feller, o el "Calcul des Probabilites" de R. Fortet. Para la de Teoría de la Inferencia, el "Mathematics Methods of Statistics de Cramer.

Además, y desde un primer momento, esta Escuela impartió cursos especiales para grupos de profesores de enseñanza media, para contribuir a que la enseñanza de la Estadística fuese introducida en los programas de Matemáticas del Bachillerato. La primera vez que aparecen conceptos estadísticos en los programas de Enseñanza Secundaria fue a raíz de la Ley sobre Ordenación de la Enseñanza Media, del 26-2-1953 (B.O.E. 27-2-1953). Estos cursos para docentes siguen estando presentes en la actualidad en esta Escuela, aunque actualmente se denominan cursos M.E.C., para profesionales de la Educación.

LAS ESCUELAS DE ESTADÍSTICA HOY DÍA EN ESPAÑA

La creación de esta primera escuela de Estadística de Madrid es seguida por otras en diversas capitales españolas como la de Granada, que fue la segunda en España, por orden cronológico, llamada originariamente Escuela de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad de Granada, cuyo primer director fue el profesor Guiraum, siendo el decano de la Facultad de Ciencias el profesor Infante y el rector el profesor López González, en el año 1971, a raíz de la Ley General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa, de Villar Palasí (Ley 14/1970, de 4 de Agosto, B.O.E. 6-8-1970), la famosa Ley 70. Esta misma ley es la que modifica la Escuela de Estadística de la Universidad de Madrid, y la introduce dentro de la ordenación de las Escuelas Universitarias, para la obtención del título de Diplomado en Estadística.

En esta Escuela de Granada se celebró con solemnidad el acto de entrega de diplomas a la primera promoción de alumnos[3], que se realizó el viernes 14 de Febrero de 1975, con la conferencia titulada "Sistemas, decisiones e Investigación Operativa", pronunciada por el profesor D. Sixto Ríos García . Esta conferencia fue seguida de la lectura de los trabajos finales de los alumnos diplomados. Durante la celebración de este acto, el rector de la Universidad de Granada, que con sus palabras clausuró el acto, comentó la preocupación prioritaria de esta Universidad por el desarrollo de la enseñanza profesional de tercer grado de Estadística, mediante la creación de una posible Escuela de Formación Profesional, en el seno de la Universidad, la Formación Profesional de tercer grado, así recogida y auspiciada por la Ley 70, que sin embargo nunca se llevó a cabo. Actualmente la Escuela de Estadística de esta Unversidad no existe, aunque la Diplomatura se ha introducido dentro de la Facultad de Ciencias, y hay que tener en cuenta que en esta Facultad, se imparten estudios conducentes a las siguientes titulaciones: licenciado en Biología, en Bioquímica, en Ciencias Ambientales, en Física, en Geología, en Matemáticas, en Química; ingeniero químico, electrónico; y diplomado en Estadística y en Óptica y Optometría.

En la actualidad existen trece diplomaturas de Estadística distribuidas por toda la geografía española, todas ellas acogidas a la vigente Ley de Reforma Universitaria, tambíen llamada L.R.U.(Ley Orgánica 11/1983 de 25-8-1983, B.O.E. 1-9-1983), aunque sólo existe una única Escuela Universitaria de Estadística, que es la de la Universidad Complutense de Madrid, que tiene actualmente como objetivo "la formación de técnicos estadísticos cualificados para la aplicación de diferentes técnicas estadísticas, mediante paquetes informáticos

---

[3] Periódico *El Ideal de Granada*, pág. 12 (15-2-1975).

diseñados para ello, a problemas de índole económica, social y, en general, a cualquier área de conocimiento”[4]. Todas las demás diplomaturas son titulaciones que se imparten en Facultades y Escuelas, es decir, la diplomatura de Estadística se imparte dentro de la Facultad de Ciencias, en las Universidades Autónoma de Barcelona, Granada, Salamanca, Valladolid y Zaragoza; en la Universidad de Barcelona, se imparte en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales; en la Universidad Carlos III de Madrid, se imparte en la Facultad de Ciencias Sociales y Jurídicas, en la Universidad de Extremadura, se imparte en la Escuela Politécnica; en las Universidades de Jaén, y Miguel Hernández de Elche, se imparte en la Facultad de Ciencias Experimentales; en la Universidad Politécnica de Cataluña, se imparte en la Facultad de Matemáticas y Estadística; y en la Universidad de Sevilla, se imparte en la Facultad de Informática y Estadística.

Los planes de estudio de cada una de las diplomaturas en Estadística actuales se han aprobado siguiendo la L.R.U. por cada una de las Universidades correspondientes, y casi todos ellos se encuentran sumergidos en un proceso de revisión para adaptarse a las nuevas tendencias, como ejemplo podemos citar el plan de estudios vigente en la Universidad Complutense de Madrid, que se aprobó por resolución de esta Universidad, de 9-1-1995 (B.O.E. de 14-2-1995), habiéndose modificado posteriormente en Junio de 1998 en relación con la supresión de todas las incompatibilidades del mismo, y siendo actualmente revisado por la Comisión de planes de estudio de la citada Escuela.

CONCLUSIONES

A pesar del retraso científico general en que se había sumido España desde hacía más de un siglo, gracias a la inquietud y los esfuerzos de personas como D. José Álvarez Ude, D. Sixto Ríos García, D. José Ros Gimeno, … la enseñanza de la Estadística en España, con la creación de la Escuela de Estadística consigue ponerse al nivel europeo. El nivel del Diploma de Estadística Matemática, donde predominaba el método estadístico, era el del libro “Mathematical Methods of Statistics”, de Cramer, traducido al español por el profesor E. Cansado. Para el Diploma de Estadística general, donde se planteaban los problemas habituales de investigación experimental, industrial, estadísticas oficiales, etc…, el nivel impartido era el del libro “Elementary Statistical Analysis”,

[4] Página web de la E.U.E. de la Universidad Complutense.-www.ucm.es/info/eue/estudios/diplomado.htm.

de S.S. Wilks, traducido al español por los profesores S. Ríos y J. Royo y publicado por el Departamento de Estadística del Consejo Superior de Investigaciones Científicas (C.S.I.C.) en 1952.

El nacimiento de la Escuela dentro de la Universidad, pero independiente de las demás Facultades fue un logro para la Estadística y consiguió que la enseñanza de la Estadística allí impartida no dependiera de las preferencias por ciertas ramas, o entre la teoría y la práctica, sino que se tuviera en cuenta "la unidad coherente del método estadístico y la generalidad y amplitud de sus aplicaciones"[5]. Esto se puede comprobar con la diversidad de procedencias del alumnado en la Escuela durante la etapa anterior a convertirse en Diplomatura (Academias Militares, Escuelas Técnicas, Facultades,...), y con el número de doscientas matrículas aproximadamente por año, al menos en los diez primeros años, número superior al de algunas Facultades y Secciones Universitarias de la misma época.

Acto de celebración del X aniversario de la Escuela de Estadística de Madrid

El hecho de que la Escuela naciera dentro de la Universidad fue sin duda uno de los éxitos de esta Escuela, ya que la Universidad es el lugar idóneo para el progreso intelectual y científico, aunque también es necesario comentar que su presupuesto inicial fue muy modesto y se mantuvo durante muchos años sin

[5] RÍOS, S. "Futuro de la Escuela de Estadística" (Conferencia pronunciada en la clausura de los actos del X aniversario de la Escuela de Estadística 28-III-63), en la *Revista Trabajos de Estadística*, vol. XIII, Cuaderno III, pág. 278, 1963.

incrementarse, a pesar de que las Escuelas creadas fuera de la Universidad con un nivel y contenido análogos, obtuviesen presupuestos oficiales muy superiores.

Los titulados por la Escuela, además de alcanzar puestos oficiales, a través de oposiciones, también han ido consiguiendo realizar tareas en la industria, la empresa, y en organismos públicos o privados, que habitualmente no se hacían o se hacían mal. Por lo tanto ha servido para que la Sociedad en general, utilice la Estadística como una ciencia al servicio de cualquiera.

BIBLIOGRAFÍA

ARENZANA HERNÁNDEZ, V. (1996): "Olegario Fernández-Baños y la introducción de los estudios estadísticos en la Universidad española" en *Zubía*, págs.

ARTIGAS CASTRO, M.C. (1977): "Resumen biográfico y bibliografía de D. José Antonio de Artigas Sanz". Madrid.

ETAYO MIQUEO, J.J. (1986): "75 años de vida matemática". *Actas de las XI Jornadas Hispano-Lusas de Matemáticas*. Badajoz. Universidad de Extremadura y R.S.M.E., vol. I, págs. 23-42.

FRÉCHET, M. (1950): "La Estadística, sus fines, sus aplicaciones, su enseñanza". *Conferencia de inauguración de los cursos de Estadística y sus aplicaciones*, organizados por la Facultad de Ciencias de la Universidad de Madrid (3-2-1950).

GABINETE COMPILACIÓN TEXTOS LEGALES (1977): "Ley General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa, y disposiciones complementarias". *Colección Compilaciones*. Servicio de Publicaciones del M.E.C. y B.O.E. Madrid.

GARMA, S.; SÁNCHEZ RON, J.M. (1989): "La Universidad de Madrid y el Consejo Superior de Investigaciones Científicas", en *Alfoz*, págs. 59-77.

HORMIGÓN, M. (1988): "Las Matemáticas en España en el primer tercio del s. XX", en *Ciencia y Sociedad en España*, J.M. Sánchez Ron (ed.), págs. 253-282. El Arquero C.S.I.C.

IDEAL (1.975): "Entrega de diplomas a la primera promoción de la Escuela de Estadística de Granada", en el periódico *El Ideal de Granada*, pág. 12 (15-2-1975) Granada.

PESET, M.; ALBIÑANA, S. (1996): "La Ciencia en las Universidades Españolas". *Colección Historia de la Ciencia y de la Técnica*. Akal. Madrid.

RÍOS, S. (1950): "Necesidad de una Escuela de Estadística". *Rev. Trabajos de Estadística*, vol. I, fasc. 2, págs. 3-11.

RÍOS, S. (1952): "Nuevas aplicaciones de la Estadística: La Investigación Operacional". *Conferencia inaugural de la Escuela de Estadística* el 11-X-52. Madrid.

RÍOS, S. (1954): "Progresos recientes de la enseñanza de la Estadística en España", *Sessione 28 dell'Instituto Internazionale di Statistica*. Roma, septiembre 6-12.

RÍOS, S. (1963): "Futuro de la Escuela de Estadística" (Conferencia pronunciada en la clausura de los actos del X aniversario de la Escuela de Estadística 28-III-63), en la *Revista Trabajos de Estadística*, vol. XIII, Cuaderno III, págs. 277-285. Madrid.

VV.AA. (1952): " Revista Sindical de Estadística", Nº 27, año VII, III trimestre. *Servicio Nacional de Información y Publicaciones Sindicales*. Madrid.

VV.AA. (1995): "Breve Historia de la Educación Matemática en España". *Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas Emma Castelnuovo*. Madrid.

LA APORTACIÓN DE SIXTO CÁMARA A LA ESTADÍSTICA ESPAÑOLA

José Javier Escribano Benito
IES Valle Cidacos

INTRODUCCIÓN

El 5 de febrero de 1934 concluían las oposiciones a la cátedra de Estadística Matemática de la Universidad Central, con la votación pública y nominal del candidato. Resultó elegido Olegario Fernández-Baños quien se convirtió en el primer catedrático de la materia en las universidades españolas. En diferentes ocasiones se ha ponderado la importancia que, para la modernización de la estadística española, representó la convocatoria de esta cátedra y se ha incidido en los méritos de Fernández-Baños como economista y como autor de un *Tratado de Estadística* que marcó la primera senda en la enseñanza universitaria de esta disciplina en nuestro país.

Más desapercibida ha pasado, sin embargo, la aportación de su único oponente en la citada oposición: Sixto Cámara Tecedor (1878-1964) a cuya glosa está dedicada esta comunicación[1]. El objetivo de nuestro trabajo es triple. En primer lugar situar la evolución de Cámara —de la geometría sintética a la estadística— en las coordenadas científicas y sociales de la matemática española. Segundo, describir su obra sobre estadística y probabilidad. Y tercero, contraponer la concepción de Cámara (la estadística es una rama de las matemáti-

---

[1] Con relación a la obra de Cámara véase: ESCRIBANO [2000].

cas, cuyo método natural es el cálculo de probabilidades) con la de Fernández-Baños (que presenta la estadística como una herramienta para la observación de los fenómenos colectivos, autónoma de los métodos matemáticos), como ejemplo de las dos corrientes que coexisten desde la propia génesis de esta ciencia.

COORDENADAS HISTÓRICAS

Sixto Cámara nació el 20 de octubre de 1878 en Baños de Rioja (La Rioja). Tras realizar el bachillerato en Miranda de Ebro y en Logroño, el 30 de junio de 1897 ingresó en la Academia de Infantería de Toledo donde obtuvo el despacho de Segundo Teniente de Infantería el 27 de julio de 1898, el año de la perdida de Cuba y Filipinas. Su afición por las matemáticas y la situación del Ejército (que tras el Desastre de 1898 se había convertido en una institución desmoralizada y depauperada con enormes problemas de organización y presupuesto) le llevan a matricularse, en 1902, en la Sección de Exactas de la Universidad de Zaragoza, a pesar de tener residencia en Logroño. Hizo una carrera extraordinaria, que acabó en 1906, destinado ya Zaragoza, y desde la capital aragonesa realizó a distancia el doctorado en Madrid, en 1908.

Como era habitual en su época, los primeros trabajos de Cámara estuvieron relacionados con la geometría sintética en cuyo ámbito cabe situar su tesis doctoral: *Apuntes para la teoría geométrica de las líneas cíclicas de cuarto orden y primera especie* (1908), basada en la *Teoría geométrica de las líneas alabeadas y de las superficies desarrollables* (1904), de Eduardo Torroja. Al mismo tiempo, Cámara colaboró activamente con la nueva *Revista de la Sociedad Matemática Española* que aparece en marzo de 1911, resolviendo y proponiendo nuevas cuestiones. Y, dentro del ámbito castrense, con el *Memorial de Infantería* donde consigue aunar sus dos vocaciones aplicando los métodos matemáticos a la resolución de problemas propios de su profesión de oficial de infantería. En estos trabajos Cámara estudió, entre otras cuestiones, la forma en que los proyectiles se agrupan en el blanco (una parte de la balística de efectos), lo que puede ser el origen de su interés por los métodos estadísticos.

En 1917 el capitán Cámara accedió a la Cátedra de Geometría Analítica de la Universidad de Valencia. Esta fecha supone el abandono de Cámara de la vida militar y su instalación definitiva en la profesión matemática (esta trayectoria visualiza una evolución en la matemática española de la época, que, paulatinamente, va pasando de manos de militares e ingenieros a las de los matemáticos profesionales).

Fruto de su labor docente, en las universidades de Valencia (1917-1935) y Central de Madrid (1935-1948), es su obra fundamental: *Elementos de Geome-*

tría Analítica, que editó en cuatro ocasiones: 1919, 1941, 1945 y 1963. Entre las numerosas novedades de este texto singular se encuentra la presentación, mediante notas y ejercicios, de las aplicaciones y conexiones de la geometría con otras ciencias como la física, química, mecánica, y, de manera especial, la estadística.

A medida que las investigaciones en geometría proyectiva, y en particular en los métodos sintéticos —que había impuesto la escuela de Torroja— fueron quedando relegados, el interés de Cámara evolucionó hacia la estadística. Sin embargo, sus publicaciones se agrupan en la primera mitad de la década de los años 30 por la conjunción de varias razones:

— En primer lugar, fue ésta una época de gran actividad científica provocada por las publicaciones, entre otros, de von Mises (al que Cámara cita en reiteradas ocasiones) y Kolmogorov (al que no alude en ninguna ocasión).

— En nuestro país fue, además, un periodo de expectativas científicas y profesionales motivadas por la creación de la ya aludida, primera cátedra de Estadística Matemática en la Universidad Central (1934), en la Facultad de Ciencias y no en la Facultad de Derecho donde tradicionalmente se impartía la docencia (la escasa docencia) de esta materia.

— Por último, en el plano personal, la convocatoria de esta plaza abrió a Cámara la posibilidad de trasladarse a Madrid, capital que en aquella época constituía la aspiración de casi todos los catedráticos de "provincias" como expresión del mayor éxito profesional. Es, por tanto, un buen momento para sacar a la luz los trabajos que había venido realizando para la formación, al margen de los programas oficiales, de un reducido número de alumnos en la Universidad de Valencia.

El corte producido por la Guerra Civil y la reedición de su texto de *Geometría Analítica*, para su nueva cátedra en la Universidad Central, suponen el final de sus investigaciones sobre esta materia aunque siguió publicando algunos artículos que parecen corresponder, junto con las notas que sobre estadística intercala en su *Geometría*, al libro *Teoría de las Leyes Naturales* que dejó inacabado.

En su momento, los trabajos de Cámara fueron conocidos y ponderados por otros matemáticos. Por ejemplo, Terradas los cita, en la *Enciclopedia Espasa-Calpe* (Suplemento de 1934), como las únicas referencias de entonces sobre el tema en lengua española y REY PASTOR [1961, p. 34] denomina a su autor "el más destacado de los estadísticos teóricos". No puede considerarse, sin embargo, que Cámara llegará a crear escuela; o al menos no parece que su labor trascendiera a un grupo de personas[2].

ASPECTOS GENERALES

Una primera imagen de la obra de Cámara nos la proporciona las conclusiones del tribunal que juzgó las oposiciones de 1934. Defendieron a Cámara el presidente del tribunal, Antonio Prieto Vives, y José G. Álvarez Ude, argumentando —como podemos ver en las palabras de este último— que su trabajo estadístico era de mayor rigor matemático

> "*Los trabajos de los dos opositores demuestran que se trata de Profesores muy laboriosos con vocación investigadora. Hay entre uno y otro una diferencia que se marca ostensiblemente en sus trabajos sobre el cálculo de probabilidades y Estadística Matemática: el Sr. Fernández Baños atiende con preferencia a la parte práctica de la Estadística, mientras el Sr. Cámara se preocupa más del aspecto matemático; el primero atiende sobre todo a la fecundidad y el segundo al rigor científico*"[3].

Pero impusieron al contrincante los votos de Honorato Castro, Santos Anadón y Fernando Lorente de No, basados en el carácter más estadístico aplicado de los méritos de Fernández-Baños.

> "*Los trabajos presentados a estas oposiciones por los señores Fernández Baños y Cámara acusan una capacitación de los opositores más que suficiente para aspirar al desempeño de la cátedra de Estadística matemática. No son de igual amplitud ni de igual orientación pues mientras uno entiende sus investigaciones en el campo de la Estadística otro las preferencia a sus aplicaciones a la Matemática…*"[4].

Sin entrar en valoraciones sobre el desarrollo de la oposición conviene resaltar, como hace el tribunal, los diferentes puntos de vista con que ambos candidatos se acercan a la estadística. Para Cámara la estadística es una rama de las matemáticas cuyo método natural es el cálculo de probabilidades y en sus

---

[2] Ello no es óbice para que REY PASTOR [1961, p. 628] se refiera a Procopio Zoroa como discípulo de Sixto Cámara y de Sixto Ríos.

[3] Informe de H. Castro. EXPEDIENTE de las Oposiciones a la Cátedra de Estadística Matemática de la Universidad Central de Madrid (1934). AGACE-SE, legajo 8588-4.

[4] Informe de J.G. Álvarez Ude, AGACE-SE, legajo 8588-4.

trabajos prima el rigor sobre la obtención de resultados prácticos. Por el contrario, Fernández-Baños, que fuera subdirector del Banco de España, insiste en presentar la estadística como una herramienta para la observación de los fenómenos colectivos, autónoma de los métodos matemáticos y del cálculo de probabilidades. Cámara engarza con la tradición probabilística española de los Ollero, Galán, Velasco, etc. Mientras que Fernández-Baños adoptó la línea de la Escuela Inglesa de Pearson-Fisher [ARENZANA, 1998, p. 167].

A pesar de que los conceptos expuestos por Cámara son sencillos, y aunque la claridad en el estilo es una constante en su obra; para el lector actual, acostumbrado al lenguaje de la teoría de conjuntos, el desarrollo de sus artículos resulta oscuro debido a una notación farragosa y confusa, a una nomenclatura que también ha quedado ya desfasada. Sí, es verdad, como afirmaba Laplace, que:

> "*Tanta es la ventaja de un lenguaje bien construido que su notación simplificada a menudo se convierte en fuente de teorías profundas*".

Aplicando el recíproco podemos destacar las dificultades de notación como el mayor obstáculo de los trabajos de Cámara. En contraposición cabe señalar el gran numero de conceptos expuestos, la novedad que esto supone en la matemática española y el interés por mostrar la conexión de los mismos con los fenómenos físicos en un momento auge de la mecánica estadística.

CATÁLOGO DE LA OBRA ESTADÍSTICA DE CÁMARA

(1928) *Curso de Cálculo de Probabilidades*. Universidad de Valencia.
(1929) *Nociones de Mecánica Estadística de aplicación a las teorías cinéticas de los gases. Cursillo explicado en la Facultad de Ciencias de Valencia a alumnos y licenciados en Ciencias Químicas de febrero a mayo de 1929*. Mecanografiado.

Cámara solía completar los programas oficiales con una serie de *Cursos* en los que exponía, lejos de las ataduras curriculares, las ideas más modernas e innovadoras de la matemática aplicada. Se trata de guiones que el autor editaba a multicopista para facilitar el desarrollo de las clases, que no llegaron a publicarse y que, con el paso del tiempo, han ido despareciendo[5]. No obstante, me-

---

[5] De las *Nociones de Mecánica Estadística* sólo hemos localizado dos copias, una en el domicilio particular de D. Antonio Cámara Niño, hijo de D. Sixto, y otra en la antigua Biblioteca de la Universidad Literaria de Valencia. Del *Curso de Cálculo de Probabilidades* no conocemos nin-

(*Pasa a la página siguiente*)

rece la pena dejar constancia de estos trabajos que acreditan a Cámara como uno de los pioneros en la introducción de la estadística matemática en nuestras universidades y muestran que su interés por la materia proviene de sus aplicaciones a la física (mientras que Fernández-Baños se interesa por sus aplicaciones a las ciencias sociales).

(1931-1932) "Principios de la teoría de la correlación múltiple en general". *Revista Matemática Hispano-Americana*, VI (9-10), 249-262; VII (1-2), 7-21; VII (3-4), 71-77; VII (5-6), 97-112.

Este artículo, que cronológicamente corresponde a la primera publicación de Cámara sobre esta materia, es también el más extenso. El objetivo es, con palabras actuales, definir una variable aleatoria compuesta y discreta (todo el estudio es discreto), las redes de regresión, el baricentro (demuestra el teorema general de los baricentros), la desviación típica y aplicar estos conceptos al estudio del coeficiente de correlación entre dos caracteres compuestos (que necesariamente han de ser complementarios).

(1933) "Enlace estocástico entre dos caracteres casuales". *Revista Matemática Hispano-Americana*, VIII (3-4), 58-77.

El artículo está dividido en cinco apartados: Probabilidades, Expresión de la probabilidad compuesta, Razón de la dependencia estocástica, Variación del enlace estocástico por variación de la medida del conjunto, y Otras medidas de enlaces estocásticos.

Los dos primeros sirven para introducir las nociones básicas del cálculo de probabilidades: probabilidad libre o aislada (hoy decimos probabilidad simplemente), probabilidad compuesta o de coincidencia ($p(A \cap B)$, con notación actual), teorema de la probabilidad total y probabilidad ligada (probabilidad condicionada). Los conceptos se exponen de manera intuitiva y elemental sin ir más allá de la regla de Laplace, como puede observarse en las definiciones siguientes, que también sirven de ejemplos de la notación empleada por Cámara:

Llamaremos probabilidad libre o aislada de la aparición del carácter b en un elemento elegido al azar en el conjunto C a la razón siguiente:

$$p_b = \frac{(a \quad b)}{(a)}$$

gún ejemplar aunque podemos dejar constancia de su existencia por el testimonio de antiguos alumnos (Pedro Laín Entralgo y Ricardo Mariño Caruncho) y documentos personales del autor.

donde: (a) significa la medida del conjunto de elemento a (que será un número entero si el conjunto es discreto o un área si tiene la potencia del continuo y es de dos dimensiones);

($a\ b$) la medida del conjunto de elementos que poseen simultáneamente estos dos caracteres.

La probabilidad ligada de b a d se define por la razón siguiente:

$$p_b^d = \frac{(a \quad b \quad c)}{(a \quad d)} = \frac{(b \quad d)}{(d)}$$ [CÁMARA, 1933, pp. 59-61].

Los tres últimos apartados están dedicados al estudio de la razón de dependencia o enlace estocástico entre dos caracteres:

$$k = \frac{p_{bd}}{p_b\, p_d}$$

y el análisis de los casos posibles:

$k = 0$, si los dos caracteres son incompatibles.
$k = 1$, si son indiferentes o independientes.
$k = \frac{(a)}{(b)} < \frac{(a)}{(d)} = k_1$, si existe enlace rígido parcial de d en b.
$k_1 = \frac{(a)}{(b)} = \frac{(a)}{(d)}$, si existe enlace rígido o completo.

Para facilitar la comprensión el autor adjunta diversos ejemplos y un cuadro estadístico tomado de Montesus de Balore (*Probabilités et Statistiques*, París, 1931).

(1933) "El azar y los fundamentos del cálculo de probabilidades, Discurso leído en la solemne apertura del curso académico de 1933 a 1934 por [...]. Catedrático de la Facultad de Ciencias". *Anales de la Universidad de Valencia*, *Año XIV* (*cuaderno nº 105*), Valencia, Imprenta Hijo de F. Vives.

Este *Discurso* consta de 83 páginas, las dieciséis primeras dedicadas a consideraciones protocolarias propias de estos actos, en las páginas 16-77 desarrolla el tema propuesto y las seis últimas contienen las referencias bibliográficas. Aunque en el *Discurso* no se distinguen párrafos y las ideas aparecen a veces entrelazadas, se observa una estructura en torno a tres conceptos claves: previsión, azar y probabilidad. La previsión surge como adivinación del porvenir [p. 16], el azar como elemento de enlace entre el individuo y la colectividad de individuos: "Aunque los hechos aislados no pueden preverse, sea por la causa que fuere, su conjunto viene a constituirse un ente colectivo sujeto a las leyes que suelen llamarse *leyes del azar* [p. 24]; y el cálculo de Probabilidades que "como disciplina matemática, puede construirse axiomáticamente prescindiendo de la experiencia… pero la aspiración es que el enlace con la realidad sea tan íntimo como el que existe entre la Geometría Euclidiana y nuestra concepción del mundo físico" [p. 30]. Hay que resaltar, por tanto, que Cámara introduce el azar antes que la probabilidad, como corresponde al desarrollo lógico de estos conceptos y al contrario de lo que seguimos leyendo en algunos textos actuales.

Son muchos y bien seleccionados los libros citados, pero la mayor inspiración proviene de dos obras de G. Du Pasquier: *Le calcul des probabilités. Son évolution mathématique et philosophique* (Paris, 1926) y *Sur les nouveaux fondements philosophique* (Congreso de Bolonia, 1928).

(1935) "Parábolas medias baricéntricas de un conjunto de puntos del plano". *Revista Matemática Hispano-Americana*, X (3-4), 56-81.

Este artículo responde a la concepción que Cámara tiene de la estadística como ciencia que engloba y supera a la mecánica clásica:

> "*… no puede decirse, como se ha venido admitiendo, que un fenómeno* [natural] *esté definido por una línea o una función. Lo único previsible de la ley natural es la* línea media *o* ley media *si se quiere, del fenómeno que Galton denominó con gran acierto* línea de regresión*, porque las causas fortuitas o el azar se encargan de hacer volver a ella los puntos desviados en la mayoría de los resultados experimentales sucesivos*" [CÁMARA, 1935, p. 56].

El objetivo es ajustar una nube de puntos mediante *parábolas baricéntricas de orden n*, es decir funciones polinómicas de grado *n* que hagan mínimo el *momento cuadrático*. Se trata, por tanto, de uno de los problemas más clásicos de la estadística que Cámara considera "dentro del campo de la Geometría analítica, desde el punto de vista de la determinación de una curva por ciertas condiciones". Este enfoque, y la falta de estos conceptos en los programas universitarios, justifica que el autor reproduzca una parte del artículo en su texto de *Geometría Analítica* a partir de la segunda edición de 1941.

No puede decirse que el método de los mínimos cuadrados sea una novedad en la literatura matemática española pues Ollero ya lo había recogido en su *Tratado* de 1879 y la propia *Revista Matemática Hispano-Americana* había publicado en 1930 dos artículos de Olegario Fernández-Baños sobre el mismo tema en los que aportaba un método analítico geométrico propio para su cálculo aproximado[6]. Sí puede afirmarse, por el contrario, que los métodos propuestos por Cámara son más modernos y generales.

(1937) "Sobre algunas propiedades elementales de los límites estocásticos, por [...]". *Revista Matemática Hispano-Americana*, XII (7-10), 33-51.

En este artículo Cámara introduce una definición personal del límite estocástico de una sucesión numérica y señala algunas de sus propiedades como generalización de las que posee el límite aritmético.

El sentido de estas argumentaciones hay que buscarlo en la formalización de von Mises que define la probabilidad como el límite (cuya existencia y unicidad se postulan) de las frecuencias relativas. Cámara se había referido ya a esta teoría en su *Discurso* de 1933, allí había expresado la conveniencia "de dar una definición aritmética [de límite estocástico] para introducirlo en los postulados en substitución del límite aritmético" y había aportado, sin entrar en detalles, la definición que ahora reproduce de manera casi textual:

> "Una sucesión de infinitos números
>
> $$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$$
>
> diremos que tiene un límite estocástico a cuando fijados a capricho dos números cualquiera ε y δ, tan pequeños como queramos, existe un índice n, tal que el número n' de los términos de la sucesión hasta el n^{simo} que no está en el intervalo
>
> $$(a - \varepsilon, a + \varepsilon)$$
>
> verifique la desigualdad
>
> $$n' < n\delta$$
>
> y esto se cumpla para todos los valores de n y n' superiores al existente antedicho, o sea cuando $n \to \infty$".

Ni en esta definición, ni en las demostraciones posteriores utiliza el concepto de probabilidad "puesto que la teoría del azar y la de conjuntos en su aspecto medible viene a ser la misma cosa con nombres distintos; una con vistas a la realidad de los fenómenos naturales, y otra con vistas a la matemática pura". Como es obvio, Cámara no se refiere aquí a la posibilidad de establecer un isomorfismo (que, de acuerdo con el Teorema de Stone siempre es posible)

6 Véase FERNÁNDEZ-BAÑOS [1930 a y 1930 b]. Este autor se había referido con anterioridad a estos temas, en sus estudios sobre la paridad de la peseta FERNÁNDEZ-BAÑOS [1928].

entre los sucesos asociados a un experimento y el álgebra de las partes de un conjunto (en ninguno de sus artículos hace uso de la teoría de conjuntos) sino a la idea de sustituir las sucesiones empíricas por sucesiones matemáticas[7]. Por ello, los teoremas están orientados a demostrar que el límite estocástico permanece *invariante* (utiliza la terminología de Bouligand relativa a la teoría de grupos) cuando se selecciona al azar una subsucesión (el equivalente a la elección admisible en los colectivos). Aunque llega a intuirse cierta similitud, no puede concluirse que las propiedades propuestas se adapten completamente a los colectivos matemáticos.

La originalidad del artículo reside en la forma de exponer los conceptos y no en el fondo, ya que estos temas eran bien conocidos en esa época: Cámara cita los trabajos sobre el concepto de límite "en el sentido del cálculo de probabilidades" de Cantelli, "el límite en probabilidad" de Fréchet y el "límite estocático o bernoulliano" de Slutsky[8], a ellos podríamos añadir nosotros los clásicos "Teoremas del Límite" desde la *ley matemática de los grandes números o teorema de Bernoulli* (1713) hasta *la ley fuerte de los grandes números* (1928) de Kolmogorov.

(1941) "Teoría de los fenómenos periódicos". *Anales de la Asociación Española para el Progreso de Las Ciencias*, VI (3), 539-572; VI (4), 795-824.

Este trabajo viene a completar el estudio de los fenómenos naturales iniciado con el artículo: "Parábolas medias baricéntricas de un conjunto de puntos del plano" (1935) donde Cámara aborda la representación de los fenómenos no periódicos. Existen otros fenómenos (*fenómenos complejos*), como los meteorológicos y muchos de carácter económico y social, en los que se admite la existencia de causas *permanentes o intrínsecas* de carácter periódico, englobadas en otras *fortuitas*… que alteran la periodicidad[9]. Por tanto, será necesario

---

7 Esta idea ha sido muy criticada por otros autores: "El indiscriminado uso de las sucesiones matemáticas en lugar de las empíricas, es la *falacia obsesiva* de los frecuencialistas" GUTIÉRREZ [1992, p. 197].

8 CANTELLI, F.P. (1916): "La tendenza ad un limite nel senzo del calcolo delle probabilità". *Rendiconti del Circolo Matemático di Palermo*, 16, p. 191.

____ (1917): "Sulla probabilità come limite della frecuenza". *Rendiconti Ac. Lincei*, Roma.

FRECHET, M. (1921) : "Sur les divers modes de convergence d'une suit de fonctions d'une variable" *Bull Calcuta Mathematical Society*.

____ (1930): "Sur la convergence *en probabilité*". *Metron*, 8 (4), p. 3.

SLUTSKY, E. (1925): "Über Stochastische Asymptoten und Grenzwerten". *Metron*, 5 (3), p. 3 (Las indicaciones del tomo, número y página son nuestras).

9 Cámara denomina *fenómeno natural* al conjunto de todos los hechos de la misma naturaleza producidos y que puedan producirse en relación con ciertos antecedentes que suelen llamarse

(*Pasa a la página siguiente*)

hallar el periodo probable y, conocido éste, determinar la representación funcional que permite definir dicho fenómeno por los parámetros descriptivos de la función.

La "Teoría de los fenómenos periódicos" está estructurada en tres partes: Descripción de los fenómenos periódicos, Teoría del periodograma, y Contribución a la eliminación de periodos secundarios y determinación del periodo secular. En la primera, formula el problema y expone el método para ajustar un fenómeno periódico, de periodo conocido, por una suma de armónicas

$$y = b_0 + b_1 \cos x + b_2 \cos 2x + \cdots + \cos nx + a_1 \operatorname{sen} x + \\ + a_2 \operatorname{sen} 2x + \cdots + a_{n-1} \operatorname{sen}(n-1)\, x$$

con la condición de que la desviación cuadrática sea mínima.

El objetivo de la segunda parte ("Teoría del periodograma") es determinar el periodo en fenómenos complejos que suman a las causas permanentes —periódicas— otras fortuitas que producen una alteración del periodo. Para ello, expresa la suma de $(p+1)$ armónicas de la misma amplitud y argumentos en progresión aritmética del modo:

$$\sum_{v=0}^{p} a \operatorname{sen}(x + v\omega) = a \frac{\operatorname{sen} \frac{(p+1)\,\omega}{2}}{\operatorname{sen} \frac{\omega}{2}} \operatorname{sen}\left(x + \frac{p\omega}{2} \right) \cdot \left[\frac{\omega}{2} \neq k\,\pi \right]$$

por tanto, sus ceros son los mismos que los de la componente central (tomando como p un número par)

$$a \ \operatorname{sen}\left(x + \frac{p\omega}{2} \right)$$

y los máximos y mínimos dependen del valor de

$$a \ \frac{\operatorname{sen} \frac{(p+1)}{2}\omega}{\operatorname{sen} \frac{\omega}{2}}$$

causas productoras [admite, por tanto, el *principio de causalidad*]. Si las causas productoras se conocen, al menos con gran aproximación, los fenómenos se denominan *previsibles*. Mientras que en los otros —*fenómenos complejos*— todas o la mayoría de las causas (causas fortuitas) son desconocidas. Véase CÁMARA [1941, pp. 41-42].

esto conduce a definir, para cada valor de p, una nueva función denominada *periodograma de Schuster*:

$$P = a\frac{\operatorname{sen}\frac{(p+1)}{2}\omega}{\operatorname{sen}\frac{\omega}{2}}$$

A continuación justifica, de manera intuitiva, que al ensayar diferentes ajustes para una curva periódica mediante la suma de armónicas del mismo periodo ($\omega \neq 0$), la amplitud de la curva de ajuste se hace máxima cuando se toma el verdadero valor del periodo y esta es la propiedad en que se funda el periodograma de Schuster, que se construye tomando como abscisas los periodos ensayados y como ordenadas las amplitudes de las sinusoidales o armónicas de dichos periodos ajustados al conjunto de puntos

$$(x_0, y_0^{(r)}),\ (x_1, y_1^{(r)}),\ (x_2, y_2^{(r)}),\ (x_3, y_3^{(r)}),\ \ldots$$

[CÁMARA, 1941a, nº 4, p. 800].

Una vez construida esta curva, obtendremos el periodo buscado a partir de la abscisa del máximo.

En general, la aplicación práctica de esta teoría es compleja ya que los arcos no se repiten en la sucesión de tiempo con la exactitud exigida en la definición de función periódica, ni siquiera aproximadamente. En este sentido, la tercera parte del artículo ("Contribución a la eliminación de periodos secundarios y determinación del periodo secular") está dedicada a presentar diferentes pautas para aplicar la teoría anterior a los fenómenos reales. Pudiera suceder que hipótesis, teorías previas o bien el sentido de la realidad física nos permitieran vislumbrar el periodo teórico, en este caso bastaría determinar una sucesión de periodos aproximados y utilizar el periodograma de Schuster para encontrar el más adecuado. Si, por el contrario, el desconocimiento del periodo teórico es absoluto, Cámara propone la utilización del método que Streiff desarrolla en su trabajo *Weather Monthly*. Este método se basa en la hipótesis de que la descripción del fenómeno, en un intervalo de tiempo suficientemente grande para comprender varios períodos completos superpuestos, viene dada por una ecuación de la forma:

$$y = c_0 + \sum_1^n c_1 \operatorname{sen}\frac{2\pi}{\theta_1}(t+\phi_1) + \sum_1^n c_{21} e^{\alpha t} \operatorname{sen}\frac{2\pi}{\theta_2}(t+\phi_2)$$

donde c_i, $\theta_i \phi_i$, α son constantes.

(1942) "Sobre el concepto de fenómeno natural". *Euclides*, II (12), 41-53; II (13), 73-81.

Se trata de un artículo carácter elemental, dedicado a introducir los primeros conceptos del cálculo de probabilidades. El contenido concuerda con las primeras páginas del borrador del libro *Teoría de las Leyes Naturales* —que no llegó a publicarse— adaptadas a una revista de divulgación científica.

(1950-1951) "Transformaciones de las leyes de probabilidad". *Euclides*, X (117), 390-395; X (118), 433-442; XI (119), 5-11; XI (122), 170-176; XI (25-126), 251-254; XI (29-130), 382-391.

A pesar de estar publicado en la revista *Euclides*, no puede considerarse, ni por sus contenidos ni por los recursos matemáticos que en él utiliza, un artículo de divulgación científica. Es, por el contrario, un trabajo riguroso, más apropiado para una revista especializada. Recoge parte de los cursos que sobre estadística y sus aplicaciones había impartido en la Facultad de Ciencias de la Universidad Central. Cronológicamente corresponde al último trabajo de Cámara —exceptuando la cuarta reimpresión de los *Elementos de Geometría*— y fue publicado tras su jubilación. Para describir su contenido podemos recurrir al propio autor:

> "En la parte I [Leyes de probabilidad de una variable continua] de este trabajo se llega a ver que dos leyes de probabilidad de una variable continua con masas de segunda especie distribuidas a lo largo de un segmento finito o infinito, son equivalentes en el sentido de que existe una transformación o correspondencia biunívoca que realiza el paso de una a otra.
>
> Consecuencia de esto es que la *Ley de Gauss-Laplace*, por ejemplo, es equivalente a una *Ley de densidad constante* en un intervalo dado finito naturalmente; o sea que los resultados o determinaciones obtenidos en medidas físicas, como longitudes, ángulos etc., que den la distribución normal de Gauss, se corresponden biunívocamente con otras posiblemente obtenidas en una ruleta suficientemente perfecta.
>
> Se continua en la II [Leyes de probabilidad de dos variables continuas] la teoría desarrollada en la I y en ella se ve que un fenómeno complejo de dos variables aleatorias puede tener varias interpretaciones matemáticas, por lo que puede estar ligado a varias leyes de probabilidad según la interpretación que se dé a los resultados producidos. La llamada *paradoja de Bertrand* resulta como inmediata consecuencia de esta teoría.
>
> En la segunda parte queda en evidencia que las transformaciones que dejan invariante la probabilidad, forman un *grupo característico de la función densidad*, que se transforma en sí misma, pero con las circunstancias de que las transformaciones aplicables o útiles de un intervalo del parámetro de grupo no transforman íntegramente todo el colectivo del fenómeno natu-

ral representado por la ley, sino sólo una fracción del mismo, por lo que puede decirse que estas transformaciones no cambian la ley natural en otra nueva. Hay otro campo de transformaciones, del mismo grupo, inaplicables. Porque dichas transformaciones se refieren más bien al aspecto geométrico enlazado con la probabilidad; lo mismo que las leyes físicas tienen validez en un intervalo geométrico determinado, pero no en todo el campo de variación analítico, como ocurre con las leyes físicas de disoluciones, presiones, etc., en que los intervalos de validez son limitados, mientras que los intervalos o campos matemáticos o geométricos son infinitos en general" [CÁMARA, 1950, X (117), p. 390].

CONCLUSIONES

Cámara es, junto con Terradas y Fernández-Baños, una de las figuras claves en la modernización de la estadística matemática en España y en la incorporación de los métodos estadísticos a los currículos de nuestras facultades de ciencias. Al mismo tiempo, la amplitud de los conceptos y la diversidad de las aplicaciones lo acreditan como un buen conocedor de los avances científicos —no sólo matemáticos— de su época. Es necesario matizar, no obstante, que la aportación personal de Cámara se centra en los aspectos metodológicos y didácticos.

BIBLIOGRAFÍA

ARENZANA HERNÁNDEZ, V. (1998a): "Olegario Fernández-Baños y la introducción de los estudios de estadística matemática en la universidad española". En: L. Español (ed.): *Matemática y Región: La Rioja. Sobre matemáticos riojanos y matemáticas en la Rioja*. Logroño, Instituto de Estudios Riojanos, 137-180.

CÁMARA TECEDOR, S[10]. (1920): *Elementos de Geometría Analítica plana*. 1ª ed. Imprenta Militar, Valencia.

____ (1921): *Resumen de las lecciones de Geometría Analítica del Espacio explicadas en la Universidad de Valencia*. Curso de 1920-1921. Valencia.

____ (1941). *Elementos de Geometría Analítica*. 2ª ed. Madrid, Nuevas Gráficas.

____ (1945): *Elementos de Geometría Analítica*. 3ª ed. Madrid, Talleres de Vda. de C. Bermejo.

____ (1963): *Elementos de Geometría Analítica*. 4ª ed. Madrid, Talleres Vda. de C. Bermejo.

Enciclopedia Universal Ilustrada Europea-Americana (1929). Madrid, Espasa-Calpe.

EXPEDIENTE de las Oposiciones a la Cátedra de Estadística Matemática de la Universidad Central de Madrid (1934). AGACE-SE, legajo 8588-4.

FERNÁNDEZ-BAÑOS, O. (1928): *Dinamismo de los precios*. Madrid, Ed. Reus.

____ (1930a): "Contribución al estudio de la correlación. Nuevo método para hallar la línea de regresión". *Revista Matemática Hispano-Americana*, V (2-3), 48-53.

____ (1930b): "Sobre la correlación y la ecuación de regresión". *Revista Matemática Hispano-Americana*, V (6), 161-177.

____ (1945): *Tratado de Estadística*. Madrid, Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Patronato "Alfonso el Sabio"; Instituto "Jorge Juan".

OLLERO CARMONA, D. DE (1879): *Tratado de Cálculo de Probabilidades*. Segovia, Imprenta de Pedro Ondero.

REY PASTOR, J. (1961): *Discurso de Contestación leído en la recepción de Sixto Ríos en la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*. Madrid, Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

[10] Se omiten los trabajos sobre estadística referenciados en el texto.

EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LA ESTADÍSTICA EN LOS PLANES DE ESTUDIO DE UNA FACULTAD DE PSICOLOGÍA

Gabriela Mónica Fernández Barberis
Universidad San Pablo CEU

INTRODUCCIÓN

La asignatura Estadística no siempre la encontramos con las mismas denominaciones y contenidos en todos los planes de estudio y en todas las carreras. Por supuesto que existen diferencias notables entre unos y otros, pero aún más sorprendente es la evolución histórica que dicha asignatura ha tenido en el contexto de una Facultad de Psicología. Nos referimos al caso concreto de la Facultad de Psicología de la Universidad Nacional de Mar del Plata dependiente del Ministerio de Educación y Justicia de la República Argentina. Esta Facultad nace en el año 1985, hace dieciséis años, período que para un país latinoamericano, como es el caso de Argentina, ya forma parte de su historia. Hasta esa fecha, los estudios de psicología podían cursarse, con bastantes irregularidades, debido a los conflictos militares que padecía el país, en la Escuela Superior de Psicología, en cuyo ámbito la Estadística ocupaba ya un lugar destacado entre las asignaturas más importantes. La misma relevancia mantiene en los planes de estudio actuales y se observa una tendencia similar en los proyectos de reforma futuros.

En primer lugar se analizará el Plan de Estudios instaurado en 1985, al nacer la Facultad de Psicología manteniéndose vigente hasta el año 1989. En este último año, se produjeron importantes modificaciones, tanto en el nombre, como en el contenido y los objetivos de los conocimientos de Estadística que debían adquirir los futuros licenciados a lo largo de sus cuatro años de carrera.

En 1989, entra en vigencia un nuevo Plan de Estudios, que es el que mantiene actualmente. No obstante ser el mismo Plan de Estudios, los programas de actividades y contenidos referidos a la cátedra encargada de impartir las clases relacionadas con los conocimientos estadísticos, han sufrido variaciones notables, principalmente en los años 1991, 1999 y 2000.

EL PLAN DE ESTUDIOS DE 1985

La Ordenanza de Consejo Superior N° 586/85, de la Universidad Nacional de Mar del Plata recoge la aprobación y puesta en vigencia del Plan de Estudios de la Carrera de Psicología. Se detallan las asignaturas que comprende cada uno de los cuatro años que dura la carrera, finalizando con la obtención del título de Licenciado en Psicología.

Dentro de las asignaturas de carácter obligatorio que deben cursarse en el segundo año de la carrera, figura *Psicoestadística*. Los objetivos que se establecen para la materia son: se procura la comprensión de los fundamentos lógicos de los procedimientos de análisis estadístico y la función de ellos en la investigación, la fundamentación estadística de las pruebas psicométricas y la solución de problemas de carácter aplicado en salud, educación, epidemiología, etc., como asimismo el conocimiento de nociones de estadística descriptiva e inferencial.

Como contenidos mínimos se señalan:

- Concepto de Estadística. Fundamentación de la utilización de la Estadística en Psicología.
- Distribución de frecuencias. Medidas de tendencia central y variabilidad. Correlación. Inferencia y predicción. Análisis de la varianza.
- La construcción de escalas.
- Estadística diferencial. Análisis factorial.

Estos contenidos se detallan en forma explícita a través de los dieciséis capítulos que comprende el programa de la asignatura. El programa es demasiado extenso para ser desarrollado en un curso académico (marzo a diciembre), abarcando una amplia gama de temas de diferentes niveles de complejidad.

Así, se parte de la definición de Estadística y su situación dentro del mundo de la ciencia, pasando por concepto, niveles y escalas de medición, probabilidad, distribuciones de probabilidad discretas y continuas, asociación, regresión y correlación, muestras, hasta la consideración de temas más complejos referidos a estimación estadística, inferencia estadística (alternativas paramétricas, alternativas no paramétricas para variables categóricas y ordinales), análisis de la varianza, análisis de ítems (validez y confiabilidad) y la construcción de escalas, destacando entre las últimas algunas de gran utilidad en el ámbito de la Psicología como son las de tipo Thurstone, Lickert o la escala de distancia racial de Bogardus.

En cuanto a la bibliografía, se recomiendan los siguientes textos:

- Blalock: Estadística Social. Edit. F.C.E.
- Moroney: Hechos y Estadísticas. Edit. EUDEBA.
- Kohan-Carro: Estadística Aplicada. Edit. EUDEBA.
- Spiegel, M.: Estadística. Edit. Mc GrawHill (Serie Schaum).
- Garret, H.: Estadística en Psicología y Educación. Edit. Paidos.
- Kohan: Manual para la construcción de test objetivos de rendimiento. Edit. Paidos.

Como puede observarse, la oferta bibliográfica no es demasiado amplia, abarcando tan sólo un par de textos de Estadística aplicable a cualquier disciplina, y el resto más específicos dentro del área de conocimientos propios de la Psicología.

El número de horas estimadas para el cursado de la asignatura, en su aspecto presencial y como horas de estudio, se fija en:

— 1h 30' semanal de asistencia no obligatoria a teóricos.

— 3 hs semanal de asistencia obligatoria a talleres de prácticos.

— 4 a 8 hs de estudio semanal (lectura, preparación de resúmenes, informes, parciales).

— Asistencia obligatoria a las diferentes ponencias de investigadores (tres ponencias de 1h 30' cada una).

Como es lógico y razonable, a medida que fueron transcurriendo los años se llevó a cabo una ardua tarea de reestructuración, por parte de los profesores de la cátedra de Psicología, que culmina con la promulgación de un nuevo Plan de Estudios en 1989.

De esta forma, el plan 85, que nació junto con la Facultad, finaliza su andadura pasando entonces a considerarse como un hecho histórico de gran relevancia que marcó el nacimiento de una nueva etapa dentro de los estudios de Psicología a nivel universitario.

EL PLAN DE ESTUDIOS DE 1989

La Ordenanza de Consejo Superior Nº 143/89 de la Universidad Nacional de Mar del Plata señala la puesta en vigencia del nuevo Plan de Estudios que sustituye al anterior de 1985.

Dentro de las modificaciones que se introducen adquieren gran relevancia aquellas que afectan a los programas y contenidos referidos a la cátedra encargada de impartir las clases relacionadas con los conocimientos estadísticos. Este Plan de Estudios es el que se mantiene en la actualidad, no obstante estudiaremos los cambios producidos en las asignaturas de Estadística en los programas de 1991, 1999 y 2000.

Una particularidad que se observa en el nuevo Plan de Estudios es la consideración de distintas áreas, entendiéndose por tales a las unidades educativas funcionales, constituidas sobre la base de campos afines del conocimiento, organizadas para coordinar acciones docentes, de investigación y de servicios, dentro de su ámbito y en relación con los demás campos curriculares de una o varias carreras.

Asimismo, los cursos, talleres, pasantías, etc., que se establezcan se estructurarán en el marco de tales unidades educativas.

Nuestro interés se centrará en el área de Investigación en Psicología, que comprende entre sus asignaturas la denominada *Estrategias Cualitativas y Cuantitativas en Investigación Psicológica*, que pasa a ocupar el lugar que ocupaba la Psicoestadística en el plan 85.

Se establecen como objetivos de la materia, el lograr la comprensión de los procedimientos cuantitativos y cualitativos que, integradamente, permiten el abordaje de los diversos objetos y problemáticas psicológicas, superando las dicotomías tradicionales a partir de investigaciones concretas.

Los contenidos básicos que se consideran son:

- Controversias epistemológicas y su reflejo en los planos teórico y metodológico.
- Estrategias para la formulación de problemas e hipótesis, para la recolección de datos, para la selección de casos, para el diseño de pruebas y para el análisis e interpretación de los datos en sus vertientes cuantitativa y cualitativa.
- Estrategias Cuantitativas:
  - Variables, dimensiones. Indicadores e índices.
  - Instrumentación: validez y confiabilidad. Encuestas, escalas y test.

- Diseños: pre-experimental, experimental, cuasi experimental, ex post ipso, longitudinal, metodología Q, análisis de caso único.
- Muestreo: no probabilístico y probabilístico. Tipos.
- Estadística descriptiva: tabulación, graficación, tendencia central; variabilidad y asociación.
- Estadística inferencial: probabilidad, con especial énfasis en el enfoque bayesiano. Estimación estadística y pruebas de hipótesis.

— Estrategias Cualitativas:

- Texto y contexto en lo atribucional.
- Observación no obstructiva, etnográfica, clínica, etc.
- Estudio de casos e historia de vida.
- Elaboración de información y significación.
- La comprensión como operación mental.

— Posibilidad de integración en la práctica entre posiciones tradicionalmente antagónicas (cuantitativo/cualitativo, nomotético/idiográfico, explicación/comprensión, diacrónico/sincrónico, etc.).

Como información adicional, el Plan de Estudios incluye la propuesta pedagógica desarrollada por la Cátedra de *Estrategias Cualitativas y Cuantitativas en investigación psicológica*, resaltando los siguientes aspectos:

(*a*) Forma en que se desarrollará la enseñanza.

(*b*) Puntos de vista sobre los temas básicos de su campo del conocimiento que deben transmitirse a los alumnos.

(*c*) Importancia relativa y ubicación de su área en el currículum de la carrera.

(*d*) Medios que propone para mantener actualizada la enseñanza y llevar a la práctica los cambios que sugiere.

A continuación se efectuará un análisis de la propuesta pedagógica de la citada asignatura, poniendo énfasis en los puntos más importantes de los aspectos precedentemente enumerados.

Con referencia al apartado (*a*), podemos afirmar que la experiencia ha demostrado fehacientemente que resulta bastante difícil encarar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la investigación a través de las recomendaciones y consideraciones teóricas; más bien se aprende a investigar, investigando. Y eso sólo puede ser satisfecho a través de una enseñanza que reúna como mínimo los siguientes requisitos:

1) Actividad.
2) Participación.
3) Continuidad.

4) Evaluación Continua.
5) Progresividad.

Ante esto se propone iniciar el contacto con la investigación a través de las experiencias de tipo “exploratorio”, para pasar a las “descriptivas” y finalmente analizar las denominadas de “verificación de hipótesis”. La utilización de los recursos estadísticos debe ser de carácter gradual, iniciando a los alumnos en los manejos más elementales del nivel nominal o clasificatorio, pasando por el ordinal, para llegar finalmente al de intervalos. Cada uno de estos estadios significarán puntos de detención preferencial por parte de los alumnos.

En cuanto a los temas básicos del campo del conocimiento que deben transmitirse a los alumnos, éstos se consideran bajo dos puntos de vista: el epistemológico y el estrictamente metodológico. Es precisamente en este último en el que el herramental estadístico adquiere particular relevancia y debe ser perfectamente conocido y manejado.

Tal como se ha comentado en líneas anteriores, la importancia relativa y la ubicación de su área en el currículum de la carrera, de la asignatura *Estrategias cualitativas y cuantitativas en investigación psicológica*, ha sufrido importantes modificaciones con respecto a lo que contemplaba el Plan de Estudios de 1985.

De acuerdo con el Plan de Estudios de 1989, actualmente en vigencia, la asignatura objeto de estudio pone en contacto al alumno con las metodologías cuantitativa y cualitativa y le posibilita la lectura y elaboración de trabajos de investigación de naturaleza exploratoria.

Dentro de la carrera el nuevo plan ha suprimido, como ya se indicó, la asignatura *Psicoestadística*, aumentando el paradigma estrictamente cualitativo-clínico-psicoanalítico su área de influencia y por ende reduciendo las posibilidades de elección que concretamente debería brindarle la carrera. Una ventaja relativa de esta asignatura es que tiene la mitad de las horas de investigación que el alumno debe desarrollar en su carrera, asignadas o adscriptas a sus propias extensiones.

Los medios que se proponen para mantener actualizada la enseñanza y llevar a la práctica los casos que sugiere son demasiado exigentes si los comparamos con los que en realidad se tienen al alcance. La gran crisis económica, política y social que vive el país desde hace ya varias décadas, afecta notablemente a la Universidad en general y a la carrera de Psicología en particular. La carencia de elementos tan imprescindibles como un ordenador capaz de operar los programas estadísticos más sencillos, dificulta notablemente el desarrollo de los objetivos de la asignatura así como también la capacitación del propio personal de la cátedra.

LAS MODIFICACIONES INTRODUCIDAS EN EL DICTADO DE LA ASIGNATURA ESTRATEGIAS CUALITATIVAS Y CUANTITATIVAS EN INVESTIGACIÓN PSICOLÓGICA EN EL AÑO ACADÉMICO 1991 (PLAN DE ESTUDIOS 1989)

El contrato educativo para el dictado de la asignatura durante el año académico 1991 (Plan 1989) es el que contiene la nueva orientación que se pretende dar a la materia.

Inicialmente, se hace una descripción de la ubicación de la materia en el plan de estudios en relación con:

1) Perfil profesional del egresado.
2) Propósitos institucionales.
3) Vinculación con otras materias (del mismo año, de anteriores y posteriores).

Adicionalmente, se efectúa el encuadre pedagógico en relación a:

1) Concepción del aprendizaje.
2) Justificación de la modalidad adoptada (taller, seminario, otra).
3) Aspectos formativos que se privilegian;

quedando así expuesto en el análisis de los puntos precedentes, el propósito de la cátedra.

Los objetivos a proponer a los alumnos requieren que éstos sean capaces de:

1) Reflexionar sobre el proceso de investigaciones y sus implicancias.
2) Desarrollar la capacidad para elaborar y formular hipótesis alternativas.
3) Desarrollar la capacidad para la argumentación científica y racional.
4) Desarrollar la capacidad de traducir sus hallazgos en breves informes de naturaleza científica.

Para que los objetivos puedan alcanzarse se presentan una serie de estrategias metodológicas, que van desde la lectura comprensivo-crítica de investigaciones hasta breves incursiones en forma de trabajos prácticos de campo.

Si bien el número de horas estimadas para el cursado de la asignatura, en su aspecto presencial y como horas de estudio, es el mismo que el establecido en el Plan de Estudios de 1985, no ocurre lo mismo con respecto a la evaluación.

Entre los criterios de evaluación se encuentran:

(*a*) La evaluación continua de los alumnos.

(*b*) El adecuado cumplimiento de los trabajos prácticos propuestos por parte de los alumnos, así como una correcta planificación y preparación de la actividad por parte de los docentes.

(*c*) La no aceptación por la Cátedra del argumento de lo “acumulativo” por parte del alumno (es decir, la preparación y lectura para los parciales dentro de la semana anterior al día del examen final o parcial).

(*d*) La prohibición de rendir parciales a los alumnos que reflejen reiterados incumplimientos en sus obligaciones dentro de los talleres.

Dentro de las pautas de promoción, se establece que la asignatura se rige por el sistema de examen final oral previa aprobación de dos exámenes parciales escritos con una calificación mínima de cuatro puntos no promediables.

Adicionalmente, se exige la presentación en tiempo y forma de los trabajos solicitados y calificaciones de acuerdo a parámetros contractuales establecidos con los alumnos.

El cronograma de evaluaciones no coincide con el que tenemos la mayor parte de los países de Europa, dado que en Latinoamérica el curso académico cubre el período marzo-diciembre. Así se establecen como fechas para las evaluaciones, las siguientes:

Primer Parcial: cuarta semana de mayo.
Segundo Parcial: primera semana de julio.
Mesa de examen final: a determinar.

Las fechas previstas pueden modificarse cuando acontecimientos extraordinarios lo exijan, pero siempre respetando el carácter semestral asignado a la asignatura, en el curso académico objeto de estudio en este epígrafe.

Se procura, además, que la temática de las evaluaciones sea bien conocida por los alumnos desde el comienzo de curso. Así se establece que cada una de las evaluaciones incluirá dos tipos de preguntas, interrogantes o cuestiones a resolver por los alumnos:

(*a*) Temas vistos en talleres, que responderán a la bibliografía vista y discutida en clase.

(*b*) Temas provenientes de las clases teóricas. Como aquí la asistencia es optativa, la Cátedra dará la bibliografía “obligatoria” sobre la que se fundamentarán las cuestiones a resolver.

El programa de actividades y contenidos para el año 1991 incluye dos temáticas a desarrollar en los talleres de trabajos prácticos, bibliografía necesaria para cada uno de ellos más la bibliografía obligatoria y de consulta para el examen final.

Se divide en cuatro partes. La primera parte comprende, en términos generales, los temas relacionados con Paradigmas-Integración y Niveles de Análisis en el Orden Metodológico. Consta de un total de seis trabajos prácticos, con expresa indicación de las referencias bibliográficas de carácter obligatorio y complementario que deben consultarse para el desarrollo de los mismos.

En la segunda parte, las actividades se dividen siguiendo dos temáticas interrelacionadas pero estudiadas, separadas, simultáneamente y según el siguiente orden:

Temática I: Desarrollo de una pequeña investigación.
Temática II: Seminario, taller de Estadística, preparatorio para el análisis de datos.

La Temática I se desarrolla en cinco trabajos prácticos abarcando los siguientes temas: Investigación, Diseño y Tabulación. La Temática II, con orientación marcadamente estadística, consta de tres temas, a saber: Tabulación y trabajo con frecuencias, Análisis vertical y Análisis horizontal, que deben desarrollarse en un total de seis trabajos prácticos.

La tercera parte comprende el Análisis de Datos, diferenciando entre Análisis Cuantitativo y Análisis Cualitativo, y destinando dos prácticos para cada uno de los análisis.

La cuarta y última parte del programa de actividades y contenidos se refiere a los Informes. Aquí, a lo largo de dos sesiones de trabajos prácticos, los alumnos deben demostrar su capacidad para la formulación de conclusiones y la elaboración de informes.

PLANIFICACIÓN ACADÉMICA DE TAREAS DE LA ASIGNATURA ESTRATEGIAS CUANTITATIVAS Y CUALITATIVAS PARA LA INVESTIGACIÓN EN PSICOLOGÍA. AÑO 1999

Durante el curso académico 1999 el equipo docente encargado de impartir la asignatura estaba constituido por un profesor titular, un profesor adjunto, un jefe de trabajos prácticos y seis ayudantes de trabajos prácticos. La carga horaria frente a los alumnos se estableció en seis horas semanales, con un total de doscientos cincuenta alumnos matriculados.

Dentro de la propuesta académica se consideran, la articulación de la asignatura en el Plan de Estudios y los objetivos de la asignatura. En cuanto a los objetivos a proponer a los alumnos, sintéticamente, se mencionan:

1) Reflexionar sobre el proceso de investigación y sus implicancias.
2) Desarrollar la capacidad para elaborar y formular hipótesis alternativas.
3) Desarrollar la capacidad para la argumentación científica y racional.
4) Servirse del herramental tecnológico y estadístico disponible.
5) Desarrollar la capacidad de traducir sus hallazgos en breves informes de naturaleza científica.

El programa analítico de la asignatura se desarrolla alrededor de seis unidades temáticas. Cada una de ellas propone un objetivo propio pero subordinado a un objetivo general que consiste en la intervinculación e integración de tales unidades.

Para cada unidad, la Cátedra ha asignado material bibliográfico específico con problemas teóricos y prácticos a resolver en el contexto de las comisiones y talleres.

Las estrategias docentes que se proponen para alcanzar los objetivos establecidos son:

(*a*) Exposiciones teóricas orales y talleres.
(*b*) Trabajos prácticos: lectura comprensivo-crítica de investigaciones, discusión y comentarios de textos técnicos. Elaboración de informes escritos.
(*c*) Trabajo de campo. Construcción de instrumentos y puesta a prueba.
(*d*) Replicación de experimentos sencillos siguiendo la modalidad taller.
(*e*) Uso de ordenadores personales (PC). Familiarización con el programa estadístico epi-info v.6.

Se observa que la evaluación y los regímenes de promoción son iguales a los comentados en el programa de 1991, excepto lo que se refiere al examen final. Para la realización del mismo se suministrará una prueba escrita preliminar con preguntas que deberán ser contestadas dentro de un lapso de tiempo de no más de noventa minutos, para luego pasar a una instancia oral donde el alumno ampliará y/o explicitará lo expuesto en el escrito y/o responderá algunas de las preguntas adicionales concernientes al programa establecido. Con carácter adicional se estable que los alumnos deberán estar presentes en el examen en el día y horario prefijado con una demora que no superará los quince minutos, pasados los cuales, se los considerará no presentados.

PLANIFICACIÓN ACADÉMICA DE TAREAS DE LA ASIGNATURA ESTRATEGIAS CUANTITATIVAS Y CUALITATIVAS PARA LA INVESTIGACIÓN EN PSICOLOGÍA. AÑO 2000

La novedad con respecto a la planificación del año anterior es la de contemplar dos áreas diferenciadas: Docencia y Extensión. En el área de Docencia no hay variaciones, es decir, se mantienen exactamente los mismos contenidos y estructura del programa correspondiente al curso académico 1999. No obstante, en el contexto de las actividades propuestas a los alumnos de la asignatura según el Plan de Actividad Docente en el ítem correspondiente a "Estrategias Docentes a emplear" se indica: "Replicación de experimentos sencillos siguiendo la modalidad taller".

Atendiendo a tal consigna se propone un repertorio tentativo de experiencias sencillas a realizar en el ámbito de los talleres. Las mismas están destinadas a poner en acción los conocimientos teóricos adquiridos por los alumnos durante el proceso de dictado de la materia. Se prevé, para el análisis de los datos resultantes de las experiencias, el cálculo estadístico manual por una parte y la contrastación del mismo mediante la utilización de programas de estadísticos estandarizados para PC, por otra.

Resulta curioso destacar que en algunas de las experiencias llevadas a cabo se utilizó una serie de Investigaciones realizadas en el Departamento de Metodología de las Ciencias del Comportamiento de la Universidad Complutense de Madrid.

En el área de Extensión se elabora un proyecto denominado *Asesoramiento en Metodología para Proyectos de Investigación en Psicología y Ciencias Sociales*.

Un breve resumen del contenido del proyecto podría expresarse en los siguientes términos: "la naturaleza de la asistencia ofrecida a los investigadores consiste en la oferta permanente de consultas personalizadas, cursos especiales a medida y servicios específicos tales como: procesamiento y análisis estadístico de datos, búsqueda de información, diseño de instrumentos; y otros elementos conceptuales y técnicos necesarios que intervienen en el proceso de producción científica, que por su diversidad y amplitud no se enumeran sino en forma muy genérica".

El objetivo central del servicio que proyecta prestarse, consiste en asistir, en un sentido amplio, a toda aquella persona que lo solicite y esté realizando o inicie tareas de investigación en psicología o en áreas afines a las ciencias sociales. Asistir en términos de proveerle de todo el herramental conceptual y técnico que está a disposición del equipo investigador para contribuir a la solución de los problemas particulares que plantea cada etapa del proceso de una investigación, aportando de esa manera al mejoramiento de la calidad final del trabajo.

Como complemento de la actividad de consultas antes citada, se prevé el dictado de cursos y la organización de talleres con temáticas específicas destinados a estudiantes avanzados, docentes e investigadores en Ciencias Sociales y de la Educación. Los cursos y talleres son:

1. Curso: "El análisis de la varianza en el diseño experimental".
2. Curso: "Introducción a las técnicas del análisis multivariante".
3. Taller: "Aplicación de planillas de cálculo y epi-info para el procesamiento y análisis estadístico de datos mediante PC".
4. Curso: "Diseño de instrumentos para recolección de datos: entrevista, cuestionarios, escalas.
5. Taller: "Estadística descriptiva".
6. Taller: "El informe de investigación: aspectos formales y sustantivos para su redacción".

CONCLUSIONES

A través de estas páginas se ha estudiado la trayectoria histórica de la asignatura *Estadística* en el caso particular en una Facultad de Psicología y en una realidad completamente distinta a la nuestra, ya que se refiere a la República Argentina.

Este análisis nos sirve como punto de referencia para conocer qué es lo que se está haciendo en la asignatura objeto de estudio en otros lugares, para intercambiar experiencias y enriquecernos mutuamente, así como también para conocer con más precisión los antecedentes históricos de la Estadística en algún país de historia relativamente reciente, comparada con la de cualquier país europeo, entre ellos el nuestro.

BIBLIOGRAFÍA

ORDENANZA DE CONSEJO SUPERIOR N º 586/85. Facultad de Psicología. Universidad Nacional de Mar del Plata, República Argentina. Ministerio de Educación y Justicia. 1985.

ORDENANZA DE CONSEJO SUPERIOR N º 143/89. Facultad de Psicología. Universidad Nacional de Mar del Plata, República Argentina. Ministerio de Educación y Justicia. 1989.

CONTRATO EDUCATIVO para el dictado de la asignatura Estrategias Cualitativas y Cuantitativas en Investigación Psicológica. Año Académico 1991 (Plan de Estudios 1989).

PLANIFICACIÓN ACADÉMICA DE TAREAS (P.A.T.) correspondiente a la asignatura Estrategias Cualitativas y Cuantitativas en Investigación Psicológica. Año Académico 1999.

PLANIFICACIÓN ACADÉMICA DE TAREAS (P.A.T.) correspondiente a la asignatura Estrategias Cualitativas y Cuantitativas en Investigación Psicológica. Año Académico 2000.

LOS ORÍGENES DE LA ESTADÍSTICA SOCIAL EN ESPAÑA: LOS TRABAJOS DE LA COMISIÓN Y DEL INSTITUTO DE REFORMAS SOCIALES

José María Arribas Macho
Antonio Félix Vallejos Izquierdo
Universidad Nacional de Estudios a Distancia

Nuestra investigación por los orígenes de la estadística social española se mueve en una linea fronteriza entre lo prehistórico (lo arqueológico: donde todavía no existe registro estadístico) y lo histórico. Y supone, por otra parte, un ligero desplazamiento del contexto en el que estas jornadas se inscriben, puesto que no tratamos de insertar la estadística social española en una específica Historia de la Estadística a secas, o en una historia autónoma de la ciencia (ya que ahí la aportación española se vería en un papel muy reducido), sino que la situamos en el centro mismo de la Historia social y política de nuestro país, lo que nos abre a una interesante reflexión sobre metodologías y técnicas sociológicas y sobre el uso de 'lo estadístico' en ellas[1].

[1] Por una parte podemos decir, con los 'annalistas', que 'no hay historia sino de lo social': "la historia es, por definición, absolutamente social" (L. Febvre, 1953: 39-40). Pero es que, por otra parte, tampoco se puede concebir —como critican Shapin y Schaffer (1985: 342-343)— 'la política como algo *exterior* a la ciencia', a la actividad científica, ni por supuesto ésta como algo ajeno a aquélla.

Una pregunta de fondo nos orienta: ¿Qué podemos descubrir de 'la estadística social', de 'las estadísticas sociales', desplazándonos hasta su original emergencia, hasta los años en los que, en un primer momento, empiezan a hacerse necesarias y a demandarse y en los que, seguidamente, empiezan a elaborarse?

En términos muy generales, remontándonos a los orígenes, al proceso de institución, es posible descubrir algo no sólo sobre la posición y la funcionalidad instrumental de la institución, en este caso, de las estadísticas sociales en el sistema político, sino también sobre la constitución de éste mismo, sobre sus límites y sus determinaciones estructurantes.

Aun cuando no la explicitemos aquí lo suficiente, esta tesis forma parte del paisaje de fondo en la argumentación que desarrollamos.

Lo instituido reprime lo instituyente. Lo instituido, que acaba percibiéndose y presentándose como necesario, no tolera, no puede tolerar, el conocimiento de la contigencia de su origen. "La institución instituida —dice Bourdieu (1994: 98) — hace olvidar que es fruto de una larga serie de actos de institución y se presenta con todas las apariencias de *lo natural*".

No creemos que las estadísticas sociales que hoy se realizan por doquier en el seno de instituciones oficiales en todos los niveles administrativos con la mayor naturalidad se hayan emancipado de su origen y hayan podido adquirir una verdadera autonomía en relación a las circunstancias en las que nacieron de tal manera que la investigación sobre el origen nada nos diga ya de ellas. Creemos que las estadísticas actuales guardan una íntima conexión con las preocupaciones originales que llevaron a la institucionalización de la estadística social.

La proliferación de todo tipo de estadísticas en el campo social, estadísticas que tienen que ver con los servicios sociales, estadísticas sobre los jóvenes, las mujeres, los mayores, los inmigrantes, los parados, estadísticas sobre el consumo de los ciudadanos, sus preocupaciones y opiniones, etc., esta proliferación, decimos, ha hecho olvidar la centralidad del problema social en la emergencia y desarrollo de las estadísticas sociales hace ahora cien años.

Con la emergencia de las estadísticas sociales comienza un proceso de reducción o de dilución de la centralidad política de la 'cuestión social'. Se trataba de reducir su peligrosa potencialidad alternativa, disgregándola, desmenuzándola en 'problemas sociales', manejables en un ámbito administrativo por el poder político (burgués). "En estado de ser resueltos sólo se hallan puntos concretos, aspectos parciales", nunca 'el problema social como un todo' (Azcárate, 1893: 373)[2], ya que 'el problema social' cuestiona todo el sistema de dominación socio-económico y político que se está anclando en España a finales del XIX y principios del XX[3].

En este tránsito que va de 'la cuestión' a las 'cuestiones sociales', 'lo social' pasa, paradójicamente, de no ser considerado políticamente ['lo social, se decía, no es una cuestión política'] a configurarse como centro vertebrador de 'lo político', a convertirse en el problema político central en el proceso de instauración progresiva y desarrollo del régimen liberal-burgués[4]. Y es el eje sobre el que se estructura el 'Estado de bienestar' (*Welfare State*), que ahora, en nuestros días, estamos viendo desaparecer.

La necesidad de estadísticas sociales para afrontar 'el problema obrero' nace como estrategia en el terreno de 'lo político'[5], pero sólo puede realizarse en el campo de la gestión administrativa, en el terreno de 'lo técnico'.

Hablamos, tal como lo hace Michel Pollak (1979: 46-47) refiriéndose a la transformación de la investigación social norteamericana en los años 20, del paso de la '*politics*' como "actividad de argumentación y de movilización" a la 'policy making', como "actividad técnica" ("reservada a una élite") de "elaboración 'científica'" y "elección entre soluciones alternativas a problemas aislados".

---

[2] Azcárate viene a retomar aquí las palabras dichas por Léon Gambetta en su famoso discurso del 20 de enero de 1880, en el que decía: "los problemas económicos industriales, y que me negaría a denominar 'cuestión social' (…) sólo se pueden resolver (…) uno a uno, a fuerza de estudio" (*Discours politiques*, IX, pág. 122). Hay aquí algo más que una simple estrategia cartesiana de 'dividir las dificultades en tantas partes como sea necesario para resolverlas mejor' (Castel, 1995: 389).

[3] Como lo pone claramente de manifiesto el movimiento político obrero que empieza a emerger como fuerza autónoma en estos años. Así se expresa Matías Gómez, de la Asociación del Arte de Imprimir (organización socialista de Madrid), en 1884: "enfrente de vuestros anodinos paliativos [burgueses] para el gran problema de la época presente, una gran parte de la clase trabajadora tiene soluciones completas" (CRS, I: 47).

[4] Sobre el desarrollo paralelo de la democracia liberal y la política social (y las contradicciones que esto genera): Offe (1988).

[5] Hablamos de 'lo politico' en el sentido que —retomando a Donoso (1851: 210-219)— da Carl Schmitt (1932) a esta expresión: ámbito donde se dirime el *poder constituyente* (Sieyès), aquel que 'determina' "la existencia de la unidad política como un todo" (Schmitt, 1928: 94), el definidor de la 'unidad política'. Para todo esto, en relación con nuestro enfoque, puede verse Negri (1994).

Este desplazamiento de 'lo político' por 'lo técnico'[6], esta retirada de la política de la primera línea de fuego de las luchas sociales, supone un auténtico blindaje de lo político, que queda a salvo de toda puesta en cuestión[7].

Estamos en los momentos de instauración de la lógica de la *sociologización de los problemas sociales*, que supone (al hilo de la profesionalización tanto del trabajo social como del propio trabajo sociológico) la conversión de unos *agentes activos* de cambio en pasivas *poblaciones gestionadas*[8] y en donde juegan un papel fundamental las estadísticas sociales[9].

Las estadísticas sociales se demandan para la *gestión estatal de la población*[10]. Ésta, que toma a la población como un 'campo de intervención', se hace imposible sin ellas: nace con ellas. Son determinantes en la consolidación social del poder estatal: son pieza clave en el proceso de legitimación que desarrolla

---

[6] En términos de Habermas (1963), hablaríamos del desplazamiento del "modelo decisionista" de regulación de las 'relaciones entre saber especializado y práctica política' (en donde lo ténico está subordinado a lo político) al "modelo tecnocrático".

Muy lejos de los planteamientos que aquí se sostienen sobre los modos de interacción entre las esferas de la 'ciencia social' y del 'proceso político' son los que desarrollan Laswell y cía. en los años 50 (convertidos en clásicos de la ciencia política norteamericana).

[7] Habermas (1968: 54), leyendo a Marcuse, dice que "en nombre de la racionalidad lo que se impone es una determinada forma de oculto dominio político".

Bourdieu (1994: 47-51, 91-138) y otros autores de su entorno (Champagne, Lenoir, Merllié y Pinto, 1989;…) plantean, aun sin llegar a sus últimas consecuencias, la necesidad de desvelar lo que de político se encuentra tras lo técnico. Y así, por ejemplo, tratan de desenmascarar las luchas sociales ocultas tras las clasificaciones técnico-administrativas (y los efectos de dominación de éstas), desplazando las categorías de clasificación administrativas hasta el ámbito político primordial. Ayudan a dinamitar la barrera técnica que impide el acceso a lo político en las llamadas 'sociedades avanzadas'.

[8] Esta conversión no es otra cosa sino la transformación de "el *pueblo*", como 'titular del poder constituyente', que 'no es una instancia firme ni organizada' (Schmitt, 1928: 99), en "*población*", en 'dato': su disgregación en *poblaciones*, pasivas unidades sometidas a gestión administrativa.

[9] En el *Proyecto de ley de Instituto Nacional de Previsión* (de 2 de noviembre de 1905), redactado por Azcárate, Dato, Gómez Latorre, Maluquer, Salillas y Serrano, puede leerse de manera contundente: "Desde el momento en que todo un problema social [el de la 'previsión popular' o el 'retiro de las clases trabajadoras'] ha podido enunciarse en la fórmula actuarial algebráica de la renta vitalicia diferida, cabe llegar a soluciones precisas y satisfactorias": "el Instituto Nacional de Previsión ha de fundarse según reglas técnicas".

[10] Marcan el "paso de un arte de gobierno a una ciencia política, de un régimen dominado por la estructura de la *soberanía* a otro dominado por las *ténicas de gobierno*". Hacen aparecer a "la población como un dato, como un campo de intervención" para un Estado "gubernamentalizado", configurándose ellas mismas como "dispositivos de seguridad" (Foucault, 1978), "dispositivos de vigilancia".

el 'Estado social' (*Sozialer Staat*). Y esta consolidación estatal acaba, simultáneamente, reforzando la realidad de las propias estadísticas sociales.

II

Las estadísticas sociales nacen en España encuadradas en el Instituto de Reformas Sociales (1903-1924), Instituto que acabaría asumiendo como fin propio el de "orientar de una manera definitiva y técnica la intervención del Estado en el sentido de ordenar legalmente el trabajo, de aplicar la idea de justicia a las grandes masas obreras de la ciudad y del campo"[11]. Es decir, el Instituto nace para *orientar técnicamente la intervención del Estado* en los asuntos que afectan a las masas obreras, en las relaciones entre capital y trabajo.

El Instituto (IRS) supone la consolidación de la empresa iniciada en 1883 con la Comisión que acabó llamándose 'de Reformas Sociales' (CRS)[12] y que en principio fue una extraña comisión *ad hoc* encargada de "practicar una información sobre el estado y necesidades de la clase obrera"[13] , la cual podemos calificar de 'primera encuesta social realizada en España' (Arribas y Vallejos, 2001), que tendrá tal envergadura que será irrepetible y única[14], no tanto por su

---

[11] Son éstas palabras de D. José Canalejas introductorias al Proyecto de Ley de 1902 que pretendía 'establecer' en el Ministerio de Agricultura, Industria, Comercio y Obras Públicas, del que Canalejas era responsable entonces, un Instituto del Trabajo, similar al Office du Travail francés, en su presentación al Congreso de los Diputados (*Diario de Sesiones*, 12 abril 1902). El proyecto de dicho Instituto se vio asumido en la 'creación' del Instituto de Reformas Sociales un año más tarde.

[12] Para una introducción historiográfica general al IRS y a la CRS y una visión de conjunto de su actividad pueden verse los exhaustivos trabajos de Palacio Morena (1988) y de Calle Velasco (1989).

[13] *Instrucción para las las Comisiones provinciales y locales…* (*Gaceta de Madrid*, 3 junio 1884). Esta información fue publicada en 5 tomos desde 1889 a 1893. Ha sido reeditada (en facsímil) por el Ministerio de Trabajo y Seguridad Social en 1985 de la mano del historiador Santiago Castillo.

[14] Heredera directa de la información parlamentaria sobre las clases trabajadoras propuesta en 1871 y que no llegó a realizarse: información sin parangón en los países civilizados, al decir de Fernando Garrido (1871: III), uno de sus promotores y buen conocedor de todo lo que se hacía en el mundo en el campo de lo social, como muestra en su monumental aunque apresurada *Historia de las clases trabajadoras*, en donde recoge gran cantidad de información estadística de múltiples países. Todavía la información abierta en 1883 está imbuída del espíritu constituyente que abrió la revolución del 68.

La información de la CRS quizá sólo admite comparación, y además muy interesante comparación, con la abierta por Joaquín Costa en la sección de Ciencias Históricas del Ateneo ma-

(*Pasa a la página siguiente*)

extensión y cobertura como por estar situada en un impreciso terreno de definición política, constituyente. El Instituto de Reformas Sociales empieza a regularizar informaciones y a hacer posible el establecimiento de algunas series estadísticas.

Los orígenes tanto de la Comisión (1883) como del Instituto (1903) —así como los cambios decisivos que se producen en su desarrollo— están ligados a momentos de conflictividad social aguda, momentos percibidos y señalados como críticos desde el poder estatal (burgués): la situación tras los sucesos de La Mano Negra, en un caso; el movimiento huelguístico de los primeros años de siglo, en el otro. Tanto Comisión como Instituto nacen adscritos al Ministerio de la Gobernación, encargado del mantenimiento del orden público, donde se dilucida la lucha política en sentido extremo (Schmitt, 1932)[15].

La Comisión nace con la expresa pretensión de 'reducir las *vagas aspiraciones*' de los obreros (de tintes revolucionarios) a '*fórmulas definidas y claras*' (inexorablemente reformistas). Se trataba, se dirá de forma genérica, de 'encauzar las aspiraciones públicas' por 'el estudio de las necesidades sociales' (Moret, 1883: CXLIV), o en palabras más restringidas, de impedir que 'las corrientes pacíficas por donde va encauzándose el movimiento de los obreros' 'tuerzan su rumbo', y éstos 'huyan de las vías legales' (Moret, ibid.: CXLVIII)[16]. Había que hacer frente a la 'salida violenta' de las clases obreras

---

drileño en los años 1902-1903 bajo el título *Oligarquía y Caciquismo como forma actual de gobierno en España: urgencia y modo de cambiarla*.

[15] Si bien Canalejas en 1902 reconocía que "existe un estado de guerra [entre patronos y obreros] en que cada uno de los contendientes esgrime el arma más terrible que halla a mano" (Buylla, Posada y Morote, 1902: CXLV), también anunciaba que "estamos en un período de transición" (ibid.: CXLIX) y que al Instituto, "por su carácter esencialmente técnico", "convenía apartar[lo] de centros oficiales que como el Ministerio de la Gobernación es político por naturaleza" (ibid.: 40): debería adscribirse al Ministerio de Agricultura, Industria y Comercio. Canalejas —y la 'facción' burguesa que representa— tenía claro el orden de prioridades a establecer: primero "las ciencias sociales, y caso necesario la coacción del Estado" (ibid.: XIII). Eran necesarias "disposiciones legislativas que concordasen con el modo de ser del país y respondieran a sus verdaderas necesidades" (ibid.: 43): la legislación social bien informada por la sociología "era el único procedimiento para desarmar el anarquismo" (ibid.: 104). Se necesitaba "la reforma social reflexiva, meditada, iniciada y aun acentuada por los de arriba para prevenir la tumultuosa, la revolucionaria, que seguramente vendría de abajo" (ibid.: 48).

[16] Cuarenta años más tarde, el tema se sigue planteando en idénticos términos en el seno del Instituto, orientado a 'encauzar los conflictos sociales por medio de una legislación justa y previsora' («Exposición [de motivos] del Reglamento provisional para el Servicio de Inspección de las Leyes de carácter social», en IRS, *Disposiciones provisionales para la práctica del Servicio de Inspección,* Madrid, 1922, pág. 3).

impulsando reformas. El estudio de las necesidades sociales es un instrumento al servicio de la integración, a la vez que orienta la acción legislativa impulsada por el gobierno: se refuerza así la *legitimidad* de ésta, dotándola de mayor *eficacia*.

En el programa original de Moret (1883: CXLVII), su fundador, la Comisión se proyecta como "el centro donde se reunan y condensen los datos, noticias y opiniones ya formuladas sobre la materia ["la reforma social de las clases obreras"]". Sin embargo, dicho 'centro' no se establecerá con nitidez hasta la aparición del Instituto: un centro que llegaba a todos los lugares del territorio español[17].

La Comisión nunca pudo funcionar como un centro 'estable', separado y aislado de "la agitada esfera de la política". Fue un curioso organismo, constituido en el más alto nivel político: su presidente original era nada menos que el mismo Antonio Cánovas. Actuó como una especie de 'analizador' (provocador), más que como 'analista', en el sentido socioanalítico (Lourau, 1973): se *analizaba* nada menos que el estado social del país en estado constituyente[18]. Su tarea iba más allá que la de un auténtico 'sociólogo orgánico'[19], pues todo el país se configura como tal. En la gran Información que elabora, la cuestión técnica, científica, está imbricada en grado sumo con lo político. Esta Información está muy cerca de una 'práctica socioanalítica total' sin parangón en la historia: estamos en "el límite de potencia de la investigación social, (…) que

---

[17] La Comisión tuvo problemas, debido a las resistencias de las élites locales que encontró, para configurarse en los ámbitos municipal y provincial. El Instituto se estructuró también en dichos ámbitos, a través de Juntas locales y provinciales, llegando ya a definir una red de mayor estabilidad, es decir, mucho más 'fiable'.

[18] Posada pide en 1902 que se cierre de una vez por todas el temple constituyente en el que se mueve la vida política española desde el año 68: hay que dejar de "discutir las cuestiones *ab ovo*", dice, "como si siempre se estuviera en la *preconstitución* del país y jamás sonara la hora de fundar nada sólido", como en "los famosos días del 69" (Buylla, Posada y Morote, 1902: 97-98). Es la reacción inmediata de Posada ante la *Información* abierta por Costa en el Ateneo sobre 'oligarquía y caciquismo', información directamente emparentada con la de la Comisión de Reformas Sociales de los años 80, que no siendo 'un *estudio específico* sobre el problema real de los caciques' es ante todo 'un *proceso de revisión crítica* de la formación y estructura del Estado liberal en España' (Ortí, 1996: 172-173). "Tanto el señor Costa en su Memoria como los informantes en sus testimonios escritos y orales —dice D. Gumersindo de Azcárate en el texto que cierra la información— han abarcado materia mucho más amplia que la del tema. La tendencia de todos, o casi todos, ha sido estudiar *el estado general de la nación*, el problema español entero" (Ortí, 1975, II: 517].

[19] Como 'sociólogo orgánico' (que podemos interpretar en cierto modo como el 'intelectual orgánico' de Gramsci (1932: 388-396)) sí funcionaría ya el Instituto de Reformas Sociales.

no pone frenos ni bridas a la acción social": pudo ser 'algo' en donde en vez de "tratar de fijar la realidad en su estado positivo", 'la movilizase hacia su(s) estado(s) posible(s)' (Ibáñez, 1986 : 47). No estamos todavía en la encuesta tal como hoy la conocemos[20]. Y sin embargo ya existe una tendencia, una fisura (en donde se instala 'lo estadístico social'), no enmascarada todavía técnicamente, de separación entre el investigador y el actor social investigado, tendencia que se hace claramente visible desde lo político, porque es ahí donde nace (separando al que 'ostenta' el poder).

La Información funciona como un auténtico proceso judicial[21] (Foucault, 1974: 202-221). Así, la Comisión tiene forma de *tribunal*[22]. El Instituto, sin embargo, pretendió ser un "*laboratorio*" de reformas sociales[23] (Buylla, Posada y Morote, 1902: 41). Bien es verdad que lo uno no lleva consigo el abandono

---

[20] "El cuestionario con categorías cerradas de respuestas [dominante hoy, y no por azar (Pollak, 1979), en la investigación sociológica] impide la posibilidad de obtener definiciones imprevistas de la situación" Cicourel (1964: 145): la 'reducción del marco de respuestas' que encontramos en la encuesta hace incuestionable no sólo 'el tema planteado' (en los términos del investigador) sino también la misma encuesta. Se trata de reducir todo a lo previsto, a lo previsible, a lo factible…: en cierto modo, de 'recoger' el hecho social, es decir, de mantenerlo en los límites; en el fondo, no se trata sino de imponer la línea que separa al que manda. En este caso, 'lo estadístico' juega un importante papel en el permanente proceso de instauración simbólica del poder, ya que "el poder no es ninguna 'cosa', empíricamente determinada, sino algo indisociable de su re-presentación" (Lefort, 1978: 242).

[21] En el ámbito hispánico encontramos a lo largo de la historia numerosas informaciones (de carácter judicial) abiertas desde el centro de la metrópoli para conocer asuntos de las regiones periféricas de ultramar. Así, por ejemplo, Fray Pedro de Feria (http://www.cervantesvirtual.com/servlet/SirveObras/348670484169510572665102/) en su *Revelación sobre la reincidencia en sus idolatrías de los indios de Chiapa después de treinta años de cristianos* nos dice que "para la averiguación destas cosas di comision en forma al padre frai Manuel Acosta (…) y hizo ynformación con muchos testigos de vista contestes".

[22] García Quejido, de la Asociación del Arte de Imprimir, habla ante la Comisión de "el pleito social que se ventila" en ésta (CRS, I: 25). No hay más que ver el grabado que da cuenta de la primera sesión de la 'información oral' en el Paraninfo de la Universidad de Madrid (CRS, I).

[23] Laboratorio, biblioteca, museo: "esas redes que la razón ignora" (Latour, 1998). Junto al "laboratorio", el Instituto contaba una importantísima biblioteca ("con objeto de reunir las colecciones legislativas de leyes sociales, las publicaciones de esta índole, ya sean obras, revistas, periódicos o fragmentos, ordenarlas y clasificarlas, preparando índices, resúmenes e informes" (art. 88, Real Decreto de creación del IRS). Y en el proyecto de Instituto de Canalejas se pretendía también contar con un '*museo social*', similar al instalado en París por el Conde de Chanbreun. "Instituciones como las bibiotecas, los laboratorios, las colecciones no son simples medios de los que podía prescindirse, con la excusa de que los fenómenos hablan por sí mismos a la simple luz de la razón. Sumados los unos a los otros, componen los fenómenos, que no tienen existencia más que por este despliegue de transformaciones sucesivas", que los hace combinables y manipulables (Latour, 1998: 178).

de lo otro: en el fondo, "no hay más verdad que la judicial" (Serres, 1990: 127). La propuesta inicial del Instituto hacía visible la tarea de "tejer la verdad de las ciencias con la paz del juicio" (Serres, 1990: 156): combinaba en sus fines el 'orientar de manera técnica la intervención del Estado' con 'aplicar la idea de justicia a las grandes masas obreras' (Canalejas). Pero de manera germinal el Instituto de Reformas Sociales siempre funcionó con la pretensión de convertirse en un auténtico '*centro de cálculo*': un lugar de observación privilegiado desde el que se actúa a distancia sobre otros puntos (hechos, lugares y personas), adquiriendo un dominio sobre éstos al actuar sobre 'inscripciones' que los hacen móviles, estables y combinables: un centro capaz de reducir su entorno para amplificar su acción (Latour, 1989: 208-234).

El Instituto de Reformas Sociales, decíamos más arriba, comienza a regularizar informaciones y a establecer —aun sin saber muy bien para qué: porque era 'lo que se hacía en otros sitios'[24]— series estadísticas que permiten conocer la evolución temporal de ciertos fenómenos anómalos, como las huelgas y los accidentes laborales, o agregados, como el coste de la vida del obrero[25].

Se pretende romper con la 'inseguridad' y la 'discontinuidad' de las estadísticas oficiales que hasta entonces se hacían en España, que, al decir de Canalejas como Ministro de Agricultura, no eran sino "estadísticas externas con datos superficiales y meramente numéricos, cifras mejor o peor agrupadas, pero sin ascender por la comparación a la crítica" (Buylla, Posada y Morote, 1902: IV-V)[26]. Se trataba de dar solidez y regularidad 'estadística' a la acción del Estado.

En el contexto de la Comisión de Reformas Sociales se cuestionaba la inexistencia de estadísticas[27] y se planteaba la imperiosa necesidad de su producción, "verdadera necesidad social sentida" (Buylla, Posada y Morote, 1902:

---

[24] "Hubimos de tomar en consideración, ante todo, la obra realizada en los países extranjeros": "el sugestivo ejemplo de las naciones extranjeras" (Buylla, Posada y Morote, 1902: 38, 72).

[25] Se elabora un "índice general" teniendo en cuenta los precios de 12 artículos de consumo, todos de alimentación. A decir verdad se elaboran dos índices, uno para 'los pueblos' y otro para 'la capitales'.

[26] "La estadística en España está en su infancia", dirá el francés Angel Marvaud (1910: 62), que realiza a principios de siglo un informe sobre el tema social en España para el Musée Social parisino. Sin embargo el informe se nutre de las estadísticas elaboradas en el seno del Instituto: "Sólo desde poco después de la creación del Instituto de Reformas Sociales (…) poseemos algunas informaciones concretas y suficientemente controladas acerca de la situación de los trabajadores en las diversas regiones de la Península" (ibid.).

[27] "En este país no existe estadística de ningún género" (CRS, I: 78): "no hay datos suficientes" (ibid.: 70): "debe formarse una estadística en el Gobierno Civil o donde corresponda" (ibid.: 34).

38). Podemos incluso decir, matizando lo exagerado de la expresión, que la Comisión viene a escenificar una demanda que pide, tanto en el ámbito reformista burgués como en el obrero, satisfacción estadística.

En el seno del Instituto de Reformas Sociales se elaboran estadísticas regulares sobre las siguientes cuestiones: huelgas, accidentes de trabajo y coste de la vida del obrero[28].

También se realizan censos de asociaciones obreras y patronales, vinculados a la *producción de representación* en el propio Instituto, ya que en éste tenían cabida representantes patronales y obreros.

Y los programas de inspección de trabajo producen información estandarizada, aunque no llegue nunca a tratarse estadísticamente. Las informaciones de los inspectores de trabajo se fijan en las infracciones de las leyes que regulan sobre todo el trabajo de mujeres y niños, pero también pretenden, más allá de esto, la elaboración general de un 'censo de la población obrera en España'[29].

También, a través de diversos 'Dictámenes', se plantea la necesidad de elaborar otras estadísticas: de paro forzoso, de viviendas, etc[30]; estadísticas que ya

---

[28] Una cosa fue el programa de estadísticas a realizar por el IRS según su reglamento constitutivo (arts. 107-119) (*Gaceta de Madrid* , 18/08/1903) y otra la actividad llevada efectivamente a cabo. A la Sección técnica tercera, según el reglamento (art. 107), le corresponden "dos órdenes de servicios": "la estadística del trabajo" y "las informaciones generales". Y "la estadística del trabajo comprenderá principalmente las siguientes titulaciones: I Clasificación del trabajo, II Distribución geográfica del trabajo, III Clasificación de los trabajadores, IV La vida del obrero" (art. 108).

[29] Para ello registran, entre otros, los siguientes datos de los 'centros de trabajo' (que curiosamente se denominan "sujetos", y no 'objetos', de inspección): clase de industria, localización territorial, número de obreros empleados, distinguiéndolos por sexo y edad, salarios máximos, mínimos y medios, distinguiendo en éstos los de los 'varones' y los de las 'hembras', etc.

En las *Instrucciones a los Inspectores del Trabajo para el Régimen y Unidad del Servicio*, de 1910, se dan instrucciones (art. 62) para que los Inspectores provinciales y regionales formen una "Estadística obrera" en sus respectivas provincias y regiones, con el fin de "constituir el **Censo de la población obrera** en España". Dicha Estadística debía comprender: "1º Número de obreros de ambos sexos en cada localidad, con expresion de las condiciones en que se realiza el trabajo; 2º Estadística general de la masa obrera, clasificada por industrias". "La formación de la Estadística no sera, pues, otra cosa que el resumen coordenado de los datos contenidos en las papeletas *modelo 13*".

[30] "Debería existir un registro concerniente a la existencia, producción, importación y exportación de primeras materias. Así, con los datos que proporcionaría este registro y el del paro forzoso, junto con los que pueda facilitar ya el Instituto de Reformas Sociales y el Geográfico y Estadístico, relativos al coste de la vida y al movimiento demográfico, se podrían plantear y resolver debidamente problemas como el que actualmente reclama nuestra atención" (IRS, *Antecedentes y ponencia relativos a la crisis de la edificación*, Madrid, 1922, pág. 16).

adquirirán el carácter de complementarias, formando entre sí una cada vez más tupida y autoconsistente red de estadísticas, más allá de las estrictamente sociales, coordinadas entre sí y que se reforzarán mutuamente (Latour, 1989; Desrosières, 1990).

Los anuarios que bajo el nombre de 'Estadísticas de huelgas' se publican desde 1904 hasta 1922 combinan un exhaustivo conjunto de tablas con unos informes narrativos más o menos extensos (dependiendo de la capacidad del informante o de la importancia crítica de la huelga) en donde se da cuenta a veces de manera pormenorizada del desarrollo y de la resolución de las huelgas más "notables por sus caracteres, su duración e incidencias"[31]. Esta combinación de *la narración* (el relato) con *la tabla* (como elementos 'resumidores' de *lo acontecido*) es constante en los anuarios estadísticos de huelgas en todo este período[32]: no se puede dejar a los números hablar por sí solos [33].

Desde los primeros momentos del Instituto, los hombres que están a su cabeza tienen perfecta conciencia de que la información estadística no basta por sí sola, sino que ha de coordinarse con otros tipos de informaciones.

Posada, por ejemplo, advierte que "este procedimiento ["lo que generalmente se entiende por estadística": 'la recolección y elaboración de los datos y su expresión numérica o gráfica'], con ser muy indispensable, no es el único, y además de costoso y difícil [puesto que todavía no se utilizaban muestras] no se presta a recoger de manera precisa y exacta una porción de circunstancias y

---

[31] En el *Boletín* trimestral del Instituto se publican estas narraciones bajo el título de «Crónicas de huelgas».

[32] También encontramos junto a la narración de las más significativas y la tabulación de todas las huelgas producidas a lo largo de cada año, *la lista* enumerada de éstas, ordenadas por orden alfabético de provincias (y dentro de éstas, por orden alfabético de pueblos). Sobre tablas y listas: Goody (1977). Sobre crónicas y relatos: White (1987), Danto (1965)… Sobre la articulación de los 'métodos analíticos de población' y las 'narraciones de casos singulares': Abbot (1992).

El carácter ritual (mágico) de las estadísticas es paralelo al carácter ritual del relato. Estamos ante mecanismos de control que tratan de evitar que lo aleatorio pueda irrumpir en la realidad, rompiendo ciertas regularidades que constituyen el orden social (Girard, 1972): la mera re-presentación de las huelgas (encuadrando relatos o encuadradas en tablas) tiene un efecto sobre éstas, significa ya un control, un dominio de ellas.

[33] "A la cifras es necesario abrirles la boca": son palabras de Rümelin que Posada (1902: 45) hace suyas. Y sin embargo, la fascinación rodea al "dato numérico, escueto" (Ibid: 40). "Nada de disquisiciones ni teorías; hechos y cifras. Poca retórica y muchos números", pedía *El Liberal* en 1892 (6/2/92). La fascinación 'cuantofrénica' (o 'metrofrénica') (Sorokin, 1956: 199-259) se expresaba ya mucho antes de que pudiese verse realizada.

detalles completamente necesarios para penetrar del todo en la vida de los obreros".

Para Posada se hace necesario "suplir la falta de la potencia convincente de *los hechos en masa* por medio del *examen circunstanciado*" que permite 'la información', en donde 'los mismos interesados toman parte activa', convirtiéndola así en un verdadero 'juicio contradictorio'. También se debía contar con "el procedimiento de las monografías", que añade a la estadística y a la información "el retrato fiel de la existencia ["de la vida"] en todos sus detalles y accidentes", ya que 'no se limita a recoger datos por medio de cuestionarios, sino que acude directa y personalmente a los mismos interesados' (Buylla, Posada y Morote, 1902: 45-46). Se cuenta así con tres procedimientos de acceso al "hecho social": la estadística, la información y la monografía.

Buylla (1904: 105), por su parte, apuesta en los comienzos del Instituto por 'la información' como procedimiento 'genuinamente sociológico', a la que considera "estadística, historia y monografía a un tiempo", señalando su importancia, al ser capaz de aglutinar en su interior una diversidad heterogénea de 'procedimientos', y su superioridad sobre la estadística, puesto que "anima, vivifica el dato numérico con la expresión de cuanto escapa a la rigidez de aquél" y "constituye su interesante trama": ahí se expresan "los sentimientos (deseos, aspiraciones, esperanzas, necesidades, pasiones, entusiasmos), los pensamientos (ideas, razonamientos, dudas, errores), las voliciones (impulsos, motivos, hábitos, virtudes, vicios)", y además mantiene la "onmilateralidad del testimonio": conlleva la 'audiencia de todos los intereses' y la 'expresión de todas las tendencias' en conflicto a través de las propias palabras de los actores.

Hay que decir que González Posada y Álvarez Buylla fueron, durante toda la vida del Instituto, presidentes de las secciones de "Legislación e información bibliográfica" y de "Estadística", respectivamente[34]. Y a pesar de sus reticencias previas hacia las estadísticas, el Instituto impulsó de manera decisiva la elaboración de éstas, siempre debidamente contextualizadas.

---

[34] El Instituto, que estuvo presidido por D. Gumersindo de Azcárate hasta 1917 (hasta el mismo día de su muerte), estaba estructurado como corporación en tres secciones: la primera, "De policía y orden público" (vinculada al Ministerio de Gobernación), la segunda, "Jurídica" (vinculada al de Gracia y Justicia), y la tercera, "De relaciones económico sociales" (vinculada al de Agricultura). Junto a éstas (de cierto rango político), el Instituto contaba con otras tres secciones o "dependencias técnico-administrativas" especializadas: "1ª: De Legislación e información bibliográfica, 2ª: De Inspección, 3ª: De Estadística" (art. 17, Reglamento del IRS: *Gaceta de Madrid*, 18 agosto 1903). El presidente de la segunda sección fue el General Marvá.

Oficialmente llega a decirse (en el art. 116 del Reglamento del IRS) que "las informaciones generales tendrán el carácter de ampliación y complemento de las investigaciones estadísticas". Informaciones de carácter general (similares a la que llevó a cabo la Comisión) no llegaron a realizarse nunca en el seno del Instituto. Sin embargo sí tuvieron lugar diversas informaciones locales. De hecho, dos magníficas informaciones provinciales abren y cierran la vida del IRS: el *Informe referente a las minas de Vizcaya*, de 1904, realizado por Sanz y Escartín y Rafael Salillas, y la *Información sobre el problema agrario en la provincia de Córdoba*, de 1919, realizado por Bernaldo de Quirós y un ya muy mayor Álvarez Buylla. Éste último inició sus trabajos en el Instituto con una emblemática *Información agraria de ambas Castillas* (1904). El 'Informe de las minas de Vizcaya' está bien nutrido de estadísticas locales sobre temas sociolaborales. La labor 'estadística' del Instituto consistiría en generalizar éstas por toda la geografía española, configurando un marco de acción (político-administrativa) nacional[35]. Y esto sólo sería posible con la progresiva profesionalización (burocratización) de su personal auxiliar[36]: desplazando así la labor 'autorial' de los grandes hombres que pusieron en marcha el proyecto.

El Instituto siempre fue algo más que una mera oficina de producción estadística o 'informativa' sin más. Nunca pudo abandonar la dominante labor de intermediación que le tocó ejercer en los agudos conflictos entre obreros y patronos que tuvieron lugar en esos años en España, aunque desde un primer momento quisiera constituirse en un centro 'que recogiese con imparcialidad' tanto "el movimiento obrero" como "la marcha de la evolución económica" (Buylla, Posada y Morote, 1902: 25): "los fenómenos sociales y los hechos económicos" (ibid.: IV). Mientras lo político no estuviese resuelto, la 'neutralidad técnica' no podía tener lugar. Pero de 'lo político'[37] sólo cabe una estabi-

[35] "Se hacía preciso unificar la acción del Estado en tan interesante materia ["la política protectora del obrero"]" (Buylla, Posada y Morote, 1902: 36).

[36] El Instituto estaba formado por 30 miembros directamente designados por el Gobierno más 12 de carácter electivo, elegidos a partes iguales entre patronos y obreros (4 de la gran industria, 4 de la pequeña y 4 de la agricultura). Además de los jefes de Sección, contaba con un plantilla de personal auxiliar que probablemente nunca pasara de las cuarenta personas, más los escribientes y personal dependiente (según la información presupuestaria hecha pública en el *Boletín*).

Sería interesante en este punto ver casos como el de Francisco Bernis en el Instituto.

[37] 'Lo político', como lugar de conflicto permanente, de lucha incesante, espacio permanentemente abierto, sin posibilidad de cierre, allí donde se definen las identidades, ámbito de lo primigenio, de lo no reductible ni formalizable, lo consideramos desde la perspectiva de un 'radicalismo democrático' en elaboración (en donde podemos anudar aportaciones de gentes como Schmitt, Arendt, Lefort, Laclau, Mouffe, Zizec o Schnaith). Desde esta perspectiva se trata de

(*Pasa a la página siguiente*)

lización más o menos temporal a través de 'la política' (espacio de maniobras técnicas), integrando simbólicamente al enemigo, o a través de la guerra misma, aniquilándolo físicamente. Aquí, en España, el 'fracaso' de la política para resolver el problema social, manteniendo, claro está, el dominio de clase, conllevó el recurso a la guerra: '25 años de paz' fueron suficientes para permitir el desarrollo sin sobresaltos de unas auténticas estadísticas sociales[38], estadísticas que hoy parecen de incierto futuro, puesto que vivimos momentos de importante redefinición política, en los que la gran cuestión social que se ventila tiene que ver con una inmigración para la que las estadísticas sociales y demográficas son ciegas todavía.

'multiplicar los espacios en los que las relaciones de poder estén abiertos a la contestación democrática', concebiendo que 'el enfrentamiento agonístico, lejos de representar un peligro para la democracia, es en realidad su condición misma de existencia': "se trata de restaurar el carácter central de lo político [y de las relaciones de fuerza que implica] y de afirmar su naturaleza constitutiva" (Mouffe, 1993: 11-25).

[38] La violencia sobre la que se fundó el nuevo Estado español en 1939 "ha sido el supuesto estructural de la progresiva racionalización burocrática de la estructura político-económica de la sociedad española" (Moya, 1984: 190).

BIBLIOGRAFÍA

ABBOT, A. (1992): «¿What do cases do? Somes notes on activity in sociological analysis», en Ragin, Ch.C. & Becker, H.S. (eds.): *What is a case? Exploring the foundations of social inquiry*, Cambridge, Cambridge University Press, 1992, pp. 53-82.

ARRIBAS, J.M. y VALLEJOS, A.F. (2001): *Les enquêtes sur la question sociale en Espagne*, Paris, EHESS.

AZCÁRATE, G. (1893): "El problema social y las leyes del trabajo" [discurso leído en el Ateneo de Madrid el 10/11/1893], en *Boletín de la Institución Libre de Enseñanza*, 1893.

BOURDIEU, P. (1994): *Razones prácticas*, Barcelona, Anagrama, 1997.

BUYLLA, A. (1904): *Memoria acerca de la Información agraria de ambas Castillas*, Madrid, 1904.

BUYLLA, A., POSADA, A. y MOROTE, L. (1902): *El Instituto de trabajo. Datos para la historia de la reforma social en España*, Madrid.

CALLE VELASCO, M.D. DE LA (1989): *La Comisión de Reformas Sociales (1883-1903): política social y conflicto de intereses en la España de la Restauración*, Madrid, Ministerio de Trabajo y Seguridad Social.

CASTEL, R. (1995): *La metamorfosis de la cuestión social*. Buenos Aires, Paidós, 1997.

CHAMPAGNE, P., LENOIR, R., MERLLIÉ, D. y PINTO, L. (1989): *Iniciación a la práctica sociológica*, México D.F., Siglo XXI, 1993.

CRS, I [COMISIÓN DE REFORMAS SOCIALES (1889)]: *Reformas Sociales. Tomo I: Información oral practicada en virtud de la Real Orden de 5 de diciembre de 1883*, Madrid, 1889.

DESROSIÈRES, A. (1990): «How to Make Things Hold Together: Social Science, Statistics and the State», en Wagner, P., Wittrock, B. y Whitley, R. (eds.): *Discourses on Society. The Shaping of the Social Science Disciplines, Sociology of the Sciences Yearbook*, vol. XV, Dordrecht (Hol.): Kluver, 1990, pp. 195-218.

DONOSO CORTÉS, J. (1851): *Ensayo sobre el catolicismo, el liberalismo y el socialismo*. Madrid, Editora Nacional, 1978.

FEBVRE, L. (1953): *Combates por la historia*, Barcelona, Ariel, 1975.

FOUCAULT, M. (1974): *La verdad y las formas jurídicas, en Obras esenciales*, vol. II, Barcelona, Paidós, 1999.

FOUCAULT, M. (1978): «La gubernamentalidad», en Álvarez Uría, F. y Varela, J. (eds.): *Espacios de Poder*, Madrid, La Piqueta, 1979, pp. 9-26.

GARRIDO, F. (1871): *Historia de las clases trabajadoras* (3 t.), Madrid.

GIRARD, R. (1972): *La violencia y lo sagrado*, Barcelona, Anagrama, 1983.

GOODY, J. (1977): *La domesticación del pensamiento salvaje*, Torrejón de Ardoz, Akal, 1985.

GRAMSCI, A. (1932): "La formación de los intelectuales", en *Antología* [Selección de M. Sacristán]. Madrid, Siglo XXI, 1970, pp. 388-396.

HABERMAS, J. (1963): «Política cientifizada y opinión pública», en Habermas (1968b), pp. 131-158.

HABERMAS, J. (1968): «Ciencia y técnica como 'ideología'», en Habermas (1968b), pp. 53-112.

HABERMAS, J. (1968b): *Ciencia y tecnología como 'ideología'*, Madrid, Tecnos, 1984.

IBÁÑEZ, J. (1986): «Perspectivas de la investigación social…», en García Ferrando, M., Ibáñez, J. y Alvira, F.: *El análisis de la realidad social: métodos y técnicas de investigación social*, Madrid, Alianza, 1986.

LATOUR, B. (1989): *Ciencia en acción*, Barcelona, Labor, 1992.

LATOUR, B. (1998): «Esas redes que la razón ignora: laboratorios, bibliotecas, colecciones», en García Selgas, F. y Monleón, J.B. (eds.): *Retos de la postmodernidad*, Madrid, Trotta, 1998.

LEFORT, C. (1979): *Las formas de la historia*. *Ensayos de antropología política*, México, Fondo de Cultura Económica, 1988.

LOURAU, R. (1973): «Análisis institucional y cuestión política», en Lourau et al.: *Análisis institucional y socioanálisis*, México, Nueva Imagen, 1977, pp. 9-30 [L'Homme et la Société, n. 29-30 (1973)].

MARVAUD, A. (1910): *La cuestión social en España*, Madrid, Ministerio de Trabajo y Seguridad Social, 1975.

MORET, S. (1883): «Real Decreto de creación de una Comision de estudio de cuestiones obreras. Exposición [al Rey]», *Gaceta de Madrid*, 10/XII/1883.

MOUFFE, Ch. (1993): *El retorno de lo político*, Paidós, Barcelona, 1999.

MOYA, C. (1984): *Señas de Leviatán*. *Estado nacional y sociedad industrial: España 1936-1980*. Madrid, Alianza.

NEGRI, A. (1994): *Poder constituyente: ensayo sobre las alternativas de la modernidad*, Madrid, Ediciones Libertarias.

OFFE, C. (1988): *Las contradicciones del Estado de Bienestar*, Madrid, Alianza.

ORTÍ, A. (1975) (ed.): *Oligarquía y caciquismo como la forma actual de gobierno en España*. *Urgencia y modo de cambiarla*. *Información en el Ateneo de Madrid*, 1901, (2 vol.), Madrid, Ministerio de Trabajo y Seguridad Social.

ORTÍ, A. (1996): *En torno a Costa*, Madrid, Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación.

PALACIO MORENA, J.I. (1988): *La institucionalización de la reforma social en España* (*1883-1924*), Madrid, Ministerio de Trabajo y Seguridad Social.

POLLACK, M. (1979): «Paul Lazarsfeld, fundador de una multinacional científica», en Álvarez Uría, F. y Varela, J. (eds.): *Sociología crítica*, Madrid, La Piqueta, 1986, pp. 37-82.

SHAPIN, S. y SCHAFFER, S. (1985): *Leviathan and the Air-pump: Hobbes, Boyle and the Experimental Life*, Princeton (NJ), Princeton University Press.

SCHMITT, C. (1928): *Teoría de la Constitución*, Madrid, Alianza, 1982.

SCHMITT, C. (1932): *El concepto de lo político*, Madrid, Alianza, 1991.

SERRES, M. (1990): *El Contrato Natural*, Valencia, Pre-textos, 1991.

SOROKIN, P. (1956): *Achaques y manías de la Sociología moderna y ciencias afines*, Madrid, Aguilar, 1957.

WHITE, H. (1987): *El contenido de la forma*. Barcelona, Paidós, 1992.

ANEXO GRÁFICO

Algunas muestras del trabajo estadístico del IRS

Cálculo de ingresos y gastos de un obrero.

INGRESOS

(Veinticuatro días de jornal.)

JORNAL — Pesetas.	Cantidad líquida. Diaria. — Pesetas.	Cantidad líquida. Mensual. — Pesetas.
4	3,20	96
3,75	3	90
3,50	2,80	84
3,25	2,60	78
3	2,40	72
2,75	2,20	66
2,50	2	60

GASTOS

(Treinta días.)

GASTO MÍNIMO MENSUAL EN	Pesetas.
Habitación (1)	10
Alimentación (2)	48
Vestido y calzado	3
Sociedad de Socorros (3)	2
Varios	3
TOTAL	66

DIFERENCIA

JORNAL DE	Pesetas.
4	+ 30
3,75	+ 24
3,50	+ 18
3,25	+ 12
3	+ 6
2,75	0
2,50	— 6

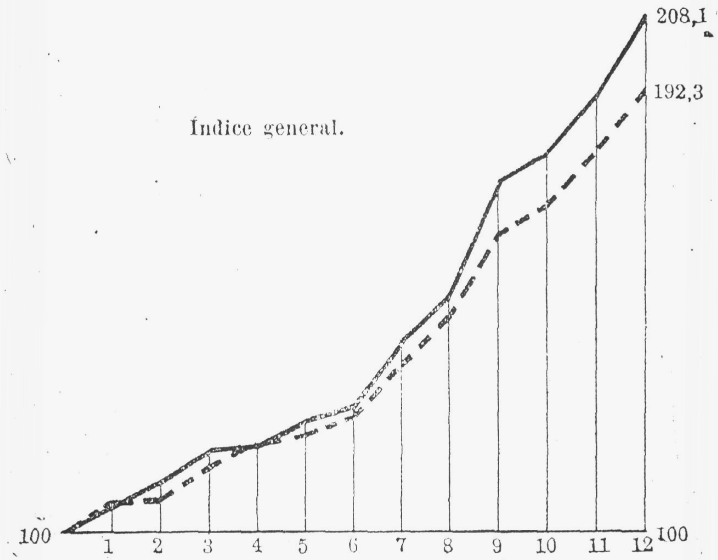
ESTADÍSTICA DE LAS HUELGAS

Año de 1919.

CAUSAS DE LAS HUELGAS	GANADAS TOTALMENTE Absoluto.	GANADAS TOTALMENTE Por 100.	GANADAS PARCIALMENTE Absoluto.	GANADAS PARCIALMENTE Por 100.	PERDIDAS Absoluto.	PERDIDAS Por 100.
I. SALARIO.						
1 Aumento de salario	52	42,98	82	38,32	23	33,82
2 Reducción del salario	»	»	2	0,93	»	»
II. JORNADA.						
3 Jornada de ocho horas	13	10,74	9	4,20	4	5,88
4 Reducción de la jornada	1	0,82	2	0,93	2	2,95
III. SALARIO Y JORNADA.						
5 Aumento de salario y jornada de ocho horas	29	23,97	63	29,44	10	14,70
6 Aumento de salario y reducción de la jornada	10	8,26	21	9,81	6	8,82
IV. ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO.						
7 Reglamentación de las condiciones del trabajo	2	1,65	5	2,34	8	11,76
V. SALARIO Y ORGANIZACIÓN.						
8 Aumento de salario y reglamentación de las condiciones de trabajo	3	2,48	16	7,48	2	2,95
VI. PERSONAL Y ASOCIACIÓN OBRERA.						
9 Admisión de obreros despedidos	3	2,48	4	1,87	5	7,35
10 Despido de obreros no asociados	6	4,98	1	0,47	3	4,41
11 Separación de personal directivo	1	0,82	1	0,47	2	2,95
VII. SALARIO Y ASOCIACIÓN OBRERA.						
12 Aumento de salario y reconocimiento de la personalidad de la Asociación	1	0,82	8	3,74	»	»
VIII. SOLIDARIDAD Y DIGNIDAD OBRERA.						
13 Solidaridad	»	»	»	»	3	4,41
TOTALES	121		214		68	

21

Gráficos representativos del aumento de los precios de doce artículos de consumo.



Notas.—La línea llena representa el aumento de precios en los pueblos de España; la línea cortada o de trozos representa el aumento correspondiente en las capitales.

Las ordenadas numeradas correlativamente en cada gráfico desde 1 hasta 12 son proporcionales a los índices de aumento de precio en cada uno de los semestres desde el de abril a septiembre de 1914 hasta el de octubre de 1919 a marzo de 1920.

¿QUÉ DEMUESTRAN LAS CURVAS ESTADÍSTICAS DE DEMANDA?

Álvaro Fernández Buendía
Universidad San Pablo CEU
David Teira Serrano
Universidad de Educación a Distancia

INTRODUCCIÓN

En esta comunicación nos proponemos examinar en perspectiva una breve polémica entre económetras que tuvo lugar a mediados de los años 1920 sobre el sentido teórico de las curvas estadísticas de demanda. El interés del caso radica en su ejemplaridad desde un punto de vista epistemológico. Por una parte, estaba en juego el sentido empírico de la teoría neoclásica: se discutía a qué extremo sus leyes se prestaban a contrastación estadística y constituye, en este sentido, un caso ejemplar para el filósofo. Por otro lado, el tratamiento que recibe esta polémica en las Historias de la econometría constituye también un claro ejemplo de *partidismo intelectual* (o, si se quiere, de Historiografía *whig*), pues la reconstrucción del caso suele desarrollarse en un enfoque internamente económico[1], en el que se omite, creemos, la verdadera dificultad, a saber: la confluencia de dos ideas de ciencia de muy distinto origen, una económica y otra estadística.

---

[1] Así en los casos de MORGAN 1990, cap. 6 y QIN 1989, pp.73-78, no tanto en el de EPSTEIN 1987, cap. 1.

Para poder apreciar esta dificultad, creemos necesario partir de la obra de Henry Ludwell Moore, uno de los pioneros de la econometría y, entre éstos, quizá también el peor comprendido. Moore es quien plantea por primera vez la cuestión del sentido estadístico de la teoría económica, inspirado por la obra de Karl Pearson. Como veremos en el primer epígrafe, su propia empresa constituye una síntesis de la concepción de la verdad científica defendida por aquél con los temas propios del enfoque neoclásico. El reto al que Moore se enfrentó era el de reconstruir a partir de series temporales una curva de precios y cantidades que se suponía referida a un solo instante en el tiempo. Moore optará por prescindir de este *ídolo del estado estático* (MOORE 1914, p. 64) y reformular estadísticamente la teoría para incluir en ella el tiempo como variable.

El debate que siguió a la publicación de la obra de Moore, en 1914, está en el origen de la polémica que estudiaremos en el segundo epígrafe. Un discípulo de Moore, Henry Schultz ofrece diez años después un primer intento de contrastar efectivamente la teoría neoclásica con series temporales de datos. Es entonces cuando Elmer Working formula el interrogante que da título a esta comunicación: ¿qué demuestran las curvas estadísticas de demanda? Hubo quienes creyeron, como Holbrook Working y el propio Schultz, que cabía aproximar una curva de demanda teórica cribando estadísticamente las desviaciones en el tiempo apreciadas en los datos. Frente a éstos, Elmer Working, Mordecai Ezekiel y otros observaron que sólo en circunstancias muy concretas cabía efectuar tal estimación. Dejaron abierta, como veremos en la conclusión, la cuestión del estatuto de la economía como disciplina empírica.

HENRY LUDWELL MOORE

Aun sin poder entrar aquí en detalles sobre sus antecedentes, no resulta exagerado calificar al economista estadounidense Henry Ludwell Moore de padre de las curvas estadísticas de demanda (1869-1958)[2]. Moore se formó en la John Hopkins University (1892-1896), donde fue discípulo, entre otros, de John Bates Clark. A él le debe su concepción matemática de la economía y su enfoque *dinámico* del equilibrio (cf. CLARK 1905 y la dedicatoria de MOORE 1914). A diferencia de los neoclásicos —pensemos en el uso que Marshall daba a las cláusulas *ceteris paribus* (TEIRA 2001)—, Moore quiso estudiar las variables

[2] Sobre Henry Moore pueden consultarse, en general, los estudios siguientes: STIGLER 1962, MIROWSKI 1991, WULWICK 1995 y LE GALL 1999.

económicas como funciones del tiempo, y encontró en la estadística el dispositivo idóneo para sus propósitos.

Así, tras defender su Tesis doctoral —sobre la teoría del salario natural de von Thünen, en 1896—, Moore inicia su carrera docente (la mayor parte de la cual transcurrirá en Columbia) suspendiendo toda publicación durante diez años para ampliar sus conocimientos de economía matemática y estadística. De su estudio de aquélla, resultan dos artículos sobre Cournot —MOORE 1905a y 1905b—, autor cuya influencia es perceptible en todas sus publicaciones posteriores. Resulta también extraordinario su conocimiento de las obras de Jevons, Walras, Marshall, Edgeworth, y Pareto. En cuanto a la estadística, Moore encuentra su inspiración en la obra de Karl Pearson y su escuela, quienes le sugieren el modo de verificar empíricamente una teoría económica[3]. Así lo hace en tres artículos publicados en 1907[4], en los que vuelve sobre el tema de su Tesis, donde la influencia de la biometría es patente:

> Me guío por la experiencia de los biólogos estadísticos, quienes, en sus estudios de la evolución, encontraron que la variación en la desviación estándar era la medida más significativa de la variación de la concentración de un grupo. (MOORE 1907a, p. 63)

Y cita explícitamente a Pearson:

> «Cuanto más intensa es la lucha por la existencia menor es la variabilidad, más forzados están los individuos a aproximarse al tipo más ajustado a su entorno si desean sobrevivir […] La desviación estándar es de hecho una medida científica de la concentración de la variación de la población respecto de su promedio o media» (*ibid*. [PEARSON, Chances of Death, vol. i, pp. 258 y 274])

Para Moore, se trataba de establecer en qué medida el salario de un obrero se correspondía con su eficiencia, y ésta, afirma Moore, tendrá una distribución gaussiana, acaso basada en la *heredabilidad* de las aptitudes que hacen a un obrero eficiente, como tantas otras cualidades subjetivas estudiadas por los biómetras[5]. La estadística biológica ofrece un primera aproximación a la eco-

---

[3] Para un estudio más detallado de la influencia de Pearson sobre Moore y de la propia obra de este último, cf. FERNÁNDEZ & TEIRA 2001.

[4] Cf. «The Variability of Wages», «The Differential Laws of Wages», «The Efficiency Theory of Wages» (MOORE 1907a, 1907b, 1907c), incluidos luego en su libro de 1911 *Laws of Wages*.

[5] Dos estudios de la biometría en los que se conjuga su dimensión social con su papel en la Historia de la estadística son MACKENZIE 1981 y ARMATTE 1995, caps. 8 y 9.

nomía empírica, desarrollada inmediatamente por Moore en el manifiesto programático que publica al año siguiente en su artículo «El complemento estadístico de la economía pura» (1908). Allí recuerda —en una nota al pie de la página 8:

> No cesaré de explotar el hecho de que en los últimos años el Profesor Marshall ha desarrollado la doctrina de que los motivos medibles en los que está interesado el economista son investigados sólo en la medida en que se manifiestan en la acción de grandes grupos, y que la ciencia de la economía pura, por tanto, postula los fenómenos de masas que se describen en particular en la esfera de la estadística. (*Principles of Economics*, 4ª edición, Libro I, cap. v)

Moore añade a continuación, desarrollando una idea de Marshall:

> Del mismo modo, la teoría de la probabilidad aplicada a las ciencias sociales no es un cuerpo de doctrina concreto, sino un dispositivo de aplicación general en el estudio de los fenómenos de masas sobre los que se basan las ciencias sociales. (MOORE 1908, p. 8)
>
> Se trataba ya, por tanto, de dotar de un contenido empírico a la teoría económica mediante la aplicación de la estadística, empresa ya anticipada, según Moore, por Cournot, Jevons, Edgeworth y Pareto.

Al año siguiente, 1909, Moore viaja a Europa, donde ya había visitado a Walras en 1903 y a Pareto en 1908, para seguir los cursos de Estadística matemática impartidos en Londres por Pearson. El fruto de estos cursos se recoge en el primer libro de Moore, *Las leyes de los salarios* (MOORE 1911). En este libro, basándose en los tres artículos anteriores de 1907, Moore anuncia así su propósito:

> La economía estadística, de la que los siguientes capítulos son ensayos, se propone este doble objetivo: (1) contrastar con los hechos representativos las hipótesis y teoremas de la economía pura; (2) proporcionar datos, en forma de hechos generales y leyes empíricas, para la elaboración de la economía dinámica. (MOORE 1911, p. 23)

Moore incorpora a la economía los conceptos de *causalidad* y de *contingencia* de Pearson, a quien cita abundantemente. Como éste, Moore entiende que la causalidad no es sino un caso particular de la *correlación*, es decir, una expresión estadística del grado de asociación entre fenómenos.

> La hipotética relación causal entre los medios de subsistencia y los salarios de los trabajadores no cualificados puede ser comprobada (*tested*). Si la relación entre ambos fuera una relación de causa a efecto, entonces *r* [el

coeficiente de correlación], debería aproximarse a la unidad. (MOORE 1911, p. 32)

Como indicio de la ruptura que esto suponía con al menos una parte de la tradición neoclásica —Taussig, Schumpeter, Edgeworth, y Persons elogiaron la obra— pueden contrastarse la opinión de Marshall, comunicada al mismo Moore en una carta innecesariamente cruel («Moore es una pesadilla», le diría también a Edgeworth[6]). No podía esperarse otra cosa, si pensamos en la polémica que en 1910 sostuvo el propio Pearson con Marshall, conocida hoy por el estudio de Stephen Stigler (STIGLER 1999, cap. 1). Ethel Elderton y Karl Pearson publicaron ese año un estudio estadístico sobre la influencia de los padres alcohólicos en el desarrollo de su prole, criticado por Marshall, Keynes y Pigou por establecer diferencias entre los salarios de obreros alcohólicos y no alcohólicos, justamente contra la tesis defendida por Moore defendía en su libro —a saber, que los obreros recibían una salario de acuerdo a su capacidad. A este respecto Marshall le objetó, las matemáticas no bastan para discriminar el auténtico orden causal[7].

Moore viajó de nuevo a Europa en 1912 visitando a Bortkiewicz y, de nuevo, vuelve a estudiar con Pearson en 1913. Si *Las leyes de los salarios* se dedica a contrastar mediante la estadística teorías establecidas *a priori*, en su segundo libro, *Los ciclos económicos* (MOORE 1914), Moore se propone *reformular la propia teoría* de modo que sea verificable estadísticamente, tratando de obtener un mayor grado de adecuación empírica. Así, Moore desarrolla una nueva teoría de la demanda apoyándose en el concepto de la correlación múltiple, para dar cuenta de las diferentes causas que intervienen en el precio de una mercancía.

Pero la principal diferencia entre su concepción y la de los neoclásicos se encuentra en su enfoque *dinámico*. Como es sabido, en una curva de demanda se analizan las diferentes combinaciones de precios y cantidades de una mercancía a las que simultáneamente se enfrente el agente económico. Moore se propuso, en cambio, analizar la variación de los precios *con el tiempo*, y no en un momento único. De este modo, construye sus *curvas de demanda estadísticas*, acaso su principal aportación a la econometría. Además, Moore intenta desarrollar una teoría de los ciclos económicos basada en los ciclos meteoroló-

[6] Cf. su carta a Henry Ludwell Moore del 5 de junio de 1912 (1013 de la edición de Whitaker) y su carta a Edgeworth de enero de ese mismo año (1008 de la edición de Whitaker).

[7] Cf. supra nota 6.

gicos, aplicando el análisis de Fourier —según los métodos de Schuster— por vez primera en economía.

En el cálculo estadístico de las curvas de demanda utilizó diferentes métodos, aunque estrechamente relacionados, a saber: los *cambios en porcentaje*, las *medias progresivas* —medias móviles—, los *link relatives* (razones progresivas) y las *trend ratios* (razones a la tendencia) —sobre todos ellos, cf. KLEIN 1997, pp. 249-256).

El método de cambios en porcentaje consiste en convertir las series de consumo (o, generalmente, producción, en el caso de Moore) y precios, hallando la diferencia de un año respecto al anterior, dividiendo este valor por el año anterior y multiplicándolo por 100. Analíticamente:

$$X_t = 100(x_t - x_{t-1})/x_{t-1} \qquad Y_t = 100(y_t - y_{t-1})/y_{t-1}$$

donde x_t e y_t son las cantidades absolutas de producción y precios.

Moore explica en *Los ciclos económicos* que el método consiste en aplicar el concepto de elasticidad de la demanda pasando del ámbito infinitesimal al ámbito de los cambios finitos que ocurren en el mercado. Tomando el cambio relativo de la cantidad demandada del bien se eliminan aproximadamente los efectos del aumento de población. Después calcula la regresión entre las dos series, bien suponiendo que la relación entre ambas es lineal, bien suponiendo que la relación entre ambas viene dada por una curva de orden superior.

El método de *link relatives* (razones progresivas) equivale al método de cambios en porcentaje, puesto que consiste en dividir el consumo (o precio) de cualquier año por el anterior. Y da la relación entre ambos:

$$X'_t = 100\,x_t/x_{t-1} \qquad Y'_t = 100\,y_t/y_{t-1}$$

por lo que su relación con el de cambios en porcentaje viene dada por:

$$Y = Y' - 100 \qquad X = X' - 100$$

La ventaja del método de razones progresivas es que los valores son siempre positivos, ya sea expresados en tanto por ciento o tanto por uno, esto era muy conveniente en la fecha por la mayor facilidad del cálculo con logaritmos, y los resultados finales, al pasar los valores a cantidades absolutas es exactamente el mismo.

En los otros dos métodos, medias móviles y razones a la tendencia, la diferencia consiste en que el valor de la serie de un año cualquiera no se divide por el del año anterior, sino por un valor calculado.

De acuerdo con su concepción de la causalidad, Moore defiende que la elección de cualquiera de estos métodos, y de la curva o recta de regresión se hace en función del valor del coeficiente de correlación obtenido. Cuanto mayor sea éste en valor absoluto, menor es la desviación típica de la serie, y por tanto mayor es la confianza que podemos depositar en el resultado. La teoría de la correlación lineal da la precisión de la ecuación de regresión como fórmula de predicción como $S = \sigma_Y (1 - r^2)^{1/2}$, siendo r el coeficiente de correlación entre las variables, σ_Y la desviación típica de la variable y, considerada como variable dependiente, y S la desviación raíz medio cuadrática de las observaciones reales respecto de la recta de regresión.

Para Moore, eran las variaciones meteorológicas las causantes de los cambios en precios y cantidades (WULWICK 1995, p. 161). Moore comprueba las funciones de demanda para cuatro variedades de hierro en barras —un indicador fiable de la producción industrial— para el periodo 1870-1912, y obtiene una curva de demanda *con pendiente positiva*, contra lo prescrito por la teoría de la utilidad. La recepción de la obra de Moore se basó principalmente en la crítica de estos resultados, más que en la discusión de los propios métodos empleados. Quizá la crítica más pormenorizada se debe a P.G. Wright, quien interpretó las curvas estadísticas (dinámicas) de demanda como si fueran curvas de demanda teóricas (estáticas) basadas en los principios de la utilidad marginal, principios estos que Moore declinaba considerar al no poder ser verificados estadísticamente. Moore, como Pearson, pensaba que en esta contrastación radicaba el único criterio de cientificidad.

En suma, Moore importa de la estadística una concepción de la verdad científica, de estirpe positivista. Las tesis de Marshall sobre el objeto de la economía (los datos agregados de un mercado) adquieren así un nuevo sentido empírico a la luz de las ideas biométricas sobre la variabilidad, aunque no siempre en el sentido previsto por la teoría neoclásica. Estos dos enfoques (económico y estadístico) de las curvas de demanda sólo se desarrollarán, como vamos a ver, en la década siguiente[8].

---

[8] Pese a las objeciones, Moore prosiguió independientemente su empresa, eso sí, cada vez más aislado. En 1917 publicó un nuevo libro aplicando su aparato de predicción basado en los ciclos meteorológicos y en las curvas de demanda estadísticas a las cosechas y precios del algodón, mejorando bastante los métodos empleados en aquel momento por el Gobierno de los EE.UU. Con su publicación concluye la aportación de Moore a la teoría estadística de la demanda. Prosigue, en principio, con su trabajo sobre los ciclos económicos en una serie de artículos que reunirá en 1923 en el libro *La generación de los ciclos económicos* y, posteriormente, concen-

(*Pasa a la página siguiente*)

QUÉ DEMUESTRAN LAS CURVAS ESTADÍSTICAS DE DEMANDA

Moore tuvo pocos discípulos, pero entre ellos se contó uno de los más sobresalientes económetras estadounidenses del periodo de entreguerras, Henry Schultz (1893-1938), quien le tuvo por director de su Tesis doctoral en Columbia. A partir de 1926, se convierte en profesor de la Universidad de Chicago y entra a formar parte del *Social Science Research Council*, constituido en 1923 con el mecenazgo de la familia Rockefeller. EL SSRC subvencionaba distintos proyectos de investigación en ciencias sociales, muchos de los cuales tenían su sede en el *Social Sciences Building* de la propia Universidad de Chicago. Entre éstos se contaba el laboratorio de estadística creado y dirigido por Schultz. La suya ya no iba a ser una empresa solitaria, sino, en expresión de Hands y Mirowski , el comienzo de la *Big Science* en economía.

También a diferencia de Moore, Schultz no trataba de ofrecer una alternativa al enfoque neoclásico, sino de *contrastarlo*. En este sentido, su proyecto intelectual no será tanto una continuación del de Moore, como del de Pareto y Slutsky, cuyos trabajos contribuyó a difundir en los EE.UU. Es cierto que Schultz, como Moore, viaja a Londres en 1919 y sigue los cursos de Bowley y Pearson en el Galton Laboratory (adscrito a la Universidad de Londres). En su Tesis, defiende con él la necesidad de tratar estadísticamente las cláusulas *ceteris paribus* y, en general, en toda su obra defenderá una concepción funcional de la causalidad, clamando por el desarrollo de una economía estadística basada en las rutinas de cambio (*routines of change*).

Pese a esta aparente continuidad, para Schultz, la teoría del equilibrio era «el único tipo de teoría científica» a disposición del economista (SCHULTZ 1928, p. 647). Pero ¿cómo era posible que un discípulo de Moore continuase fiel a la teoría de la utilidad, tras el descubrimiento de la curva de demanda del hierro en barras? Fundamentalmente, creemos, porque Schultz siguió a Pareto en su interpretación ordinalista de la teoría de la utilidad, defendiendo su contrastación experimental influido, probablemente, por Louis Thurstone (1887-1955). Thurstone fue uno de los fundadores de la *Psychometric Society*: desde el Departamento de Psicología de la Universidad de Chicago, también bajo los auspicios del SSRC, creó el Laboratorio de Psicometría, donde debió ensayar

---

trará sus esfuerzos en lo que constituye el auténtico núcleo de su visión de la economía, el equilibrio económico general considerado desde un punto de vista dinámico.

en 1930 la determinación experimental de una curva de indiferencia[9], a la que Schultz se refiere en su obra magna *Teoría y medida de la demanda* (SCHULTZ 1938, p. 15 n.). Dadas las deudas de Thurstone con Pearson, no es extraño que Schultz se mostrase favorable a su enfoque, pero, en todo caso, su auténtico guía fue, creemos, Pareto. Rehabilitada experimentalmente la teoría de la utilidad, cabía desarrollar un estudio estadístico de la teoría de la demanda neoclásica. Como Pareto, Schultz entendía que el objeto de la economía eran las *acciones lógicas individuales* —tal como las estudiaba el psicólogo— *porque en éstas se originaban rutinas de cambio colectivas* (SCHULTZ 1928, p. 643), según las descubría el estadístico.

Schultz ensayará una aproximación *dinámica* —esto es, a partir de series temporales, siguiendo las técnicas desarrolladas por Moore— a una curva de demanda estática dada en un mercado. Se trata, por tanto, de *reconstruir* desde los datos estadísticos el modelo teórico, comprobando algunas de sus propiedades (señaladamente, el signo de su pendiente y su elasticidad). La cuestión que inmediatamente se iba a plantear es si ambas dimensiones —dinámica y estática— eran conmensurables.

Como es sabido, en una curva de demanda *estática* se representan los pares de precios y cantidades a los que se produciría un compra en un mercado concreto en un momento dado, dadas cierta preferencias y supuesto que los precios de las demás mercancías permanecen constantes. Puesto que cada individuo tiene su propia curva de demanda, se obtendrá la curva agregada de un mercado sumando las distintas curvas individuales. Ahora bien, en una serie temporal de datos, tenemos una secuencia de precios a los que, a intervalos dados, se produjo la compra de diversas cantidades. En el enfoque estático, se supondrá que cada uno de los datos incluidos en la serie temporal representa un punto de la curva de demanda agregada, *puesto que se supone que al menos su elasticidad no variará en el periodo considerado*. Ahora bien, en el intervalo temporal considerado, pudieron darse otras variaciones —en la renta o en el precio de otros productos— que afectan a la posición de la curva. La cuestión era si se podían cribar estadísticamente tales cambios para reconstruir la curva[10].

---

[9] «The Indifference Function», *Journal of Social Psychology*, v. 2 (1931), pp. 139-67. A este artículo se refería ya antes de su publicación en SCHULTZ 1931b, p. 78 n.

[10] Tal y como lo expresó M. Ezekiel: «[A]ll that need to be assumed is that the position of the curve is changing in such a way that the change can be measured and eliminated, so that then at least the *shape* of the curve, and its position *at a specified time*, or *under specified conditions*, may be inferred from the corrected data» (EZEKIEL 1928, p. 212).

Para nuestro autor (SCHULTZ 1928b, p. 648), es justamente esta dificultad lo que exige *un enfoque dinámico* como el de Moore. En éste, el precio de una mercancía será función no sólo de su cantidad, sino del *tiempo*, y será obligado considerar, por tanto, los desplazamientos (*shifts*) de la curva que se den en el periodo analizado (SCHULTZ 1928a, p. 27). Este sería, además, un enfoque operacional —en el sentido de Percy Bridgman, a quien Schultz decía seguir— pues es imposible medir la demanda (el protocolo operativo en el que Bridgman basa su definición) sin incluir la consideración del tiempo. Así, en el caso de la demanda del azúcar, estudiado por Schultz ya en su Tesis doctoral, los desplazamientos de la curva tenían como causa el aumento de la popularidad del azúcar como objeto de consumo, el incremento de la población y los cambios en el nivel de precios (SCHULTZ 1925, p. 502), y para eliminarlos, según Schultz, bastaba con aplicar a la serie temporal de datos, los dispositivos ideados por Moore (a saber: *link relatives*, *trend ratios*, etc.).

Ahora bien, Schultz no era ya tan optimista como Moore en cuanto al valor de sus regresiones, pues sabía que se podían obtener valores muy distintos para la elasticidad de la demanda según se escogiese el precio o la cantidad como variable independiente (EPSTEIN 1987, p. 20). Schultz adoptó aquí un enfoque netamente estadístico del problema tomando como criterio para escoger entre ambas regresiones aquella que mejor resultado obtuviese en el contraste χ^2 de bondad del ajuste establecido por Pearson. Nuestro autor compartía, al parecer, este enfoque con Holbrook Working (1895-1985), un joven economista de la Universidad de Minnesota que le advirtió además sobre otra dificultad estadística alejada también de las preocupaciones de Moore (*ibid.*), el problema de los errores de medición de las variables. Este es, según Epstein, el motivo de que Schultz optase por las regresiones ortogonales[11] en su estudio sobre el azúcar.

Working propuso, además, que al resolver el problema de los errores de medida se resolvía también el de la conmensurabilidad de los enfoques estático y dinámico en el análisis de las curvas de demanda («a qué extremo se podían identificar las curvas de demanda determinadas estadísticamente con las curvas de demanda teóricas» [WORKING 1925, p. 526]). Su artículo de 1925 ofrece a la vez el primer tratamiento sistemático del problema y una presentación muy decidida de su propia solución.

> No hay más que una verdadera relación [una curva teórica] y una recta que la describe: si todos los factores perturbadores extraños se pudieran

[11] Cf. EPSTEIN 1987, p. 42 y SCHULTZ 1925, p. 581.

> eliminar, las observaciones efectivas se encontrarían en esta sola recta. Podemos encontrar la clave del método de determinación de esta relación teórica considerando los efectos de aquellos factores perturbadores que provocan la dispersión de las observaciones en torno a la recta que representa la relación teórica. (WORKING 1926, p. 531)

Así, de acuerdo con Working, se ajustará más a la curva teórica aquella regresión que tome como variable independiente la que tenga menos errores de medida, y este mismo criterio permitiría, según Working, *enfrentar el problema de los desplazamientos de la curva de demanda*. Es decir, si se produce un cambio en el nivel de renta que provoca un ascenso de la curva, sus efectos sobre la dispersión de los datos serán análogos a los de los errores de medida, y su tratamiento sería, en consecuencia, el mismo. En este sentido, las dificultades de contrastación de la teoría de la demanda serían fundamentalmente estadísticas. Inspirado por Working, es probable que también Schultz lo pensase inicialmente.

Un indicio en este sentido nos lo proporciona la ausencia de cualquier referencia a esta cuestión en su libro de 1928, en el que desembocaba el proyecto iniciado con su Tesis. Ocurre que, entre medias, otro Working, Elmer (1900-1968), publica un texto que se acabaría convirtiéndose en un clásico: «¿Qué demuestran las curvas de demanda estadísticas?» (WORKING 1927). En él, se oponía a las tesis defendidas dos años antes por su hermano mayor, mostrando que según cómo se desplacen las curvas —suponiendo su elasticidad constante— cabrá o no contrastarlas estadísticamente, más allá de la cuestión de los errores de medida: si, por ejemplo, oferta y demanda se desplazan a intervalos iguales, los puntos de intersección se concentran de tal modo que no cabrá ajustar curva alguna. Cabrá efectuar el ajuste, en cambio, si el desplazamiento de una es mayor que el de la otra. Pero si ambos están correlados, la curva ajustada no representará la curva de demanda teórica (*no coincidirá su elasticidad*), aun cuando pueda servir para pronosticar el curso futuro de los precios: serán «meramente», concluye Working, rectas de regresión.

Philip Wright desarrolló después este argumento en su reseña del libro de Schultz: si sólo se desplaza una de las dos curvas mientras la otra permanece constante, no podrá calcularse la elasticidad de aquella que oscila, como tampoco se podrá si ambas se mueven de tal modo que se mantiene constante el precio con distinta producción. La conclusión obtenida por Elmer Working se particulariza aquí para los trabajos de Schultz: desde un punto de vista teórico, sus análisis tendrían un valor únicamente heurístico o predictivo (WRIGHT 1928, p. 214).

En su propio análisis de la cuestión planteada por Working y Wright[12], Schultz reconoce, en efecto, que el economista estadístico sólo podrá estimar aquellas curvas de demanda que no se desplacen en el periodo estudiado, supuesto que transcurra un cierto tiempo entre los cambios en el precio y sus efectos en la cantidad ofertada, pues así las oscilaciones de ambas variables en torno al equilibrio permitirán la reconstrucción de las curvas. Si se dan tendencias seculares, afirma Schultz, también se podrán estimar ambas curvas siempre que se desplacen regularmente. Esto es, siempre que constituyan una *rutina de cambio*, en el sentido de Moore (SCHULTZ 1930, p. 36).

Ahora bien, argumenta Schultz, las curvas estudiadas por «Moore y su escuela» se basan en tales rutinas, esto es, en las variaciones que se observan a corto plazo de precios y cantidades, descartando las variaciones a largo plazo, a los que no son aplicables los métodos de Moore (SCHULTZ 1930, p. 37). Y, en general, concluye:

> Las curvas neoclásicas de oferta y demanda solamente se pueden derivar, cuando sabemos eliminar los efectos de los "factores perturbadores" (…) En cualquier estudio estadístico, es imposible encontrar y aplicar correcciones para todos los factores perturbadores. Por esta razón, en los estudios inductivos solamente podemos aproximar las curvas teóricas, sin alcanzarlas nunca completamente. (SCHULTZ 1930, pp. 37-38)

En realidad, como Schultz reconocería años más tarde, Moore, aun siendo consciente de estas dificultades, no les concedía demasiada importancia: «él no podía aceptar que la curva de demanda de Cournot-Marshall tuviese el valor que le atribuían muchos de los que le criticaban». Tampoco Schultz fue infiel a su maestro: en su obra sólo se ocupó de mercancías cuya demanda era fundamentalmente estable, de modo que su curva de demanda admitiese una aproximación estadística[13].

---

[12] La referencia es explícita: cf. SCHULTZ 1930, p. 29; 1938, p. 73.

[13] «But he [Moore] did not mean to suggest that his statistically derived curve had no relation at all to Marshall's —when the latter can be given an unambiguous meaning. Indeed, it may be a very good approximation to it. But the burden of the proof is in the investigator. He must decide, on the basis of all the known facts of the industry or commodity in question, what interpretation to give it. With this view I have been, and am still, in hearty agreement» (SCHULTZ 1938, p. 82).

¿Hemos de concluir, entonces, que se produjo finalmente una armonización entre los enfoques estadístico y económico de las curvas de demanda? Aquí tan sólo nos cabe apuntar, a modo de conclusión, algunas claves para interpretar este debate. Como ya indicábamos al principio, creemos que no es éste un debate estrictamente técnico, sino que enfrenta enfoques epistemológicos alternativos.

CONCLUSIÓN

En efecto, podemos distinguir en esta polémica al menos tres enfoques de la verdad en economía. Tenemos, en primer lugar, el enfoque de Moore, podríamos decir que optó por reducir la economía a la estadística, suponiendo que ésta —entendida al modo de Pearson— descubría el auténtico nexo causal presente en los datos, más allá de la propia teoría de la utilidad. Como sabemos, en una perspectiva neoclásica, los precios, tal y como se observan en una curva de demanda agregada, encuentran su fundamento causal (*microeconómico*) en la utilidad marginal decreciente, entendida como teoría sobre el comportamiento del agente en el mercado. Por tanto, el enfoque de Moore supone renunciar a esta última en favor de una concepción puramente predictiva de la economía centrada en las series de datos *macroeconómicos*.

El giro ordinalista emprendido por Pareto abrió las puertas a la contrastación empírica de la teoría de la utilidad, y por tanto a su rehabilitación desde un punto de vista predictivo. En este sentido, Schultz habría intentado tender un puente entre la teoría económica (estática, tal como establece la teoría de la utilidad) y su contrastación empírica (dinámica, a partir de series temporales). En este caso, no se trata ya de *predecir*, sino de *reconstruir* un objeto teórico, *adecuando* la teoría a los datos. La estadística ofrecería el medio para eliminar en éstos, como si de errores de medida se tratase, las oscilaciones diacrónicas que ocultaran la auténtica curva de demanda.

Frente a la posición adecuacionista de Schultz, Elmer Working puso de manifiesto que la adecuación sólo podría darse en ciertas condiciones establecidas, además, por parte de la teoría económica y no por la estadística. Esto es, no se trata de un adecuacionismo *global*, como pretendía Schultz, sino *parcial*, en el que la verdad de la economía vuelve a depositarse en la teoría de la utilidad, pues sólo a partir de ciertos supuestos sobre la estabilidad de las preferencias se podrá establecer en qué condiciones cabe aproximar las curvas de demanda teóricas mediante datos estadísticos.

Tenemos, en suma, tres enfoques de la verdad, según la relación que se establece entre estadística y economía: Moore subordina la economía a la estadística, Schultz las pone en igualdad de condiciones, Working subordina estadística a economía. Creemos que esta perspectiva epistemológica posibilitará una mejor comprensión histórica de esta polémica.

BIBLIOGRAFÍA

ARMATTE, M.: *Histoire du modèle linéaire. Formas et usages en statistique et économétrie jusqu'en 1945*, Tesis doctoral inédita, EHESS, París, 1995.

BEAN, H.L.: Reseña de SCHULTZ, H. *Der Sinn der Statistischen Nachfragekurven, Journal of the American Statistical Association*, v. 26 (1931), pp. 107-110.

CLARK, J.B.: «The Field of Economic Dynamics», *Political Science Quarterly*, 20 (1905), pp. 246-256.

EPSTEIN, R.: *A History of Econometrics*, North Holland, Amsterdam, 1987.

EZEKIEL, M.: «Statistical Analysis and the "Laws" of Prices», *Quarterly Journal of Economics*, v. 42 (1928), pp. 199-227.

FERNÁNDEZ, A., TEIRA, D.: "La teoría de la demanda de Henry L. Moore", manuscrito inédito.

KLEIN, J.: *Statistical Visions in Time*, N. York, Cambridge University Press, 1997.

LE GALL, P.: «A World Ruled by Venus: On Henry L. Moore's Transfer of Periodogram Analysis from Physics to Economics», *History of Political Economy*, v. 31/4, (1999) pp. 723-752.

MACKENZIE, D.: *Statistics in Britain: 1865-1930*, Edimburgo: Edinburgh University Press, 1981.

EZEKIEL, M.: «Statistical Analysis and the "Laws" of Prices», *Quarterly Journal of Economics*, v. 42 (1928), pp. 199-227.

MIROWSKI, P.: «Problems in the Paternity of Econometrics: Henry Ludwell Moore», *History of Political Economy*, v. 22/4 (1990), pp. 587-610.

MORGAN, M.: *The History of Econometric Ideas*, Cambridge, Cambridge University Press, 1990.

MOORE, H.L. «Von Thünen's Theory of Natural Wages», I y II, *Quarterly Journal of Economics*, v. 9 (1895), pp. 291-304 208-408.

____: «Antoine-Augustin Cournot», *Revue de métaphysique et de morale*, v. XIII (1905a), pp. 521-543.

____: «The Personality of Antoine Augustin Cournot», *Quarterly Journal of Economics*, v. XIX (1905b) , pp. 370-399.

____: «The Variability of Wages», *Political Science Quarterly*, v. 22 (1907a), pp. 61-73.

____: «The Differential Law of Wages», *Journal of the Royal Statistical Society*, v. 70 (1907b), pp. 638-651.

____: «The Efficienty Theory of Wages», *Economic Journal*, v. 17 (1907c), pp.571-79.

____: «The Statistical Complement of Pure Economics», *Quarterly Journal of Economics*, v. 23 (1908), pp. 1-33.

____: *Laws of Wages: an Essay in Statistical Economics*, MacMillan, N. York, 1911. Reimpresión en Kelley, N. York, 1967.

____: *Economic Cycles: Their Law and Cause*, MacMillan, N. York, 1914. Reimpresión en Kelley, N. York, 1967.

QIN, D.: «Formalization of Identification Theory», *Oxford Economic Papers*, 41 (1989), pp. 73-93.

SCHULTZ, H.: «The Statistical Law of Demand as Illustrated by the Demand for Sugar», *Journal of Political Economy*, v. 32 (1925), pp. 481-505 y pp. 577-637.

____: «Mathematical Economics and the Quantitative Method», *Journal of Political Economy*, v. 35 (1927), pp. 702-706.

____: *Statistical Laws of Demand and Supply with Special Application to Sugar*, University of Chicago Press, Chicago, 1928.

____: *Der Sinn der Statistischen Nachfragekurven*, Frankfurt, Frankfurter Gesellschaft für Konjunkturforschung, 1930.

____: *The Theory and Measurement of Demand*, Chicago, The University of Chicago Press, 1938.

STIGLER, G.: «The Early History of Empirical Studies of Consumers Behavior», *Journal of Political Economy*, v. 62/2 (1954), pp. 95-113.

____: «Henry Ludwell Moore», *Econometrica*, v. 30/1 (1962), pp. 1-21.

STIGLER, S.: *Statistics on the table. The History of Statistical Concepts and Methods*, Cambridge (Mass.)-Londres, Harvard University Press, 1999.

TEIRA SERRANO, D.: «Lo uno y lo múltiple. La estructura de la explicación económica en Walras y Marshall», en W. González et al., *Ciencia económica y Economía de la Ciencia: reflexiones filosófico-metodológicas*, Madrid, FCE, en prensa.

WRIGHT, P.W.: *Reseña de Economic Cycles: Their Law and Cause, Quarterly Journal of Economics*, v. 29 (1915), pp. 631-641.

____: Reseña de *Statistical Laws of Demand and Supply, Journal of the American Statistical Association*, v. 24 (1929), pp. 207-215.

WORKING, H.: «The Statistical Determination of Demand Curves», *Quarterly Journal of Economics*, v. 39 (1925), pp. 503-543.

WORKING, E.: «What do Statistical "Demand Curves" Show?», *Quarterly Journal of Economics*, v. 41 (1927), pp. 212-235.

WULWICK, N.: «A Reconstruction of Henry L. Moore's Demand Studies», en I. RIMA, ed.: *Measurement, quantification and economic analysis*, Andover, Routledge, 1995, pp. 157-175.

YULE, G.U.: Reseña de *Economic Cycles: Their Law and Cause, Journal of the Royal Statistical Society*, v.78 (1915), pp. 302-305.

APORTACIONES DE LOS ESTADÍSTICOS ESPAÑOLES AL ANÁLISIS DE LA ECONOMÍA DEL SIGLO XX

D. Juan Velarde Fuertes
Universidad Rey Juan Carlos

Tengo que comenzar por señalar dos cuestiones: primero, el interés científico, el interés extraordinario por la investigación de la Historia de la Ciencia que tiene este Congreso y las ponencias de las que he tenido noticia. He quedado ante ellas como una especie de niño goloso delante de un escaparate lleno de pasteles. Confieso que tengo ganas de llegar a casa y empezar a mirar y leer varios de estos trabajos. Por otra parte también tengo que dar las gracias porque se les haya ocurrido a Vds. invitarme a participar aquí, Vds. que son un conjunto de colegas, de colegas especialistas muy importantes, quizá porque crean que yo puedo quizá decirles algo. Realmente lo que les voy a decir seguramente es muy poco pero es todo lo que yo puedo en estos momentos aportar a esta vinculación entre estadísticos y economistas y economía española en el siglo XX.

Tengo además, dicho esto, que señalar que no entendemos nada de lo que pasó en España sin plantear previamente una referencia, aunque sea muy rápida, al tema de la batalla del método. La Methodenstreit, todos lo sabemos, fue un combate muy duro en torno a si el método inductivo o el método deductivo son lo más adecuado para el progreso de las ciencias sociales. Sabido es que, como consecuencia de una serie de hechos concretos y fundamentales de la política económica alemana, pero también por una serie de observaciones sobre cómo estaba progresando la ciencia, la otra ciencia, la no económica, en general, en el mundo y desde luego en el alemán, surge la idea de lo absurdo que es eso de obtener una proposición de otra proposición, y sucesivamente y, como consecuencia, de este modo tratar de interpretar los fenómenos económicos. Todos sabemos que se ponía en las cátedras alemanas el ejemplo, ejemplo, irónico naturalmente, de aquel conjunto de frailes que en un convento suizo alpino estuvieron toda una noche de crudo invierno discutiendo, a partir de argumentos muy sólidos de Aristóteles y otros filósofos, sobre si la leche colocada al sereno aquella noche invernal se solidificaba o no. Lo hicieron sin darse cuenta de que, dejando sencillamente el jarro fuera y observándolo al día siguiente, se aclararía si se había solidificado, o no y que así se habría acabado la cuestión. Una indagación empírica solventaría mil problemas cuya solución se perdía ciento y una veces como consecuencia del empleo del método deductivo.

Ese planteamiento, esa necesidad del experimento, de la anotación de los datos reales, llevó fundamentalmente, a muchos profesores alemanes de economía a emplear, para disponer de abundantes informaciones reales, a una aceptación del que pasó a denominarse método histórico.

Surge así un tipo de investigador de la economía que husmea sin cesar en archivos, en papeles viejos, para tratar, incansable, de incluir leyes económicas. Recuérdese al lamentable marido de Hedda Gabler, la heroína de Ibsen. Este marido, el doctor Tessman, un necio mediocre, se ha dedicado y centra su vida en analizar noticias y noticias de la industria textil del lino de Brabante en el siglo XVI, y nada más. Toda su vida se va a dedicar a esto. Naturalmente tratar de derivar de ahí generalizaciones, leyes, era, como pronto se vio, extraordinariamente difícil. La segunda cuestión que también va a ser importante es que esos datos eran recogidos normalmente por personas que no sabían radicalmente nada de estadística, ignoraban la ciencia estadística aquellos venerables señores que se dedicaban a recopilar dato histórico más dato histórico. Tenemos un ejemplo en España con un seguidor de esta escuela que es Ramón Carande. Cojan ustedes los libros de Ramón Carande. Casi desaparece, se esfuma, se escurre, la posibilidad de trabajar estadísticamente con una riqueza de información muy grande que recogía este gran investigador en Simancas. No quiere esto decir que su *Carlos V y sus banqueros* no tenga interés; pero si hubiera sabido estadística, ¡cuántas más cosas nos hubiera relatado!. Los neohistóricos y los históricos, en su conjunto y por desgracia, no saben manejar estadística. El primero a mi juicio que se da cuenta de esa extraña riqueza que el historicismo tiene a su disposición, y que el trabajo a desplegar por esta Escuela es el trabajo estadístico, va a ser Flores de Lemus. Por supuesto este economista es un neohistórico y sin eso no lo entenderemos en absoluto, pero es un neohistórico que pasa a conocer y a moverse con comodidad en la estadística a partir de su trabajo con Lexis. El estudiar con Lexis por un lado y por otro con Schmoller pasa a ser esencial para entender a Flores. A Schmoller no se le ocurrió nunca trabajar con Lexis, pero Sombart tampoco se lo planteó. Ambos no saben gran cosa de estadística. Engel, para ellos, era un señor que había hecho unos cálculos, pero cómo se integra eso, qué se hace con la información de lo que se come, de lo que no se come, en el gasto, y cómo se integra todo ello dentro del proceso y del análisis económico no se aborda por los neohistóricos. Flores de Lemus sí lo hace. En cambio van a ser los neoclásicos, va a ser otra gente, la capaz de darse cuenta de la importancia que tiene esa aportación estadística. Este es pues, el primer dato previo que tengo que señalar. Existe una batalla del método y tal debate llega a España normalmente a través de simples análisis históricos y muy poco más.

Este camino tiene inmediatamente una desviación, provocada cuando el neohistoricismo salta el Atlántico y pasa a Estados Unidos. Todos sabemos, que así nace el institucionalismo. Alguno de sus seguidores sí sabe mucha estadística. Basta mencionar a Mitchell, el autor del *Business Cycles* que fue traducido oralmente para los seminarios de Flores de Lemus por Olariaga y trabajado muy seriamente en ellos. En España existe otra influencia del institucionalismo relacionada con la figura de Francisco Bernis, a través sobe todo de Seligman.

Simultáneamente a esto, existió un gran avance en la ciencia económica. Venía del marginalismo y de su evolución posterior. Quizá podamos centrarlo en la Escuela de Cambridge, capitaneada por Marshall y, muy especialmente, gracias a los *Principios de Economía* de Marshall, con enorme difusión. De ahí, que en ese momento, cuando todo eso se estaba centrando en Marshall, no contemplemos únicamente al grande, naturalmente, de Cambridge, que hay en lo que sea, en Derecho Romano, en Citología, en Economía. Si existe ese grande en Cambridge; inmediatamente, como aconsejaba Eugenio d'Ors hay que buscar el otro grande, el paralelo, en Oxford. Por supuesto, y viceversa descansan esas dos grandes universidades en la tradición inglesa de inmediatamente encontrar el émulo, y el émulo, en este caso resultó que era un personaje entrañable para nosotros, los españoles, en muchos sentidos. Se trata de Edgeworth. Era un marginalista, era un neoclásico; el otro neoclásico era Marshall. Lo que sucede es que, quizá por su tirón latino, era un hombre más anárquico, menos organizado para tener escuela. Edgeworth no tuvo nunca un Pigou, no tuvo nunca un Robertson, no tuvo nunca un Keynes, pero disfrutó de dos cosas. Por una parte, recordémoslo, fue el presidente de la Real Sociedad de Estadística y también fue, largos años, presidente de la Real Sociedad Económica. Entonces se le planteó el tema que puede llamarse de las dos orillas del río. Aquí tenemos un río, podría decir Edgeworth; estamos avanzando muy bien por una orilla, la estadística, tanto que yo estoy dirigiendo la Royal Statistical Society y, simultáneamente, estamos avanzando muy bien por la otra orilla, la de la Economía, pues presido la Real Sociedad Económica. ¿Cómo construyo un puente? ¿Cómo enlazo la seriedad de lo uno con la seriedad de lo otro? Hace tiempo, con datos aislados, parecía posible hacer algo. Basta recordar la Aritmética política. Eso era relativamente fácil, pero, ahora, con este análisis neoclásico, vuelvo a decir, ¿cómo enlazo lo uno con lo otro? El papel de

Edgeworth es en ese sentido el inicio de lo que derivará más adelante en la conversación continuada entre dos personajes: en primer lugar Keynes y en segundo lugar Colin Clark. No se entienden bien ni a Keynes ni a Colin Clark sin esa conversación continua que va a ser de donde nace todo el mundo de la macroeconomía. Así es como se acabó por resolver la cuestión del puente de Edgeworth, que de manera tan estupenda plantea José María Zumalacárregui en su ensayo, excelente, *La ley estadística en Economía*. Lo complicaba todo, en cambio, aquel intento neohistoricista como consecuencia de que no se sabía bien qué hacer con aquel alud gigantesco de datos, de noticias de tipo histórico y referidas a la economía, a fábricas, a mercados, por lo que se reducía todo, a fuerza de acumulación de datos, a un puro traperismo científico que no tenía salida seria científica, por otro lado. El acumular estas masas gigantescas de cosas heteróclitas capturadas por la investigación de las gentes de la Escuela de Berlin, exigía resolver el problema de cómo dar forma a lo que era absolutamente informe. El institucionalismo americano intentó terminar por ordenar lo recogido en estas algaradas históricas. No lo logró. Faltaba el esqueleto de la teoría económica. Buena parte de lo que se derriba en estos empirismos con la polémica famosa de la batalla del método —los reductos radicales y del estructuralismo económico latinoamericano caerán después— o lo que ocurre con el debate entre Burns, el último de los grandes institucionalistas o neoinstitucionalistas norteamericano y la Cowles Comission a eso se debe. Tras esa polémica, Burns en más de un sentido quedó marginado dentro de la historia científica. El final amargo corresponde al neoinstitucionalista Galbraith. Cuando se le designó presidente de la American Economic Association, Friedman, con ironía punzante, manifestó: "¡Ah! ¿Pero Galbraith es economista?".

Menos mal que disponemos de otro gran intento, el de la econometría. Las salidas hacia ella son dobles. Por un lado todo comienza a aclararse cuando en los años 1930-1931 aparecen aquellas conversaciones que tienen lugar entre Fisher, Schumpeter, y Ragnar Frisch de las que surge la Sociedad Econométrica cuya base es la teoría económica pura y dura acompañada de las matemáticas y la estadística. Después se tendrán en cuenta algunas otras cosas, pero en aquel momento había que dejar firme una sólida base de teoría económica con matemáticas también puras y duras, consiguiendo más datos estadísticos, mejorando las informaciones que se tenían. Esa triple combinación de, repito, teoría económica, matemáticas y estadística, es la que da por una parte ese resultado de la Sociedad Econométrica. Pero conviene añadir a esto un libro que sale en plena II Guerra Mundial, en el año 1941 y un comentario sobre el mismo. Me refiero al libro de Hicks *Social Framework*. Cuando se publica aparece en *The Economic Journal* una crítica de Kaldor sobre él. Venía a decir éste que un día un astrónomo le señaló que la Astronomía comenzó a poder ser tomada en serio cuando sus investigadores supieron cómo interpretar, gracias a progresos de la física, apoyados por las matemáticas, los numerosísimos datos estadísticos y las observaciones numéricas que estaban haciendo al contemplar la bóveda celeste. Hasta entonces la Astronomía era una cosa que se mezclaba con la Astrología y que era más o menos fantástica. ¿Cuándo empezarán ustedes —dijo— a enlazar bien las ideas que tienen apoyándose en la teoría económica, y en las informaciones estadísticas adecuadas? Agregaba Kaldor en este comentario en *The Economic Journal* que si este astrónomo leyese este libro de Hicks sonreiría satisfecho porque vería que los economistas estaban en el buen camino.

Esto es un poco lo que ocurría alrededor nuestro. Naturalmente, tiene que impregnar de alguna manera lo que sucedía asimismo con economistas y estadísticos españoles a lo largo del siglo XX. Agregemos otro dato, que viene generado como consecuencia de una tradición, que exige que me refiera a ella con enorme brevedad. Se trataba de una tradición estadística interesante. He encontrado una cita de Schumpeter muy bonita que señala esto: "Una buena parte del trabajo de los escritores políticos españoles, … consistió en la colección e interpretación de cifras estadísticas". Se trata tanto de los que se llaman arbitristas como de los de la Escuela de Salamanca aunque Schumpeter critique la denominación de Escuela de Salamanca que le ha dado Larraz. Dejando esas cuestiones aparte, tal Escuela corresponde sencillamente a un conjunto de escritores políticos o de personas que tratan de orientar la recta conciencia de la gente y que no dejan de ser, sencillamente pensadores derivados del tomismo, por supuesto de planteamientos jusnaturalistas. Dentro de la obra de esos incipientes economistas y estadísticos, quizá debiéramos mencionar al capítulo 12 de la *Restauración Política de España*, de Sancho Moncada, donde aparece toda una cuantificación de la balanza de pagos; asimismo a Martínez de la Mata en el *Memorial* donde hay datos del paro en Castilla, por cierto importantes y curiosos; Campomanes como consecuencia de esto va a comparar a Martínez de la Mata con Petty y con Sir Josiah Child. Luego está la crítica del abandono de la estadística que hace un dominico, Juan de Castro, porque se encuentra con problemas para calcular el valor de las importaciones de España que precisaba para sus argumentos. Yo me he asombrado cuando leí un libro que se llama *Discurso Universal de las Causas que ofenden a la Monarquía y resultados eficaces para todos*, que es un trabajo del siglo XVII, que se publica tras haber fracasado la idea española de imponer su orden político en el conjunto de Europa, del que es autor Miguel Alvarez Osorio. Está plagado de datos estadísticos: saldos de las balanzas de pagos, déficit y superávit del sector público, datos concretos de producciones y multitud de otras cifras. Así es como entonces se indagaban los motivos de que España estuviese mal, qué era lo que estaba ocurriendo de manera preocupante.

En este terreno estadístico, en el siglo XVIII aparecen los Censos, ya de población, ya de frutos y manufacturas, como va a ocurrir con el de 1799. Se inician los *Catastros*, encabezados por el famoso durante mucho tiempo inédito del Marqués de la Ensenada orientado a tener una recopilación adecuada de datos de la Hacienda. Esta tradición va a llegar hasta fechas recientes. No les voy a abrumar. Me he ocupado algunas veces de recopilar estos repertorios. Y si pasamos al siglo XIX existe en España un intento de explicación de la historia de España con esa información estadística. Reparemos en libros tan fundamentales como son la *Historia General de España* de Modesto Lafuente y la *Historia de la Guerra Civil* de Antonio Pirala. Para poder argumentar, para poder orientar, tenían detrás de sí las estadísticas del mundo de los liberales, y muy particularmente, de los progresistas españoles que trabajaron muy bien e hicieron aportaciones estadísticas notables. La última noticia la tenemos de la mano de Fabián Estapé, que acaba de publicar *Vida y Obra de Ildefonso Cerdá*. Dedica todo uno de sus capítulos a la Estadística de la clase obrera de Barcelona en 1856 efectuada por Ildefonso Cerdá para diseñar el plan del ensanche de Barcelona. Para llevarlo adelante consideraba preciso indagar a través de las preguntas ¿cómo están los obreros?, ¿qué les está ocurriendo?, ¿por qué hay tensiones entre ellos?, ¿qué es lo que motiva esa situación?, ¿cómo se han analizado esas estadísticas? Siempre me llamó la atención el observar que a Engel le concedemos la Cruz de Carlos III y también condecoramos a Block, el del *Traité Théorique et Pratique de Statistique* con la Encomienda de Isabel La Católica. ¿Por qué? Porque orientan a becarios españoles, financiados por la munificiencia de gentes que ceden sus sueldos que perciben en organizaciones de estadística, en organizaciones políticas, que están en la alta política, para con estas cantidades capacitar que jóvenes se vayan a estudiar estadística fuera de España, normalmente a Alemania, a Francia, y en más de un caso, a Bruselas, con el fin de que a su vuelta se pudiese mejorar el conjunto de las estadísticas españolas. Esa mejora es palpable al observar los Diccionarios Geográficos. Existen varios aunque, con razón, el más famoso es el de Madoz. Con este ambiente comprendemos parte notable de lo que está detrás de toda la evolución de las Comisiones de Estadística General del Reino hasta terminar en el Instituto Geográfico, Estadístico y Catastral y todo lo que de ahí se desprende para la estadística en España a lo largo del siglo XIX. Todo esto está, pues, en esta tradición estadística que venía de atrás, que era una tradición que se relacionaba con la economía a través de datos sobre población, datos que algún economista aprovechaba, datos sobre cifras de alguna producción física, como, pongamos por caso, la agricultura, y sobre datos fiscales. La respuesta a la pregunta de ¿qué sucedía con la Hacienda? daba la impresión de ser cuestión central, hasta el punto de parecer que no había ninguna otra cuestión más importante.

El cambio se va a producir en el paso del siglo XIX al siglo XX, cuando irrumpen en España un conjunto de economistas con su cohorte de estadísticos en lo que algunos hemos empezado a llamar Escuela de Madrid de economistas. ¿Cuándo existe una escuela? Sencillamente, cuando un grupo de personas opina sobre una serie de cuestiones de una manera bastante homogénea al comunicarse sus informaciones e investigaciones entre sí y cuando esa escuela tiene oposición. Una escuela sin oposición no existe. Una escuela científica siempre va contra algo. A continuación se produce una alternativa. Cuando todos los científicos quedan convencidos de los asertos de una escuela, la escuela se deshace. ¿Por qué? Porque ya no hay que convencer a nadie, porque todos están convencidos. También desaparece cuando queda destrozada desde el punto de vista científico porque nadie solvente científicamente defiende a las enseñanzas de la escuela. Las escuelas siempre son efímeras. Así empezó a principios del siglo XX una escuela original, la de Madrid, porque consideraba —piensen ustedes lo que aquí sucedía en el paso del siglo XIX al XX— que la economía española funcionaba mal. Hay un dato empírico que está ahí, en los estudios estadísticos de Angus Maddison, con todas las limitaciones que quieran ustedes. Ya saben ustedes de sobra que los datos estadísticos españoles de Maddison están muy influidos por Prados de la Escosura. Luego Prados de la Escosura y Julio Alcaide discreparon algo sobre ellos, aunque al contemplar las series no hay diferencias esenciales. Son aceptables, por consiguiente, los datos de producción interior bruta, los de la población de España y de los otros países del mundo occidental, a partir de 1820. A mí lo que se me ocurrió, con esa base, fue intentar explicarme el motivo de esa amargura que existe alrededor del año 1900. Estudié los doce actuales miembros de la UE, eliminando de los quince a Portugal, porque de él existen estadísticas muy escasas, a Luxemburgo, porque como entidad de recolección estadística es muy reciente y por otra parte su peso es muy poco significativo y a Grecia, a la que le pasaba lo mismo que a Portugal. Como del resto de los quince actuales de la UE tenemos todos los datos, lo que se me ocurrió fue con este conjunto de información intentar observar la marcha de la convergencia de España respecto a la media de los doce. Es un cálculo elemental; se reduce a realizar unas pocas sumas y divisiones. ¿Con qué me he encontrado? Con que en el año 1820 nuestra convergencia con “los 12” era del orden de más del 80% y desciende hasta que el año de 1900 ronda el 70%. En el año 1900 somos menos europeos de lo que éramos en el año 1820 que es el más antiguo en datos macroeconómicos que tenemos. ¿Cuál es la diferencia? Bastante grande. Se habían perdido del orden de 15 puntos porcentuales relativos a lo largo del siglo XIX; 15 puntos acaban siendo mucho. O sea, esa fuerte separación está en el ambiente, está en la calle, surge la convicción de que lo hemos hecho mal y que hay que tratar de enmendarlo. La Escuela de Madrid era muy crítica con la Política económica que se había seguido hasta aquel momento. Se consideró que la Política Fiscal estaba equivocada; que la política de rentas estaba equivocada; que estaba equivocada la política arancelaria; que otro tanto sucedía con la política social. Esto es, estaba equivocado todo. Los miembros de la Escuela de Madrid habían estudiado fuera de España y habían analizado otras cosas en ese extranjero que recorrían, lo que les permitía comparar las políticas económicas.

¿Quiénes son los primeros miembros de la Escuela de Madrid? La primera generación la constituyen Flores de Lemus, Bernis y Zumalacarregui. No se trata ahora que les vaya a contar toda la historia de la Escuela de Madrid, sino pretendo indicarles sencillamente que existe entre ellos un talante común, un aspecto parecido, una reacción paralela al tratar de indagar a través de un análisis más pormenorizado de la ciencia económica de qué manera se pueden mejorar las cosas. En esa primera generación de la escuela de Madrid el más señero fue Flores de Lemus. A Flores de Lemus no lo entendemos bien sin su formación. Era una persona que había decidido ser ingeniero y, por ello, pasó a tener una buena preparación para las matemáticas, aunque según Valentín Andrés Alvarez creía que sabía más de las que de verdad conocía. Pero como era una persona enormemente miope, le convencen cuando termina el bachillerato de que con una miopía tan acusada va a diferenciar muy mal a las personas, porque no veía bien las caras. Por tanto, estaba imposibilitado para dirigir como ingeniero un taller, pues no sabía a quién daba las órdenes, no sabía quien había hecho una tarea mal o no la había hecho. Esto motivó que estudiase otra cosa. Como consecuencia, va a decidirse por estudiar Derecho para estudiar economía. Debo destacar que él no estudia Derecho para convertirse en jurista, sino porque le interesa el proceso económico. Esto le lleva a marchar al extranjero para estudiar economía. Tal fue su planteamiento vital. Ingresa en la Universidad de Tubinga y aquí tiene una suerte extraordinaria. En Tubinga da con Bortkiewicz. Bortkiewicz era ingeniero y como economista, era un neoclásico, que admitía el magisterio de Marshall. Como el ambiente era neohistoricista en la universidad alemana, este profesor estaba marginado. Se consideraba que se empeñaba en ir contra la ciencia de la universidad alemana. Le constriñeron a que desarrollase tareas menores, a pesar de ser un extraordinario economista. Una de estas tareas menores era el atender a los becarios extranjeros. Ese fue el motivo de que Flores de Lemus cayese en sus manos. Salió de ellas orientado en un triple sentido en sus convicciones. En primer lugar, que eso de las matemáticas tenía mucha importancia. Percibió que existía un hallazgo que se llamaba el equilibrio general y que había que estudiarlo, porque sin ello estaba perdido cualquier economista. Segunda cuestión: había que estudiar estadística matemática en serio y trabajar con un buen profesor de esta materia. Eso fue lo que le orientó hacia Lexis. En tercer término, debe admitirse que Marx era un economista muy serio. Por supuesto, todo eso del materialismo histórico era basura científica, pero en economía Marx era un ricardiano de primera fila y en ese sentido es como había que tomarlo en serio. Esas son las tres aportaciones iniciales que recibe Flores de Lemus en Tubinga. Después pasa a Berlín y en Berlín cae en dos redes. La primera es la red de un historicista, Schmoller, que le fascina. Va a las clases de Schmoller, se hace amigo de uno de sus ayudantes, que se llama Sombart. Así es como Flores de Lemus se convierte en historicista pero, simultáneamente, aparece en Berlín otro neoclásico, otro influido por Marshall, el hacendista Wagner. Wagner está unido cordial —no intelectualmente— al mundo de los neohistoricistas y es el que le orienta hacia el cultivo de la Hacienda. Flores de Lemus comprende que en Hacienda hay que manejar estadísticas, abundantes cifras sobre el mundo de la recaudación, de los gastos y en torno al mundo social, no en balde Wagner lo convierte en un socialista de cátedra. El respaldo para moverse ahí con soltura es de Lexis. Por tanto Lexis, Wagner y Schmoller son los tres maestros fundamentales con los que va a trabajar hasta su vuelta a España. Llega con una serie de conocimientos específicos y gana la cátedra de Barcelona pero es reclamado muy rápidamente por el Ministerio de Hacienda.

¿Cuál fue su primer gran trabajo estadístico? Uno que causó gran impresión. En él se ve, además que le ha quedado el ramalazo de Bortkiewicz y que ha trabajado los *Principios de Economía* de Marshall. Va a piropear incluso en escritos suyos muchísimo a Marshall. Es schmolleriano-marshalliano, una realidad pintoresca, porque ser lo uno y lo otro en época inmediatamente posterior a lo más duro de la batalla del Método no cabía en cabeza humana. Flores lo era porque intentaba vincular lo uno y lo otro. No despreciaba a los neohistoricistas. Comprendía asimismo que había que caminar por el sendero de la teoría económica y por él avanzó. Ahí, en esos previos trabajos mencionados alrededor de Ministerio de Hacienda esto se observa con claridad. Existía una fuerte polémica en España entonces sobre el mecanismo impositivo. La reforma tributaria en aquellos momentos estaba influida históricamente porque el mundo de los progresistas tenía alzada la bandera de la supresión de los impuestos de consumo. Esa eliminación de los impuestos sobre el gasto había que relacionarla con la recaudación que se efectuaba en los municipios a costa de las clases menos adineradas. Todo esto estaba en el ambiente cuando Flores de Lemus llega a España. Recordemos que periódicamente uno de los sucesos que se anotaban en España cuando había alguna algarada, era la quema de las casetas de consumos, las pequeñas oficinas donde se recaudaba este impreso. La causa era evidente: el público odiaba ese mecanismo impositivo. A Flores se le encarga que presida la que se llamó Comisión Extraparlamentaria para la supresión del Impuesto de consumos.

¿Qué hace Flores? Lo primero, saber qué datos estadísticos pueden estimarse en España, porque sin esto no se conocía nada seguro. Este impuesto, en primer lugar, ¿hasta dónde llega? ¿A quien afecta? Había que saber de la mano de Engel, qué consumen los españoles, y así poder contestar a la pregunta de si este Tributo gravaba de verdad a los más pobres. También, dentro de los más pobres ¿qué es lo que grava? ¿Qué consecuencias se derivan de eso? El estudiar así la presión fiscal de este impuesto, lo que ocurre en los distintos municipios españoles, origina una estimación, por primera vez en España, de las cifras del consumo de los hogares por niveles de renta. De ahí, le vemos que encuentra, al pasar de la estática a la dinámica, el efecto renta —que así, obligadamente trabaja— porque, lo que observa es el efecto Giffen, y así está viendo en España que conforme aumenta el nivel de renta la gente consume menos cereales, consume menos pescado salado y consume más carne fresca.

Efectúa un enlace audaz pero muy bonito que va a proyectar en relación con la producción de cereales y leguminosas, así como de la ganadería, porque otro de sus estudios estadísticos se deriva de una solicitud de Navarro Reverter, para analizar la renta española. La función que enlaza la renta y el tiempo aproximadamente es lineal. Los avances a lo largo del tiempo deben ser, pues, unos incrementos parecidos los unos a los otros. Por lo tanto, se pueden sustituir los diversos niveles de renta por el tiempo. Así es como, a lo largo del tiempo, se observa el efecto renta en España. De ahí va a derivar, a mi juicio, el primer modelo econométrico, de alguna manera, de España, publicado bajo el título de *Sobre una dirección fundamental de la producción rural española*. Lo que dice en él es que, a lo largo del tiempo, los españoles van a consumir cada vez más carne. Por lo tanto, existirá un paso de la agricultura de cereales y leguminosas de consumo humano a agricultura de cereales y leguminosas de consumo animal y por otra parte a pastos para animales de producción cárnica en todos los sentidos.

Existe un momento que se puede calificar de apoteosis de Flores de Lemus. Él había entrado en contacto con el grupo de la revista *Metron* y formaba parte de su consejo editorial. Tenía buenas relaciones con todos sus miembros, y especialmente con Gini. En relación con esos trabajos de la revista *Metron* va a dar vueltas a tres cosas, como indica en un discurso en la Asamblea de la dictadura de Primo de Rivera. En primer término, va a plantearse de qué manera existen una serie de enlaces que la teoría económica señala y que señalan, por ejemplo, Cassel y Marshall. Luego hay que buscar un armazón básico de tipo teórico. Pero inmediatamente es preciso intentar la construcción de series estadísticas. Así es como surge la estadística de precios al por mayor que se debe a Flores de Lemus y que todavía sigue viva actualmente, porque no la hemos cambiado sustancialmente. En tercer término, a todo esto hay que darle un tratamiento matemático porque las relaciones en economía son relaciones funcionales y es preciso ver qué funciones matemáticas son las que se pueden manejar adecuadamente. Esa es la base del *Dictamen* de la Comisión del Patrón Oro, un modelo econométrico sobre cómo funciona la economía española. Le preguntaron a Flores de Lemus qué le pasaría a la economía española si se implantaba el Patrón Oro, y esa fue la respuesta. En aquellos momentos construir un modelo econométrico era algo novísimo. Así fue como trató de ver cómo funcionaba el conjunto de la economía española en el año 1929. Anotemos que la Sociedad Econométrica es de un par de años después. Por supuesto que Flores de Lemus no empleó la palabra econometría, pero realmente lo que construyó fue un modelo econométrico del conjunto de la economía española. De paso hizo también una serie de advertencias de incorrecciones estadísticas que urgía tener en cuenta. Una de ellas era la que después va a descubrir Valentín

Andrés Álvarez sobre nuestras balanzas exteriores. Estaban mal calculadas porque se empleaba la propia estadística, desde la Ley Cambó arancelaria del año 1922, que se obtenía de los trabajos de un aparato administrativo aduanero que hacía crecer las cifras del valor de lo importado para, de esta manera, con la misma base impositiva cargar más la mano, gracias a un Arancel *ad valorem*. Los funcionarios de aduanas emplearon esta trampa para incrementar la protección como consecuencia de ello, Flores afirmó que había que rehacer tales estadísticas, porque no sabíamos de verdad lo que los españoles importábamos y lo que exportábamos. Las equivocaciones en este sentido eran grandes, porque era imposible que un país con una balanza comercial sistemáticamente muy negativa, así como el resto de las balanzas por cuenta corriente, que en aquellos momentos tenía bastante poca significación, hubiese nacionalizado los activos extranjeros que existían en España y además hubiese acumulado cifras gigantescas de metales preciosos amonedados, hasta convertirse en la cuarta o quinta potencia de oro en los sótanos de su banco emisor. Era imposible cohonestar eso; se ocultaba el superávit de la balanza comercial española, presentando sistemáticamente una balanza comercial negativa. Eso era imposible, pero creó una mentalidad entre muchos economistas y profesores muy curiosa en este sentido. Desde luego es claro que no leyeron ni el *Dictamen* de la Comisión del patrón oro ni los dos artículos de investigación que sobre eso publicó en sendas revistas —*Moneda y Crédito* y *Revista de Economía Política*— Valentín Andrés Álvarez.

Flores de Lemus trabajó en una dirección desde el punto de vista de la estadística. En primer lugar procuró tener más datos y más informaciones numéricas sobre un problema que le obsesionó: el problema rural con su obligado complemento de la cuestión de la distribución de las tierras en España. Buscaba conocer numéricamente cómo eran las fincas y cómo eran las dimensiones y distribución del trabajo en las fincas, y cuál era su rentabilidad, cómo había unos déficit en el minifundio español, qué era lo que explicaba que de los hogares saliese gente que enviaba rentas a los que en ellos quedaban, para tener, de alguna manera a estos hogares en condiciones estables. Todas estas estadísticas de rentas y producciones las va a presentar de una manera muy clara en las diversas estimaciones que hace sobre el problema rural español. En segundo término, los cálculos y las estimaciones estadísticas donde también se introduce Flores de Lemus son los que están relacionados con el tema de la energía, asunto que le obsesionó. Recordemos cómo Flores de Lemus está detrás de los primeros pasos de la CAMPSA. Es más; fue uno de los que defendieron ese monopolio estatal, y lograron que la CAMPSA funcionase con eficacia y como consecuencia de ello dedicó parte de su actividad, y parte de sus esfuerzos, a tener datos adecuados relacionados con este asunto. Pueden encontrarse quizás en los archivos de la CAMPSA que todavía no ha explorado que yo sepa nadie.

En tercer lugar hay que anotar su esfuerzo para el buen conocimiento de la estadística en general. Una muestra de ello se halla en su prólogo a la *Estadística* de Antonio de Miguel donde trata Flores de exhibir sus conocimientos al señalar que él sabía más estadística que Antonio de Miguel. En cuarto término, están las series, encabezadas por las de los precios, como he dicho, del tan citado *Dictamen* de la Comisión del Patrón oro.

Bernis es el segundo de la Escuela de Madrid. Tiene un triple enlace a estos efectos. Por una parte se marcha a Berlín y allí estudia estadística con Lexis mientras trabaja en economía. En segundo lugar, desde Berlín se va a Inglaterra y aquí pasa a trabajar en Oxford con Edgeworth. Edgeworth tiene en Bernis el primer discípulo español. Ya saben ustedes que Edgeworth se llamaba Francis Ysidro porque su madre era española. El padre de Edgeworth había tenido una discusión violenta y acababa de romper con su novia. Va al British Museum para distraerse un momento y observa una chica muy jovencita, según muchos muy guapa, que está contemplando unos cuadros, hija de un exiliado español, parece que carlista, apellidada Eroles; se enamoran y dan un escándalo al mundo victoriano porque el padre de Edgeworth era una de las grandes fortunas de Inglaterra, fortuna que le venía de la ocupación por los hugonotes de Irlanda. Se trataba de una familia enormemente rica y unos grandes victorianos. El padre de Edgeworth se marchó de Inglaterra con aquella señorita y parece que se casaron por el rito católico en Florencia. Aquello fue una campanada extraordinaria. Cuando se muere el padre de Edgeworth queda la viuda con un solo hijo, Francis Ysidro. Le había puesto de nombre Isidro, porque su madre era muy devota de San Isidro Labrador. Ella era la que le habló maravillas de España. Edgeworth era un enamorado de España sin haber venido aquí en ningún momento. Para él, parece ser que los españoles era los más inteligentes del mundo, los más valientes del mundo, los más capaces de abordar cualquier problema. Tuvo una relación enormemente estrecha con su madre. Nunca se casó y cuando ya de mucha edad, queda huérfano, se marcó a vivir a un College de Oxford y allí reside hasta que se muere.

Cuando aparece Bernis ante él, se encuentra con que este discípulo es el español típico. Es sevillano, es muy listo e inteligente. Tenía toda aquella serie de condiciones que entraban en el arquetipo de los compatriotas de su madre, y además trabajaba bien en economía. Edgeworth le orienta muy bien hacia la estadística, y no sólo hacia el mundo de la teoría económica. En tercer término, lo envía a trabajar a Estados Unidos con los institucionalistas norteamericanos. Bernis estudió fundamentalmente con Seligman, pero eran los tiempos de Mitchell y eso lo dice todo. Con esas bases Bernis efectuó trabajos estadísticos en el Instituto de Reformas Sociales en Salamanca. Fuera de Salamanca, están cifras estadísticas suyas valiosas en todos y cada uno de los volúmenes del conjunto de sus libros. *La Hacienda Española*, es una buena prueba. Lo más importante son sus estimaciones de la Renta Nacional de España con las estimaciones de la renta, del producto y del gasto nacionales de nuestro país. Lo malo es que nunca nos dijo qué fuentes había empleado, por lo cual existe siempre el miedo de que haya empleado, con métodos excelentes, cifras falsas. Su trabajo *La Hacienda Española* es muy importante metodológicamente. Es imposible estudiar nuestra Hacienda si no partimos de magnitudes, que todavía no llama macromagnitudes, pero que son macromagnitudes. Ese enfoque desde la estimación de producto, renta y gasto nacionales fue elogiado en *The Economic Journal* por Edgeworth, quien lo hace miembro honorario y correspondiente en España de la Royal Economic Society. Bernis trabajó muchísimo la estadística, pero me parece que le faltaba preparación matemática para moverse con comodidad en ella. Fue un buen jurista, tuvo un buen olfato económico pero matemáticas no sabía.

El tercero de los economistas es José María Zumalacárregui. Es un poco diferente a los anteriores —Flores era neohistoricista y ya a Bernis sólo se le comprende como institucionalista— porque es neoclásico con todas sus consecuencias. Considera que eso del historicismo es una falacia y que no sirve absolutamente para nada. Él por otra parte es un convencido de que lo cuantitativo era fundamental. Por otra parte, Zumalacárregui era una persona que quiso hacerse ingeniero naval. Su padre, un magistrado, se negó y le obligó a estudiar Derecho. Cuando terminó la carrera de Derecho escribió a Unamuno y éste le aconsejó que se hiciese catedrático de economía, indicándole algo así como que se había enterado de que existían unos suizos que habían averiguado cómo todo se relaciona con todo en economía. A eso se llamaba equilibrio general y Unamuno había preguntado a todos los catedráticos de Economía que andaban por España y nadie le supo hablar de esta cuestión. Entonces había cogido el libro de uno de estos señores, los *Principios de Economía Política Pura* de León Walras, y no entendió nada porque no tenía preparación matemática. Pero observa que Zumalacárregui la tiene de modo aceptable. Por eso le pregunta que si quería que le consiguiese una beca para irse al extranjero a estudiar lo que han averiguado los señores de la Escuela de Lausana. Así lo hizo Zumalacárregui para aprovechar lo que le había profetizado Unamuno: “Por aquí no hay nadie que conozca eso, y si usted lo aprende, se convertirá en catedrático de Economía. Pasa usted así a tener una ventaja extraordinaria”. Zumalacárregui aceptó, se marchó, y volvió convertido en un walrasiano-paretiano, más paretiano que walrasiano, ganó las cátedras y fue famoso. ¿Cuál es la obra esencial de Zumalacárregui? La que se titula *La Ley Estadística en Economía*. Es su discurso de ingreso a la Real Academia de Ciencias Morales y Políticas. En ella aparece su toma de posición metodológica básica, que era, por cierto, muy antigua. Zumalacárregui sostenía que se tenía que ser neoclásico pero también se tenía que saber muy bien estadística teórica y aplicada. En el fondo Zumalacárregui se convirtió en otro de los economistas obsesos con el cómo trazar los puentes entre la Economía y la Estadística. Además, es preciso que nos felicitemos en el momento en que se observa que alguien va a construir esos puentes. Inmediatamente es necesario conseguir que los discípulos admitan esto.

¿Cuán es el discípulo amado de Zumalacárregui? Manuel de Torres y con esto nos asomamos a la tercera generación —después volveremos a estudiarlo— de la Escuela de Madrid. Pero antes hemos de abordar la segunda generación. En ella nos encontramos con tres personajes. El primero fue un estadístico práctico, que se llamaba Antonio de Miguel. No le debemos despreciar por el hecho del *Prólogo* que le escribió Flores de Lemus. Antonio de Miguel fue, en primer lugar, un funcionario de estadística muy serio que maneja la estadística descriptiva muy bien y que, desde ella, dirige sus luces al conocimiento de la economía española. Hay dos ediciones de su obra sobre nuestra economía. Años después de Miguel se va a convertir en la persona que efectuó los enlaces estadísticos que están en la base de la conversión de la peseta republicana en peseta nacional de la Ley Larraz. Por otra parte, como Consejero de Economía Nacional está en la primera comisión oficial que inicia, por primera vez la construcción de una serie de la Renta Nacional de España con Ros Jimeno y Manuel de Torres. Así, poco a poco, a partir de este esfuerzo en el que mucho papel tuvo de Miguel, se logra esta serie de la renta nacional española desde principios del siglo XX. Luego vendrá la prolongación efectuada por el INE hasta el año 1900, y más adelante vendrán las prolongaciones de Prados de la Escosura y Julio Alcaide y el enlace con las series de Contabilidad Nacional. Fue de Miguel un hombre que ha acarreado datos estadísticos numerosos sobre nuestra economía, hasta el punto de que es muy difícil, o imposible, prescindir de ellos. Además, construyó estadísticas sectoriales, para sus análisis de la economía española, tal como la presenta, sobre todo, en su libro *El potencial económico de España*.

El siguiente personaje de esta segunda generación se llamaba Olegario Fernández Baños. Era, en sus primeros años de vida universitaria, un matemático puro, un matemático de la escuela crítica. Sus Memorias son deliciosas. Si el INE, por ejemplo, tuviera garbo en el sentido de publicarlas y en las que se refiere a sí mismo con un seudónimo, al hablar de sus debates y de sus discusiones en la escuela de una persona clave para el mundo de las matemáticas españolas que es Rey Pastor, efectuaría una labor muy importante para la comprensión de la historia de la ciencia española. Sus críticas feroces, por ejemplo, a la geometría analítica que se estudiaba en aquellos momentos y a quien estaba desarrollando la cátedra de esta materia, Angel Vegas, son también interesantes. Era una escuela nueva que llega y rompe con lo anterior. Fernández Baños, al mismo tiempo que adopta esta actitud beligerante con lo anterior se va a

Suiza y a Italia en plena I Guerra Mundial. Por ello tiene aventuras incluso muy curiosas y muy pintorescas. Más adelante, desde su cátedra de geometría va teniendo noticias de otras aventuras matemáticas y conociendo cada vez más la estadística. Así llegará a convertirse en una persona a la que le va apasionando esta última ciencia, porque observa, en primer lugar, errores estadísticos en la estimación del mencionado modelo econométrico de Flores de Lemus relacionado con el tipo de cambio de la peseta. Sólo dos personas criticaron seriamente el Dictamen de la Comisión del Patrón Oro. Por una parte desde el punto de vista de la Teoría Económica lo hizo Germán Bernacer. Desde el punto de vista estadístico, esta crítica correspondió a Olegario Fernández Baños. Son dos críticas a las que no contestó Flores de Lemus y que han quedado ahí. Yo tengo que darles la razón a los dos críticos, tanto a Bernacer en lo analítico como a Fernández Baños en lo que se refiere a la estadística. A éste, todo eso le fue apasionando y mucho más cuando, en España, el tema del cambio de la peseta pasó a convertirse en algo fundamental. Piensen lo que ocurre ahora en torno al cambio del peso en Argentina, porque todos comprenden que lo que vaya a ocurrir con el peso en Argentina va a ser decisivo para el futuro de los argentinos. Pues bien, en España, a finales de la década de los veinte e inicios de la siguiente, se consideró que lo que podría ocurrir con el cambio de la peseta pasaría a incidir profundamente en nuestra vida toda. El cambio de la peseta preocupaba muchísimo. He aquí que existía una persona que estudiaba esto y que no encajaba con el grupo de Cambó. Se trata del mencionado Flores de Lemus, el asesor económico típico del Ministerio de Hacienda, que había chocado con Cambó por muchos motivos. Flores de Lemus era un nacionalista español extraordinario. Por eso un catalanista le producía siempre reacciones de rechazo. Recordemos, además, que Flores de Lemus había puenteado cuando era Ministro de Hacienda Cambó, a éste para informar a Maura, presidente del Gobierno. En el *Dietari* de Cambó se relata minuciosamente esto. Repito que por convicción política, le proporcionaba información al Presidente del Gobierno de qué estaba haciendo Cambó. Contra lo que se dice de que Flores de Lemus fue apolítico o lo que indica Estapé sobre su republicanismo, no hay nada; lo único cierto es que fue maurista y a quien sirve con el corazón es a don Antonio Maura, al que ha convertido en su jefe político. Al indicarle a Antonio Maura lo que está planeando Cambó se produjo un choque con una tensión muy fuerte. Cambó y Flores, pues, se entendieron siempre muy mal. En la última etapa de la monarquía, en el año 1930, Cambó pasó a soñar con la construcción del partido del Centro. Se creía que iba a ser el salvador de la situación monárquica. El Partido de Centro Cambó lo abandona momentáneamente, como probablemente saben todos, como consecuencia de un cáncer. Eran los tiempos en que corría por los mentideros de Madrid aquella frase de que "Cambó tiene cáncer, pobre cáncer". En ese momento, Cambó sitúa a su lugarteniente, Ventosa i Calvell en el Ministerio de Hacienda. Ventosa, discípulo de Cambó, pasa así a controlar al Banco de España. En esta institución sitúa como Gobernador a Vidal i Guardiola. Éste es el que decide que es absolutamente preciso crear un organismo que se dedique a estudiar las cuestiones económicas vinculadas con el cambio de la peseta y que además sea alguien ajeno a Flores de Lemus, y si es posible que le haya criticado. Esto dibuja a Fernández Baños que estaba de catedrático en Santiago de Compostela. Se le dijo, por eso, que viniese a Madrid y montase el Servicio de Estudios del Banco de España. Este Servicio de Estudios tan famoso hoy nace como consecuencia de esta situación. Fernández Baños empieza a trabajar en él, y así nos proporcionará excelentes estudios estadísticos. En primer lugar, va a analizar la coyuntura española en relación con la internacional. Este fue un trabajo precioso. En segundo lugar va a elaborar trabajos complementarios para completar y mejorar series estadísticas. En tercer término, va a conseguir que otros estudien la Balanza de Pagos pero dirigidos por él. Jáinaga es quien así va a elaborar por primera vez una Balanza de Pagos seria de España. Además Bowley cita el cálculo de la renta nacional de España que efectúa el Servicio de Estudios del Banco de España en 1937. Bowley es un investigador muy serio y por tanto, si lo cita, es señal de que tiene en su mano el manuscrito de la estimación de la renta nacional que en el Banco de España había elaborado, evidentemente, Fernández Baños. Por tanto tenemos a Fernández Baños elaborando la renta nacional de España. La fecha del envío del manuscrito del Banco de España es de 1937. Es el momento de la guerra civil. A continuación de esto no se vuelve a saber nada más de él. Fernández Baños no alude en absoluto a este trabajo pero él pasa a ser depuesto de su cargo de director del Servicio de Estudios. Su defensa la basa en que él no hizo ningún trabajo mínimamente importante para la causa republicana en el Servicio de Estudios. ¿Pensó en que si aparecía este estudio podría perjudicarle en su intento de volver al Banco? No lo sé. Por otra parte, había una pequeña pista que era el expediente de Fernández Baños en la Causa General. Se trataba de un mecanismo de vigilancia, de observación jurídica, con consecuencias de castigo para muchos. La Causa General que en el mundo de los funcionarios se desarrolla al terminar la guerra, parece que dispuso de una recopilación de estudios de Fernández Baños, recogida en el Banco de España. Así me lo dijo un economista muy amigo mío que había trabajado en esta Causa General, Alfonso Mena. El expediente de Fernández Baños, que a mi solicitud localiza, estaba vacío. Alguien, por lo que fuese, le había quitado su contenido. Queda aún la posibilidad de hallar este trabajo entre los papeles de Bowley[1].

---

[1] Por si interesa a algún investigador, de este trabajo hemos hablado sólo Antonio Gómez Orbaneja en *La valoración de la Renta de España. Crítica de las evaluaciones realizadas*, en *Mone-*

(*Pasa a la página siguiente*)

Otro personaje de ese grupo es Valentín Andrés Álvarez, un buen matemático. Como dijo de él Ortega, era el hombre que siempre dejaba de ser alguna cosa. ¿Por qué? Valentín Andrés Álvarez después de una preparación espléndida en la enseñanza primaria, estudió latín, música y la enseñanza secundaria. Era hijo de un farmacéutico. Vino desde Asturias a Madrid a estudiar Farmacia, y al resultarle muy fácil, empieza a cursar inmediatamente Ciencias Físicas. Cuando termina Farmacia la familia le dice que vaya a ocuparse de la farmacia que había quedado vacante porque su padre había muerto. Él contesta que no, porque tiene que terminar Físicas. Mientras está estudiando Físicas le apasiona el estudiar Ciencias Matemáticas. Es el momento mencionado en que el gran maestro es Rey Pastor. Estando en esas andanzas decide hacerse astrónomo y consigue después de esas licenciaturas pasar a París con una beca para estudiar Astronomía. En la Biblioteca de Santa Genoveva observa un día que a su lado se sienta un señor mirando o estudiando un libro lleno de fórmulas matemáticas. Observa cuando éste se va, de qué libro se trata, porque la Biblioteca de Santa Genoveva es como la del Ateneo de Madrid. Los libros se dejan en la mesa si se va a volver más tarde a trabajar con ellos. Se trataba del *Manual de Economía Política* de Pareto. Le interesó como algo curioso. Lo pidió al día siguiente y, tras leerlo, decidió abandonar la Astronomía y pasar a estudiar Economía. Mientras tanto había estudiado Filosofía con Ortega, pues era el ayudante de Ortega para traducir textos del griego y del latín para el seminario de Metafísica de éste. Valentín Andrés Álvarez decía con gracia que, como en el viejo caserón de San Bernardo la Filosofía estaba en el primer piso y la Física en el piso de abajo, con subir las escaleras se pasaba de la Física a la Metafísica. Tenía una sólida preparación matemática y por su cuenta se dedica a estudiar a Pareto. Descubre así a Walras y a Marshall. Apasionado por ello, comprende que para desarrollar su trabajo precisaba de alguna manera vincularse con algún grupo. Un tío suyo, Laureano Díaz Canseco, catedrático famoso de Historia del Derecho, era amigo de Flores de Lemus. Así es como entra en el grupo de Flores de Lemus. Hubo tensiones entre ambos, porque Flores intentó que estudiase textos neohistóricos. Valentín Andrés Álvarez se negó de arriba abajo porque consideraba que aquello del neohistoricismo no era ciencia ni servía para nada. Siguió trabajando sobre la Balanza comercial de España. A continuación de esto la labor de Valentín Andrés Álvarez va a ser la de un economista. ¿Cuál va a ser su gran trabajo estadístico y econométrico? La TIOE/54, dirigida por él. Valentín Andrés Álvarez fue el alma de todo el equi-

---

da y Crédito, diciembre 1943, nº 7, págs. 34-42 y yo en *Consideraciones sobre la Contabilidad Nacional de España*, en *Anales de Economía*, diciembre 1957, vol. XVII, nº 65, págs. 479-499.

po que la elaboró y la va a desarrollar. Les puedo relatar a ustedes una anécdota. Yo era entonces becario del Instituto de Estudios Políticos. Él era un miembro de la sección de Economía de esa Institución. Francisco Javier Conde, el director, convocó un día a todas las secciones del Instituto en una especie de magna Asamblea e iba preguntando a los miembros de las secciones cómo marchaban sus trabajos. Recuerdo que preguntó a Valentín Andrés Alvarez que cómo iba su investigación. Esta era un intento de, basándose por una parte en el equilibrio general de Walras y por otra parte en el Tableau Economique de Quesnay, pasar las funciones walrasianas a Macroeconomía, e introducir en ésta las condiciones de equilibrio general y ver cómo se podía hacer eso gracias a un buen desarrollo estadístico. La contestación a la pregunta de Conde fue: — "Pues lo he abandonado porque hay un tipo con un nombre ruso muy raro, que en el *Quarterly Journal of Economics* publica ya la solución a lo que yo buscaba de una manera elegantísima y preciosa empleando el análisis matricial". Se trataba de Leontief en el primer artículo que publicó en esa revista sobre la Tabla Input-Output. Añadió Valentín Andrés Álvarez: — "Ahora, lo que él hace para Estados Unidos se puede hacer para España". Este es Valentín Andrés Álvarez y tiene su importancia porque de ahí van a venir los cálculos de contabilidad nacional que va a elaborar Torres.

A continuación de estos tres —de Miguel, Fernández Baños y Valentín Andrés Álvarez—, viene otra generación. A ella pertenecen Castañeda y Torres. Castañeda fue un hombre que procedía de Zumalacárregui y que se trasladó a trabajar con Flores de Lemus en Madrid, donde pasó realmente a moverse muy cómodamente. Fue un economista que le preguntó a Zumalacárregui: — "Mire usted; la línea económica que me hace usted trabajar necesita matemáticas y éstas no las he estudiado en la carrera". La respuesta de Zumalacárregui resultó sensatísima: — "Váyase usted a una buena academia de preparación de ingreso en escuelas especiales de ingeniería, estudie las matemáticas necesarias para ingresar en cualquiera de estas escuelas, no se dedique usted a ingresar en ellas, pero esas matemáticas son las que necesita usted para trabajar en economía". ¿Qué hace Castañeda? Estudió en una de estas academias e ingresó en un año en la Escuela de Ingenieros Industriales y además alcanzó las calificaciones máximas en todas las asignaturas por lo que logró un premio extraordinario y dificilísimo que se otorga en esa Escuela sólo a las personas excepcionales. A continuación se convierte en Ingeniero Industrial al servicio de la Hacienda. Zumalacárregui le recomienda que se haga catedrático de Economía y que trabaje en Madrid con Flores de Lemus como persona más adecuada para apoyarle en ese camino. Ahí también se niega a seguir ningún camino neohistoricista, y es el hombre al que Flores de Lemus le da un buen consejo sobre el tema de su tesis doctoral. Le dice que hay un mercado de cerdos en Cangas de Narcea donde debería recabar todos los datos necesarios: "Lárguese usted a

Cangas de Narcea —le dice—, y yo le orientaré para hacer una excelente tesis doctoral sobre el mercado de los cerdos de Cangas del Narcea y sus consecuencias que va a llamar la atención". Castañeda escucha aquello y se le cae el alma al suelo, porque piensa que Flores le trataba de orientar hacia un trabajo neohistoricista que le hubiera obligado a estudiar cuándo empezó este mercado, si había sido, o no, en la Edad Media, y cosas así. Lo abandonó y, un día, por su cuenta, le dijo a Flores de Lemus que tenía unos datos de lo que pasaba en la recaudación del impuesto sobre el monopolio del tabaco, de lo que se compraba, de las clases de tabaco que se vendían y por eso deseaba efectuar un estudio sobre el tabaco en lugar de sobre los cerdos. La contestación fue: — "Ah, pues hágalo usted". Es el estudio famoso sobre la demanda de tabaco en España. Flores de Lemus era una persona amarga, dura con su gente. Al que accedía, lo orientaba y al que no accedía lo desorientaba y se encogía de hombros. Analizando, ex post, los artículos en las revistas marcadas por Flores de Lemus, quien estaba al día en esa cuestión, vemos que se murió Castañeda sin enterarse de que Flores le había orientado muy bien para que entrase en un sanedrín magnífico, porque había poquísimos trabajos en aquel momento alrededor del teorema de la tela de araña. Castañeda perdió este sendero y a lo que se va a dedicar es al análisis neoclásico, a hacer unas excelentes lecciones de teoría económica y va a ir abandonando progresivamente los trabajos estadísticos[2].

El siguiente personaje es Manuel de Torres, del que ya he hablado como discípulo de Zumalacárregui. Torres deseaba estudiar Derecho financiero y decide hacer una tesis doctoral con Flora, un hacendista italiano. Pasa a convertirse en un "bolonio". Tenía un espléndido expediente y le fue fácil lograr una beca para el Colegio Mayor de San Clemente de los Españoles, en la Universidad de Bolonia, para trabajar con Flora. Éste le habla de un profesor de Hacienda con el que debe seguir tanto sus lecciones como sus enseñanzas. Se llamaba Einaudi. Éste no explicaba en Bolonia y Manuel de Torres tiene que coger el tren para ir a tomar las lecciones de Einaudi. En el tren, un día, otro viajero le empieza a hablar de Gini, el grande de estadística en aquel momento en Italia. Le interesa y pasa a estudiar con Gini con el que llegó a tener excelente amistad. Gonzalo Arnáiz me aseguró que Manuel de Torres cuando volvió a España, estaba al día en estadística. A continuación de esto Manuel de Torres se relaciona con un partido, Derecha Regional Valenciana, que tenía toda una base de afiliados muy relacionada con un fascismo que estaba en el ambiente. Estos pasan a tener una revista teórica, *Norma*, donde escribe Zumalacárregui,

---

[2] De esta cuestión me he ocupado con bastante amplitud en *Los cerdos y Flores de Lemus*, en *Cuadernos de Agricultura, Pesca y Alimentación*, 2000, nº 13, pág. 3.

donde escriben también López Ibor y Pedro Laín Entralgo. Este grupo que actúa como *derecha regional valenciana* participa en las elecciones de febrero de 1936. En sus listas va Manuel de Torres. Las consecuencias de esto fueron duras. Tras el 18 de julio, cae en la cárcel e incluso fue condenado a muerte. Salvó la vida, pero permaneció en el penal de San Miguel de los Reyes los tres años de la guerra. Allí se dedica a leer la recién publicada *Teoría General* de Keynes. Por eso las macromagnitudes y la estadística pasaron a ser, al salir de la cárcel, su obsesión. Está en la Comisión -y fue uno de sus miembros esenciales- para estimar la renta nacional de España. Más adelante comprende que España necesita de Europa y que el camino para ingresar en Europa es ingresar en la OECE, pero ingresar en ella es imposible porque los europeos no saben qué socio se les viene encima porque España tenía unas estadísticas muy mal montadas. Hay que mejorar las estadísticas españolas. ¿Cómo van a admitir a España si no dispone de una Balanza de Pagos? ¿Cómo van a admitir a España si hay datos absurdos por lo que se refiere a la Hacienda? ¿Cómo van a admitir a España si no tenemos Contabilidad Nacional? En aquella época el señor Stone ya le había dado a la OECE el *método de Stone*. Hay que mejorar nuestras estadísticas, porque ello es esencial para europeizar España, para que España entre en Europa a través de la OECE. Eso es lo que le lleva a un choque con el grupo de la Tabla Input-Output, porque decide entrar en ese grupo de la TIOE/54. El grupo se cierra y no lo admite. Era muy amigo de Valentín Andrés Álvarez y consigue que le dejen publicar el *Epílogo* de la Tabla, donde exhibe una simulación que tuvo un impacto político tremendo porque lo que demostraba era que toda la política económica de España seguida hasta entonces había sido mala y tenía que haberse seguido no una de cierre, como practicábamos desde 1892, sino una política de apertura. Pero eso le lleva a, con los datos disponibles, construir la primera Contabilidad Nacional de España, gracias a un equipo que dirige. Él era decano de la Facultad de Ciencias Políticas y Económicas y Zumalacárregui era director del Instituto Sancho de Moncada de Economía. Por eso en la primera Contabilidad Nacional de España los editores son la Facultad de Ciencias Políticas y Económicas y el Instituto Sancho de Moncada de Economía. Sin embargo debido a cierta polémica generada en el seno de la Facultad de Ciencias Políticas y Económicas, el segundo tomo lo contratará con el Instituto de Estudios Fiscales. Pero al mismo tiempo engatusará de alguna manera al ministro Solís señalándole que ahí estaba la raíz de una planeación de la economía española, y que podría arrebatar la primogenitura a lo que se quería hacer en Presidencia del Gobierno dirigido por Laureano López Rodó, quien no sabía economía. Por eso le dirá algo así como: — “Mire usted, Solís; póngame al frente de la elaboración de las TIOE y de la CNE, que yo voy a confeccionarle una tabla tan grande que va a ser la base de la planificación económica de España basada en los Sindicatos. No va a poderse planear nada en otro lugar”. Ahí está la base de la TIOE/58. Simultáneamente a esto, en el mundo de la estadística se había producido el Seminario del Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Por otra parte, Cansado, Sixto Ríos, Arnáiz, Alcaide, etc., estuvieron muy vinculados todos ellos con Manuel de Torres y Valentín Andrés Álvarez. Pero continuar con eso, como decía Rudyard Kipling, "es otra historia".